3 資料の活用・式の証明

出題例

1 Ｍ市とＮ市では，中学３年生を対象に，ある週の月曜日から金曜日までの５日のうち30分以上運動した日数(以下「運動日数」とする)を調査した。

次の⑴は指示にしたがって答え，⑵は［　　］の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

⑴　Ｍ市のＳ中学校では，３年Ａ組，Ｂ組それぞれの生徒全員にアンケートを実施した。下の表は，全員の回答結果を度数分布表に整理したものである。１人あたりの運動日数が多いのは，３年Ａ組と３年Ｂ組のどちらであるかを，表をもとに平均値を求め，その数値を使って［　　］の中に説明せよ。

（説明）　運動日数の平均値は，

３年Ａ組　$\dfrac{\boxed{}}{40} = \boxed{}$

３年Ｂ組　$\dfrac{\boxed{}}{38} = \boxed{}$

$\boxed{} > \boxed{}$ なので，１人あたりの運動日数は

３年［　　］の方が多い。

運動日数（日）	度数（人）	
	３年Ａ組	３年Ｂ組
0	0	0
1	3	5
2	7	6
3	6	6
4	11	7
5	13	14
計	40	38

⑵　Ｎ市では，市内のすべての中学３年生4500人の中から無作為に抽出した180人にアンケートを実施したところ，運動日数が５日であった生徒は，回答した180人のうち64人であった。このとき，Ｎ市の中学３年生4500人のうち，運動日数が５日であった生徒の人数は，［約　　　人］と推定できる。

2 「連続する２つの奇数において，２つの奇数の積から小さい方の奇数の２倍をひいた数は，小さい方の奇数の２乗に等しい」ことの証明を，［　　］の中に完成せよ。

（証明）　整数 n を使って，小さい方の奇数を $2n-1$ とすると，大きい方の奇数は［　　　］である。

２つの奇数の積から小さい方の奇数の２倍をひいた数は，

［　　　　　　　　　　　　］

小さい方の奇数の２乗は，

［　　　　　　　　　　　　］である。

したがって，連続する２つの奇数において，２つの奇数の積から小さい方の奇数の２倍をひいた数は，小さい方の奇数の２乗に等しい。

ポイント

大問③は資料の活用の記述問題と標本調査や式の証明の問題が出題されている。実際の入試では，計算過程や考え方を記述する形式なので，記述の仕方を練習しておこう。資料の活用の問題では，相対度数や平均値などを求めて比較することが記述のポイントとなる。また，標本調査の問題は，パターンも決まっているので，しっかりと練習して確実に得点したい問題である。

☆ **3**　「連続する4つの整数において，最も大きい整数の2乗と最も小さい整数の2乗をたした数から4をひいた数は，他の2つの整数の2乗の和に等しい」ことの証明を，$\boxed{}$の中に完成せよ。

（証明）　最も小さい整数をnとする。

　したがって，連続する4つの整数において，最も大きい整数の2乗と最も小さい整数の2乗をたした数から4をひいた数は，他の2つの整数の2乗の和に等しい。

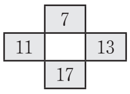
☆ **4**　「連続する3つの偶数において，3つの偶数をそれぞれ2乗した数の和から8をひいた数は，真ん中の偶数の2乗に3をかけた数に等しい」ことの証明を，文字を使って$\boxed{}$の中に完成せよ。

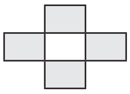
（証明）

　したがって，連続する3つの偶数において，3つの偶数をそれぞれ2乗した数の和から8をひいた数は，真ん中の偶数の2乗に3をかけた数に等しい。

☆ **5** 右の表は，1，2，3，4，5，…の自然数を順に並べ，上から1行目，2行目，…としたものであり，5行目まで記入されている。6行目以降も続けていくものとする。

1行目	1	2	3	4	5
2行目	6	7	8	9	10
3行目	11	12	13	14	15
4行目	16	17	18	19	20
5行目	21	22	23	24	25
6行目					

表の

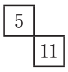
に位置している7，11，13，17のように，「表のに位置している4つの自然数において，最も大きい自然数と2番目に大きい自然数の積から最も小さい自然数と2番目に小さい自然数の積をひいた数は，12でわりきれる」ことの証明を，の中に完成せよ。

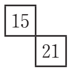
（証明） 最も小さい自然数をnとする。

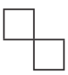
したがって，4つの自然数において，最も大きい自然数と2番目に大きい自然数の積から最も小さい自然数と2番目に小さい自然数の積をひいた数は，12でわりきれる。

☆ **6** 右の表は，1行目に左から順に1，3，5，7，9，11の奇数を記入し，1～6列目のそれぞれの列に上から順に4ずつ大きくなる奇数を記入していくものであり，5行目まで記入されている。6行目以降も続けていくものとする。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目
1行目	1	3	5	7	9	11
2行目	5	7	9	11	13	15
3行目	9	11	13	15	17	19
4行目	13	15	17	19	21	23
5行目	17	19	21	23	25	27
6行目						

表の

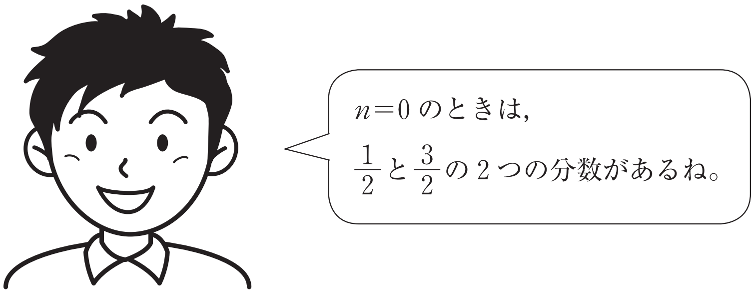
に位置している5，11や，

に位置している15，21のように，「表のに位置している2つの奇数において，大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗をひいた数は，24でわりきれる」ことの証明を，文字を使っての中に完成せよ。

（証明）

したがって，2つの奇数において，大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗をひいた数は，24でわりきれる。

7　0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 2 で分子が偶数ではない分数の和について調べ，**表**にした。



調べたこと

$n=0$ のとき　$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$

$n=1$ のとき　$\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=4$

$n=2$ のとき　$\frac{5}{2}+\frac{7}{2}=6$

$n=3$ のとき　$\frac{7}{2}+\frac{9}{2}=8$

表

n の値	0	1	2	3
和	2	4	6	8

調べたことと**表**から，0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 2 で分子が偶数ではない分数の和は偶数になると考え，次のように予想した。

予想

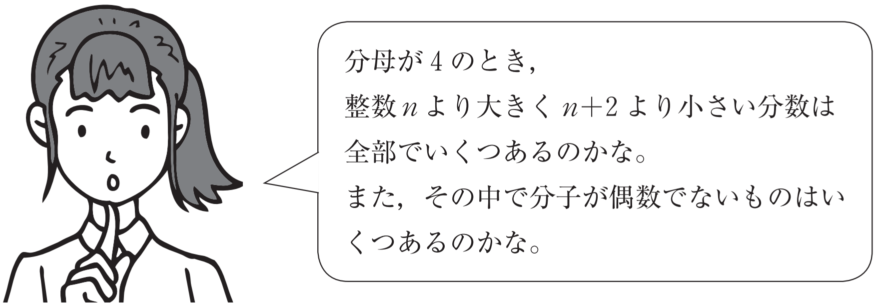
0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 2 で分子が偶数ではない分数の和は，$2n+2$ になる。

予想がいつでも成り立つことを**証明①**のように証明した。

証明①

0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 2 で分子が偶数ではない分数は，
n を用いて
$\frac{2n+1}{2}$，$\frac{2n+3}{2}$ と表される。
これらの和は，
$\frac{2n+1}{2}+\frac{2n+3}{2}=\frac{4n+4}{2}=2n+2$
したがって，0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 2 で分子が偶数ではない分数の和は，$2n+2$ である。

前ページを参考にして，0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 4 で分子が偶数ではない分数の和について考える。



次の(1)は □ の中にあてはまる最も簡単な数を記入し，(2)は指示にしたがって答えよ。

☆(1)　$n=1$ のとき，n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，

分母が 4 で分子が偶数ではない分数であるものをすべて求めると，□ である。

(2)　0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 4 で分子が偶数ではない分数の和は，$4n+4$ であることの**証明②**を，□ の中に完成せよ。

証明②

0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 4 で分子が偶数ではない分数は，n を用いて

□

したがって，0 以上の整数 n より大きく $n+2$ より小さい分数のうち，分母が 4 で分子が偶数ではない分数の和は，$4n+4$ である。