7 式の利用

2のめやす
・12点程度
・2問程度
・8分程度

出題パターン

1　ある中学校の数学の授業で，Sさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［Sさんが作った問題］

a，b，hを正の数とする。

右の**図1**で，四角形ABCDは，AB＝$a$cm，AD＝$b$cmの長方形である。

四角形ABCDの2つの対角線の交点をMとする。

右の**図2**に示した立体は，**図1**の四角形ABCDを，四角形ABCDと垂直な方向に，一定の距離だけ平行に動かしてできた直方体を表している。

点Mが動いてできた線分の長さを$h$cm，この立体の体積をPcm^{3}とするとき，体積Pをa，b，hを用いた式で表してみよう。

図1

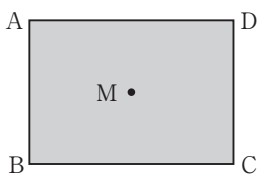
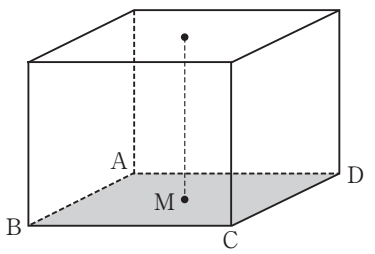


図2



Tさんは，［Sさんが作った問題］の答えを次の形の式で表した。Tさんの答えは正しかった。

〈Tさんの答え〉　P＝［　　］

〔問1〕〈Tさんの答え〉の［　　］に当てはまる式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　$h(a+b)$　　**イ**　$2h(a+b)$　　**ウ**　abh　　**エ**　$2abh$

〔　　〕

先生は，［Sさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

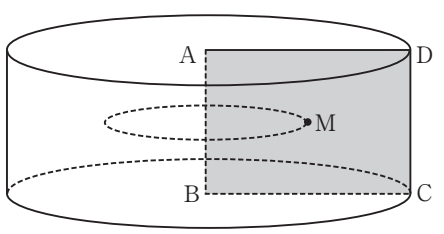
［先生が作った問題］

a，b，ℓを正の数とする。

右の**図3**に示した立体は，**図1**の四角形ABCDを，頂点A，Bを通る直線を軸として1回転させてできた円柱を表している。

点Mが動いてできた円の周の長さをℓcm，この立体の体積をVcm^{3}とするとき，V＝$ab\ell$となることを確かめなさい。

図3



〔問2〕［先生が作った問題］で，V＝$ab\ell$となることを証明せよ。
ただし，円周率はπとする。

〔　　〕

ポイント　式の利用に関する問題は，出題パターンのように，作成した問題に答えるという形式で出題される。問題の内容をしっかりと読みとり，文字式を利用した証明ができるようにしておこう。

8 ある中学校で，Sさんが作った問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［Sさんが作った問題］

右の**図1**は，整数を規則的に並べたものである。

図1において，25個の数の中から，縦と横がともに3マスの正方形の枠を用いて，1マスに1個の数が入るように，9個の数を囲むことを考える。

右の**図2**は，**図1**において，縦と横がともに3マスの正方形の枠を用いて，四すみのうち，左上の数が3，右上の数と左下の数が5，右下の数が7となるように9個の数を囲んだ場合を表している。

囲んだ9個の数の四すみの数について，左上の数と右下の数の和をP，右上の数と左下の数の和をQとしたとき，P＋Qの値が整数の2乗で表される数となる9個の数の囲み方は，全部で何通りあるか調べてみよう。

図1

1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8
5	6	7	8	9

図2

1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8
5	6	7	8	9

〔問1〕 次の［　　］の中の「**あ**」に当てはまる数字を答えよ。

［Sさんが作った問題］で，P＋Qの値が整数の2乗で表される数となる9個の数の囲み方は，全部で［**あ**］通りある。

あ〔　　〕

先生は，［Sさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

右の**図3**は，整数を規則的に並べたものである。

nを2から9までの自然数とし，**図3**において，100個の数の中から，縦と横がともにnマスの正方形の枠を用いて，1マスに1個の数が入るように，n^2個の数を囲むことを考える。

囲んだn^2個の数の四すみの数について，左上の数と右下の数の和をP，右上の数と左下の数の和をQとしたとき，P＋Qの値を求める。

例えば，$n=4$のとき，左上の数が6，右上の数が9となるように16個の数を囲んだ場合，

P＋Q＝(6＋12)＋(9＋9)＝36＝4×9となる。

また，$n=5$のとき，左上の数が9，右上の数が13となるように25個の数を囲んだ場合，

P＋Q＝(9＋17)＋(13＋13)＝52＝4×13となる。

図3で示した数を，縦と横がともにnマスの正方形の枠を用いて囲むとき，P＋Qの値が4の倍数となることを確かめなさい。

図3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

〔問2〕［先生が作った問題］で，縦と横がともにnマスの正方形の枠を用いて囲んだn^2個の数の四すみの数のうち，左上の数をaとする。

このとき，右上の数，左下の数，右下の数をそれぞれa，nを用いた式で表し，P＋Qの値が4の倍数となることを証明せよ。

9 Sさんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

a，bを正の整数とし，$a>b$とする。

右の**図1**で，四角形ABCDは，1辺の長さが$a$cmの正方形である。

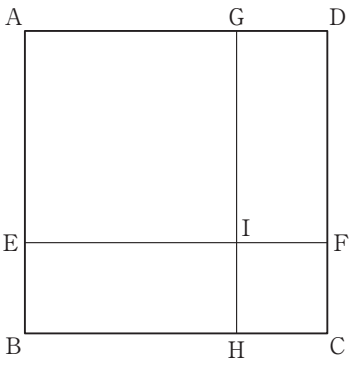
点Eは辺AB上の点であり，AE＝$b$cmである。点Eを通り辺BCに平行な直線と辺CDとの交点をFとする。

点Gは辺AD上の点であり，AG＝$b$cmである。点Gを通り辺ABに平行な直線と辺BCとの交点をHとする。

線分EFと線分GHとの交点をIとする。

四角形IHCFの面積をPcm^2とするとき，Pをa，bを用いて表しなさい。

図1



Sさんは，［先生が示した問題］の答えを次の形の式で表した。Sさんの答えは正しかった。

〈Sさんの答え〉 P＝［　　］

〔問1〕〈Sさんの答え〉の［　　］に当てはまる式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $a-b$　　**イ** ab　　**ウ** $4(a-b)$　　**エ** $(a-b)^2$

〔　　〕

Sさんのグループは，［先生が示した問題］で示された**図1**をもとにして，次の問題を考えた。

［Sさんのグループが作った問題］

a，bを正の整数とし，$a>b$とする。

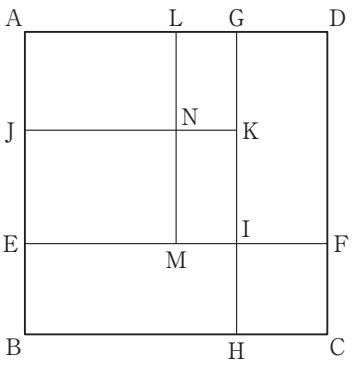
右の**図2**で，**図1**における線分AEの中点をJとし，点Jを通り辺BCに平行な直線と線分GHとの交点をKとする。

辺ADの中点をLとし，点Lを通り辺ABに平行な直線と線分EFとの交点をMとする。

線分JKと線分LMとの交点をNとする。

四角形AJNLの周りの長さをXcm，四角形NMIKの周りの長さをYcm，四角形IHCFの周りの長さをZcmとするとき，$X-\frac{1}{2}Z=Y$となることを確かめてみよう。

図2



〔問2〕［Sさんのグループが作った問題］で，X，Y，Zをそれぞれa，bを用いた式で表し，$X-\frac{1}{2}Z=Y$となることを証明せよ。

〔　　〕

特別講座〈大問1〉

1のめやす
・46点程度
・9問程度
・12分程度

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $-6\times\left(-\frac{2}{3}\right)+4$ を計算せよ。

〔　　〕

〔問2〕 $7a-5b-(a-3b)$ を計算せよ。

〔　　〕

〔問3〕 $\sqrt{12}-\sqrt{3}\times 9$ を計算せよ。

〔　　〕

〔問4〕 一次方程式 $7x-9=4x-30$ を解け。

〔　　〕

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} x+2y=7 \\ 3x-y=0 \end{cases}$ を解け。

〔　　〕

〔問6〕 二次方程式 $x^2-7x+12=0$ を解け。

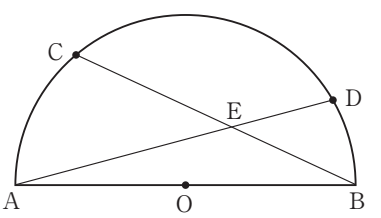
〔　　〕

〔問7〕 下の表は，あるクラスの生徒12人について，数学の小テストの結果を表したものである。
四分位範囲を求めよ。

3	8	7	10	6	2	5	8	4	6	3	9 （点）

〔　　〕

〔問8〕 右の図のように，2点C，Dは線分ABを直径とする半円Oの $\overset{\frown}{AB}$ 上にある点で，$\overset{\frown}{AC}=\frac{5}{18}\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{DB}=\frac{1}{6}\overset{\frown}{AB}$ である。
線分ADと線分BCとの交点をEとするとき，∠AEBの大きさは何度か。



〔　　〕

〔問9〕 右の図のように，直線 ℓ 上にない2点A，Bがある。
直線 ℓ 上にあって，2点A，Bからの距離が等しい点Pを定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Pの位置を示す文字Pも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。