5章　平面図形

◆◇学習の要点◇◆

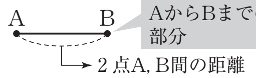
❶ 直線と角 ……………………………………………… ☞P117～

(1)　直線・線分・半直線

① **直線**　直線AB

2点A, Bを通り，限りなくのびている直線

② **線分**　線分AB



直線ABのうち，AからBまでの部分

③ **半直線**　半直線AB

線分ABをBの側へ限りなくのばしたもの

半直線BA

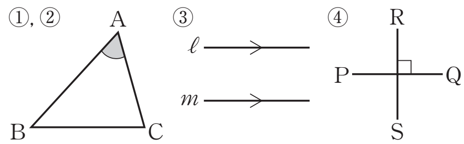
線分BAをAの側へ限りなくのばしたもの

(2)　図形と記号　① 三角形ABC ➡ **△ABC**

② 角BAC ➡ **∠BAC**

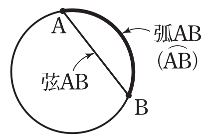
③ 直線 ℓ，mが平行 ➡ $\boldsymbol{\ell /\!/ m}$

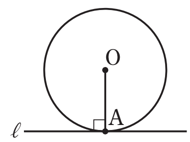
④ 直線PQ，RSが垂直 ➡ **PQ⊥RS**



(3)　弧と弦・接線

① **弧と弦**…円周上の点Aから点Bまでの曲線部分を**弧AB**($\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$)，線分ABを**弦AB**という。

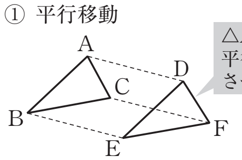




② **接線**…直線 ℓ と円Oが点Aで接するとき，直線 ℓ を円Oの点Aにおける**接線**，点Aを**接点**という。接線は，接点と円の中心を結ぶ半径に垂直($\boldsymbol{\ell}$**⊥OA**)。

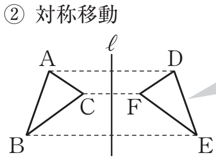
❷ 図形の移動 ……………………………………………… ☞P122～

① 平行移動



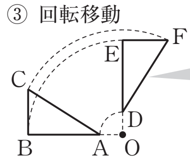
△ABCを平行移動させたもの

② 対称移動



△ABCを直線 ℓ を軸として対称移動させたもの

③ 回転移動

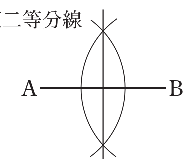


△ABCを点Oを中心として回転移動させたもの

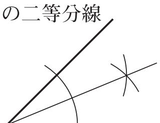
❸ 作図 ……………………………………………… ☞P126～

定規とコンパスを使って，次のような直線をかくことができる。← 定規は直線をひくことだけに使う

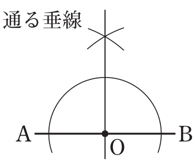
垂直二等分線



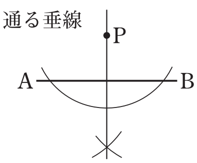
角の二等分線



Oを通る垂線



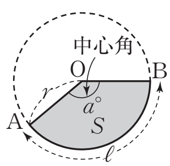
Pを通る垂線



❹ おうぎ形 ……………………………………………… ☞P137～

円を2つの半径で区切った図形をおうぎ形という。右のおうぎ形OABの半径を r，中心角を $a°$，弧の長さを ℓ，面積を S とすると，

$$\boldsymbol{\ell=2\pi r\times\frac{a}{360}},\quad \boldsymbol{S=\pi r^2\times\frac{a}{360}}\quad \left(\text{または，}\boldsymbol{S=\frac{1}{2}\ell r}\right)$$

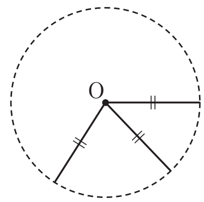


❸ 作図

▶チェック問題 ⇒ P136

学習の基本 ① 作図のしかた

① コンパスを使って，円や円の一部をかくことができる。
円は，ある1点からの距離が一定であるような点の集合である。



② 定規とコンパスのみを用いて図をかくことを作図という。

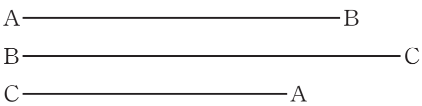
・定規
直線をひくために使う。直線は2点で決まるので，ある2点を通る直線を，定規を使ってひくことができる。

・コンパス
ある点を中心とする円をかくために使う。等しい長さをとったり，線分を移したりすることができる。

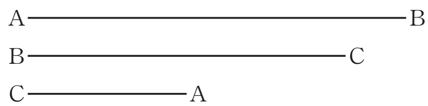
➡今後作図というときは，目もりを使って長さを測ったり，分度器で角の大きさを測ったりすることはしない。

1 3つの辺AB，BC，CAが，図に示された長さとなるような△ABCを，それぞれ作図せよ。

□(1)



□(2)



2 右の図で，点Oを頂点とする60°の角を作図せよ。
□

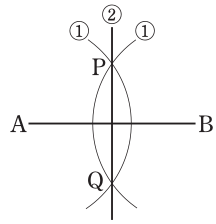
学習の基本　2　垂直二等分線の作図

線分の中点を通り，その線分に垂直な直線を**垂直二等分線**という。

線分 ABの垂直二等分線をひく。

①　線分の両端の点A，Bをそれぞれ中心として，等しい半径の円をかく。

②　この2円の交点をP，Qとして，直線PQをひく。この直線PQが線分ABの垂直二等分線である。

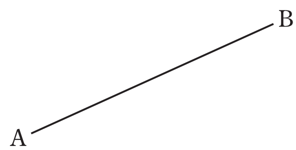


➡線分の両端の点を中心とする円をかくときの半径は，線分の長さの半分よりもやや長くするとよい。

3　線分ABの垂直二等分線を作図せよ。

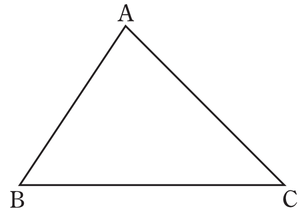
□(1)

□(2)



4　右の図で，線分ABを4等分する点P，Q，
□ Rを作図せよ。(左から順にP，Q，Rとせよ)

5　右の図の△ABCで，辺AB，ACの中点M，Nを
□ それぞれ作図し，線分MNをかけ。



学習の基本　3　角の二等分線の作図

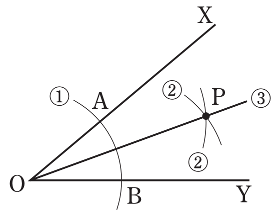
１つの角を２等分する半直線を**角の二等分線**という。

∠XOYの二等分線をひく。

① ∠XOYの頂点Oを中心とする円をかき，角の２辺OX，OYとの交点をA，Bとする。

② ２点A，Bをそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点をPとする。

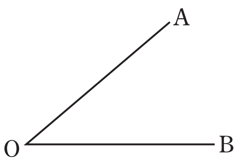
③ 半直線OPをひく。この半直線OPは∠XOYの二等分線である。



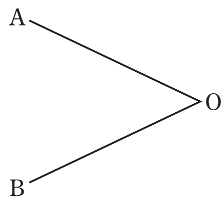
➡90°より大きい角の二等分線も，同じように作図できる。

6 ∠AOBの二等分線を作図せよ。

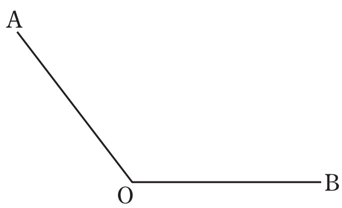
□(1)



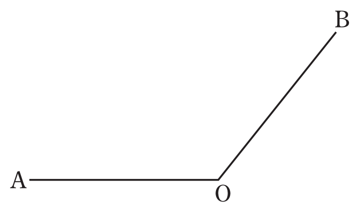
□(2)



□(3)

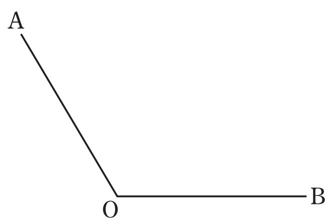


□(4)



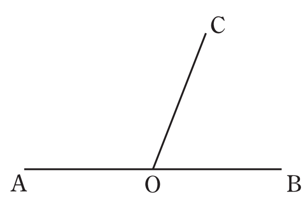
7 右の図で，∠AOBを４等分せよ。

□



8 右の図で，∠AOCの二等分線OP，および，∠BOCの二等分線OQをそれぞれひけ。また，∠POQの大きさは何度か。

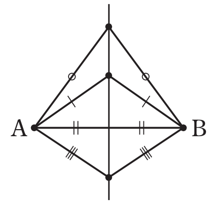
□



学習の基本　4　垂直二等分線の性質の利用

線分ABの垂直二等分線上の点は，2点A，Bから等距離にある。

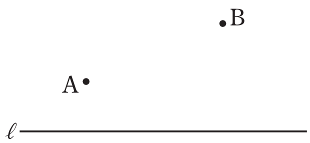
このことを利用して，2点から等距離にある点を，作図によって求めることができる。



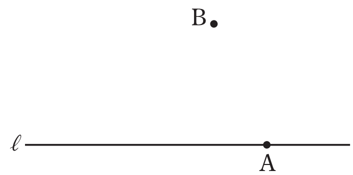
➡2点A，Bは，線分ABの垂直二等分線について対称になっている。

9　次の図のように，直線ℓと2点A，Bが与えられたとき，直線ℓ上にあって，2点A，Bからの距離が等しい点Pを作図せよ。

□(1)



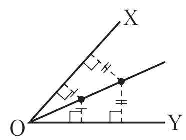
□(2)



学習の基本　5　角の二等分線の性質の利用

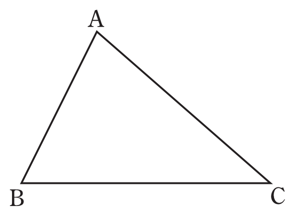
∠XOYの二等分線上の点は，角の2辺OX，OYから等距離にある。

このことを利用して，2つの直線や線分までの距離が等しい点を，作図によって求めることができる。

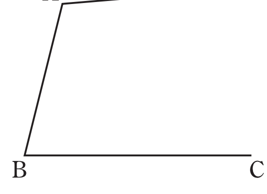


➡角の2辺OX，OYに接する円の中心は，∠XOYの二等分線上にある。

10　右の図の△ABCで，辺AC上にあって，辺AB，BCまでの距離が等しい点Pを作図せよ。
□



11　右の図のように，線分ABとその両端から出る半直線AD，BCがある。このとき，線分AB，半直線BC，ADまでの距離が等しい点Oを作図せよ。
□



学習の基本　6　垂線の作図

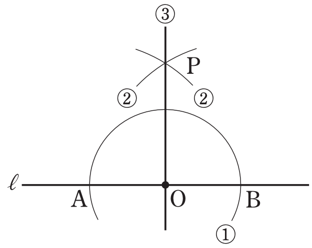
直線 ℓ 上の点Oを通り，直線 ℓ に垂直な直線をひく。

①　点Oを中心とする円をかき，直線 ℓ との交点をA，Bとする。

②　点A，Bをそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点の１つをPとする。

③　直線OPをひく。

このとき，直線OPは直線 ℓ に垂直な直線である。



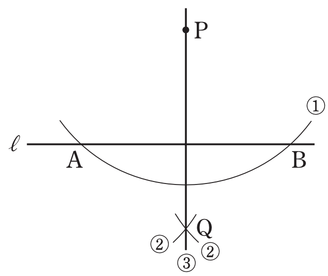
直線 ℓ 上にない点Pを通り，直線 ℓ に垂直な直線をひく。

①　点Pを中心とする円をかき，直線 ℓ との交点をA，Bとする。

②　点A，Bをそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点の１つをQとする。

③　直線PQをひく。

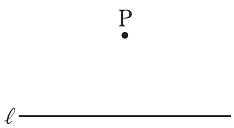
このとき，直線PQは直線 ℓ に垂直な直線である。



➡直線上の点を通る垂線の作図は，180°の角の二等分線の作図と考えることもできる。

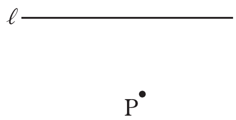
12　点Pを通る直線 ℓ の垂線を作図せよ。

□(1)



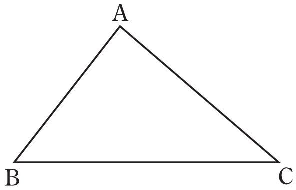
□(2)

□(3)

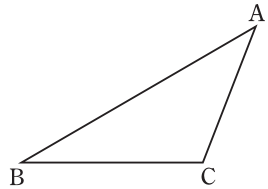


13　次の図で△ABCの底辺を辺BCとしたとき，頂点Aを通り，高さを表す線分AHをそれぞれ作図せよ。

□(1)



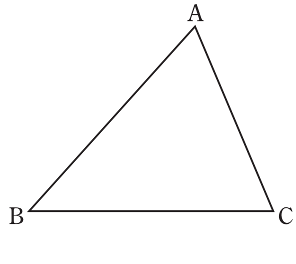
□(2)



14　右の図の△ABCについて，次の問いに答えよ。

□(1)　３つの頂点A，B，Cから，それに向かい合った辺にそれぞれ垂線をひけ。

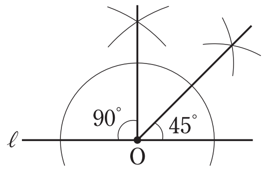
□(2)　(1)から，どんなことがわかるか。



学習の基本　7　角の作図

問題　**垂線や角の二等分線の作図を利用して，90°の角，45°の角をそれぞれ作図せよ。**

解　90°の角は，右の図のように，直線 ℓ 上に点Oをとり，点Oを通り，直線 ℓ に垂直な直線を作図すれば求められる。
45°の角は，90°の半分の大きさだから，90°の角の二等分線を作図すれば求められる。



答　右の図

➡90°や60°の作図や角の二等分線の作図を組み合わせれば，いろいろな大きさの角をつくることができる。

15 次の角を作図せよ。

□(1)　90°　　□(2)　45°　　□(3)　225°

16 右の図の線分ABを１辺とし，∠C＝90° である
□直角二等辺三角形ABCを作図せよ。
ただし，頂点Cは線分ABの上側にあるものとする。

17 右の図の線分ABについて，次の問いに答えよ。

□(1)　線分ABを１辺とする正三角形ABCを作図せよ。
ただし，頂点Cは線分ABの上側にあるものとする。

□(2)　(1)を利用して，30°の角を作図せよ。

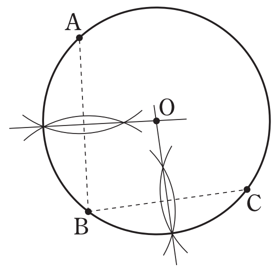
★ **18** 右の図の直線ABについて，次の問いに答えよ。

□(1)　線分ABを１辺とする正三角形ABCと，点Bを通り，直線ABに垂直な半直線BDを作図せよ。
ただし，頂点C，点Dは直線ABの上側にあるものとする。

□(2)　(1)を利用して，∠CBE＝75° となるような半直線BEを作図せよ。

学習の基本 ⑧ 円と作図

問題　**3点A，B，Cを通る円Oを作図せよ。**

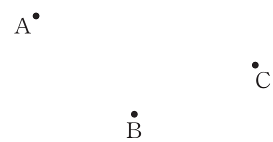


解　円がかけたとすると，半径だから，OA＝OB＝OCである。
OA＝OBより，点Oは線分ABの垂直二等分線上にある。
また，OB＝OCより，点Oは線分BCの垂直二等分線上にある。
したがって，線分ABと線分BCの垂直二等分線の交点をOとし，点Oを中心として，半径OAの円をかく。

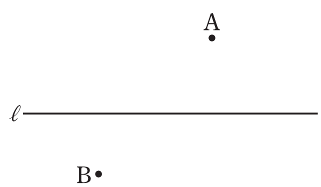
答　右の図

➡ 2点A，Bを通る円の中心は線分ABの垂直二等分線上，角の2辺に接する円の中心はその角の二等分線上にある。

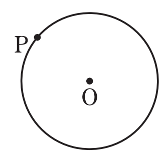
19 右の図の3点A，B，Cを通る円Oを作図せよ。



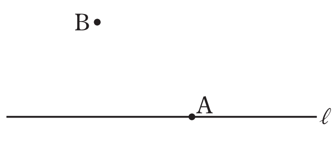
20 右の図で，中心Oが直線ℓ上にあり，2点A，Bを通る円Oを作図せよ。



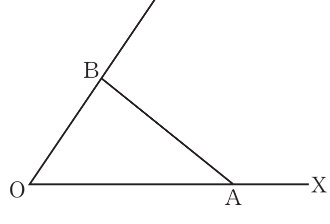
21 右の図で，点Pを通る円Oの接線を作図せよ。



★ **22** 右の図で，点Aで直線ℓに接し，点Bを通る円Oを作図せよ。

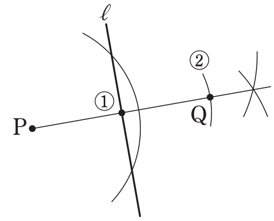


★ **23** 右の図で，中心が線分AB上にあり，半直線OX，OYに接する円を作図せよ。



学習の基本 ⑨ 対称と作図

問題 **右の図のように，点Pと直線 ℓ があるとき，点Pと直線 ℓ について対称な点Qを作図せよ。**

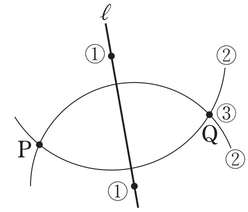


解 次のように作図すればよい。

①点Pを通る直線 ℓ の垂線をひき，直線 ℓ との交点をとる。

②その点を中心として，点Pを通る円をかき，垂線との交点をQとする。

答 右の図



別解 次のような方法もある。

①直線 ℓ 上に適当な2点をとる。

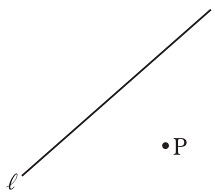
②それらの2点を中心とし，点Pを通る円をそれぞれかく。

③②の2つの円の交点のうち，Pでない方をQとする。

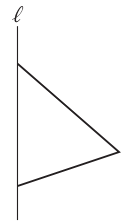
➡2点PとQが直線 ℓ について対称であるとき，点Rを直線 ℓ 上にとると，PR＝QR となっている。

24 次の問いに答えよ。

□(1)　点Pと直線 ℓ について対称な点を作図せよ。

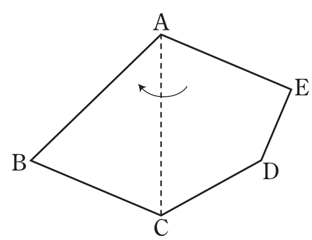


□(2)　直線 ℓ を対称の軸とする線対称な図形を完成させよ。



25 右の図のような五角形ABCDEの形をした紙がある。

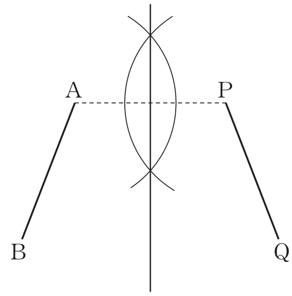
□　四角形ACDEの部分を，対角線ACを折り目として折ったときの状態を作図せよ。



★ **26** 右の図で，直線 ℓ 上に点Pをとり，AP＋BP の長さがもっとも短くなるようにしたい。点Pを作図せよ。

学習の基本 10　移動と作図

問題　**右の図の線分PQは，線分ABを対称移動したものである。このとき，対称の軸を作図せよ。**



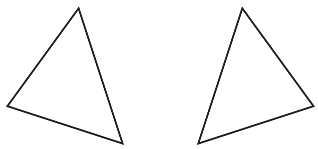
解　対称の軸は，対応する2点を結ぶ線分の垂直二等分線である。したがって，点Aと点P(または，点Bと点Q)を結ぶ線分の垂直二等分線を作図すればよい。

答　右の図

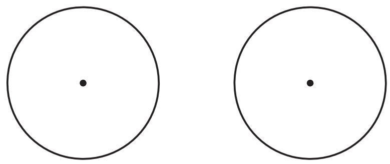
➡回転移動したときの回転の中心は，対応する2点を結ぶ線分の垂直二等分線上にある。

27 下の図(1)，(2)で，右の図形は，左の図形を対称移動したものである。それぞれの図において対称の軸を作図せよ。

□(1)



□(2)



28 次の問いに答えよ。

□(1)　下の図1で，線分PQは，線分ABを回転移動したものである。このとき，回転の中心Oを作図せよ。ただし，点Aと点P，点Bと点Qが対応するものとする。

□(2)　下の図2で，△PQRは，△ABCを回転移動したものである。このとき，回転の中心Oを作図せよ。

図1

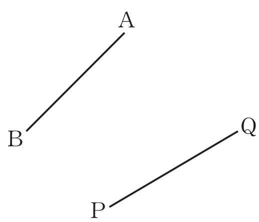
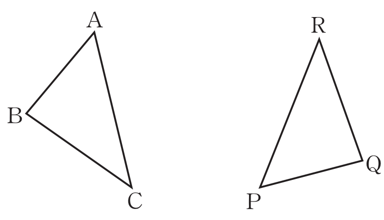
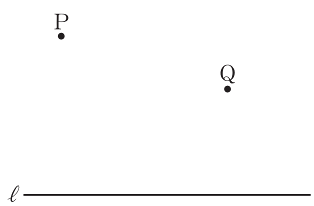


図2



29 右の図の点Qは，点Pを直線ℓ上の1点Oを中心として回転移動したものである。点Oを作図せよ。
□



★★

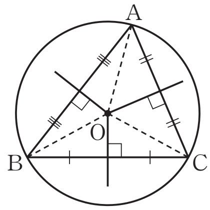
研究セミナー１　三角形の外接円

① 三角形の３つの頂点を通る円を，その三角形の外接円という。

② 外接円の中心を外心という。

③ 外心は，三角形の３つの頂点から等しい距離にある点であり，その距離が外接円の半径である。

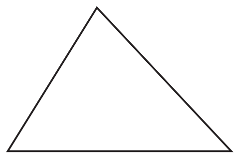
△ABCで，辺AB，BCの垂直二等分線の交点をOとするとOA＝OB＝OCとなるので，点Oは辺CAの垂直二等分線上の点でもある。すなわち，三角形の３辺の垂直二等分線は１点で交わり，その点が外心となる。



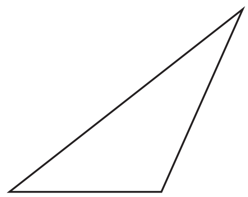
★★

問題１　次の三角形の外接円をそれぞれ作図せよ。

□(1)



□(2)



★★

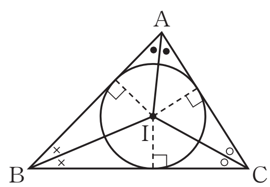
研究セミナー２　三角形の内接円

① 三角形の内部にあり，３つの辺に接する円を，その三角形の内接円という。

② 内接円の中心を内心という。

③ 内心は，三角形の３辺までの距離(辺にひいた垂線の長さ)がすべて等しい点であり，その距離が内接円の半径である。

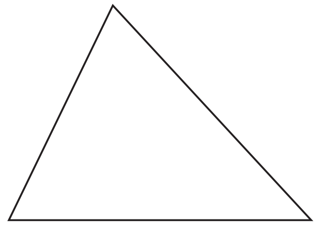
△ABCで，∠A，∠Bの二等分線の交点をＩとする。点Ｉは AB，BC，CAから等しい距離にあるので，点Ｉは∠Cの二等分線上の点でもある。すなわち，三角形の３つの角の二等分線は１点で交わり，その点が内心となる。



★★

問題２　右の三角形の内接円を作図せよ。

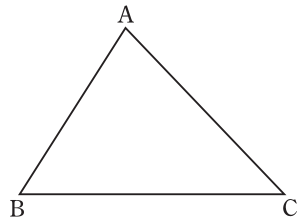
□



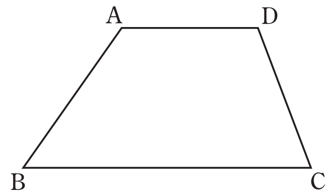
チェック問題　3　作図

レベル1

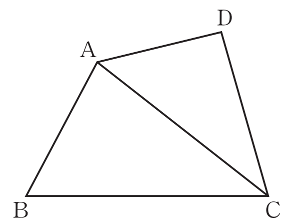
1　右の図の△ABCで，2頂点A，Bから等しい距離にあって，しかも，2辺AB，ACからも等しい距離にある点Pを作図せよ。 ➡学 2～5



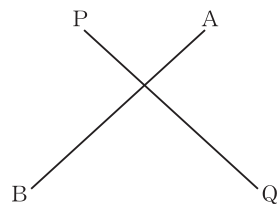
2　右の図の台形ABCDで，頂点Aを通り，高さを表す線分を作図せよ。 ➡学 6



3　右の図のような四角形ABCDの形をした紙がある。△ADCの部分を，対角線ACを折り目として折ったときの状態を作図せよ。 ➡学 9



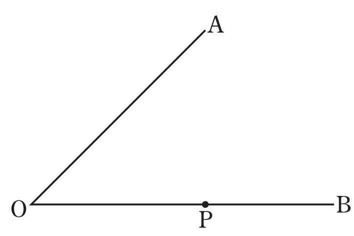
4　右の図で，線分PQは線分ABを対称移動したものである。このとき，対称の軸 ℓ を作図せよ。 ➡学 10



レベル2

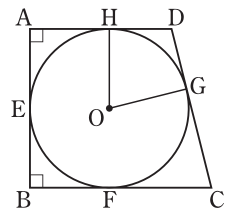
5　右の図のように，線分AB上に点Cがある。このとき，線分ACを1辺とし，∠ACD＝120°，AC＝DCとなる二等辺三角形ACDを，線分ABの上側に作図せよ。

6　右の図で，半直線OAと接し，さらに，半直線OBと点Pで接する円を作図せよ。



5章の確認

1　平行と垂直　右の図の台形ABCDで，点E，F，G，Hはそれぞれ辺と円Oとの接点である。次の問いに答えよ。



□(1)　線分OGと線分OHの長さが等しいことを式で表せ。

□(2)　辺ADと辺BCが平行であることを，記号を使って表せ。

□(3)　線分OGと辺DCが垂直であることを，記号を使って表せ。

2　作図　次の作図をせよ。

□(1)　線分ABの垂直二等分線(図１)

□(2)　∠AOBの二等分線(図２)

□(3)　点Pを通り，直線ℓに垂直な直線(図３)

図１

図２

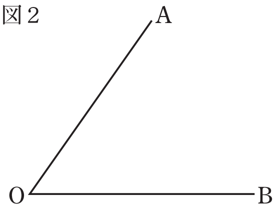
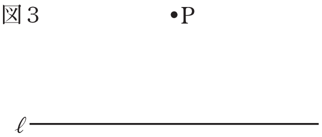
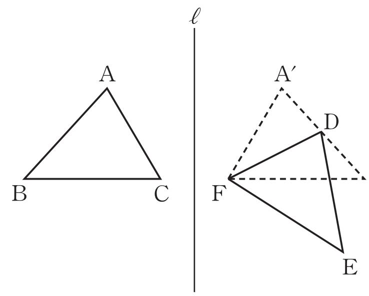


図３



3　図形の移動　右の図の△DEFは，△ABCを直線ℓを対称の軸として対称移動し，さらに点Fを中心として時計まわりに30°回転移動したものである。

△ABCと△DEFについて，次の問いに答えよ。



□(1)　点Aに対応する点をいえ。

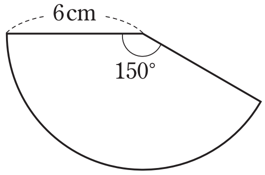
□(2)　辺ABに対応する辺をいえ。

□(3)　∠DEFに対応する角をいえ。

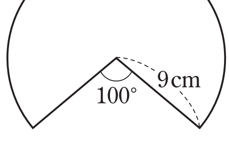
□(4)　∠ACB＝58°のとき，∠A′FEの大きさを求めよ。

4　おうぎ形　次のおうぎ形の弧の長さと面積を求めよ。

□(1)

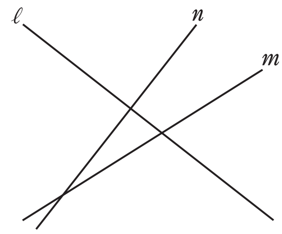


□(2)

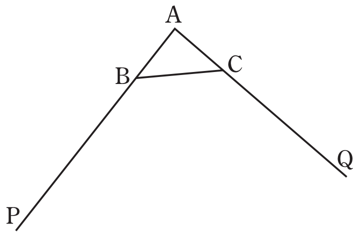


5章の応用

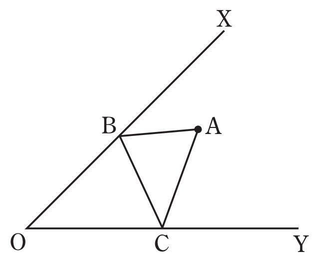
★ **1**　右の図のような3直線ℓ，m，nがあるとき，直線n上にあり，2直線ℓ，mからの距離が等しい点を作図せよ。



★ **2**　右の図で，△ABCの辺BCおよび，半直線BP，CQに接する円を作図せよ。

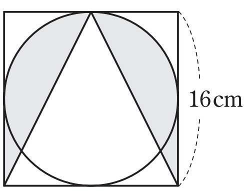


★★ **3**　右の図のように，∠XOYの内部に点Aがある。辺OX，OY上にそれぞれ点B，Cをとり，△ABCを作る。このとき，△ABCの周の長さがもっとも短くなるようにするには，点B，Cをどのようにとればよいか。図にかいて示せ。

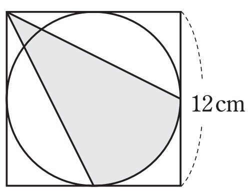


★ **4**　次の図は，円と正方形を組み合わせたものである。影の部分の面積を求めよ。

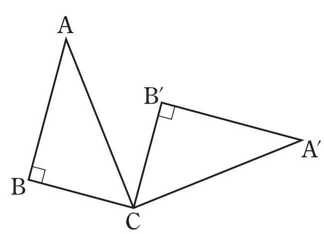
(1)



(2)



★★ **5**　右の図で，△A′B′Cは，∠B＝90°の直角三角形ABCを点Cを中心として90°回転移動したものである。
AB＝8cm，BC＝6cm，CA＝10cmのとき，次の問いに答えよ。



(1)　辺ABが通過してできる図形をかけ。

(2)　(1)の図形の面積を求めよ。