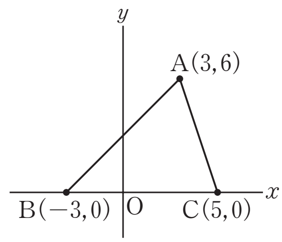
❹ グラフと図形

▶チェック問題 ⇨ P84，85

学習の基本 ① 三角形の面積の2等分⑴ ～頂点を通る直線～

問題 **右の図で，頂点Aを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。**



解 右の図のように，三角形の1つの頂点を通り，向かい合う辺の中点を通る直線は，三角形の面積を2等分するから，A(3，6)を通り，線分BCの中点を通る直線の式を求めればよい。

線分BCの中点は，$\left(\dfrac{-3+5}{2},\ \dfrac{0+0}{2}\right)$より(1, 0)

だから，2点A(3，6)，(1，0)を通る直線の式を求めればよい。

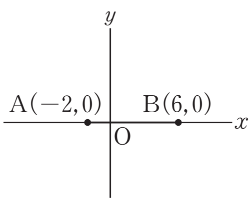
2点$(a,\ b)$，$(c,\ d)$を結ぶ線分の中点の座標は，
$\left(\dfrac{a+c}{2},\ \dfrac{b+d}{2}\right)$

答 $y=3x-3$

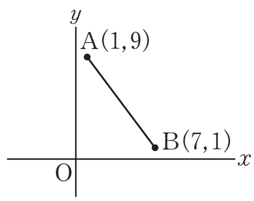
➡底辺の長さと高さが等しい2つの三角形は，面積が等しい。

1 次の図で，線分ABの中点の座標を求めよ。

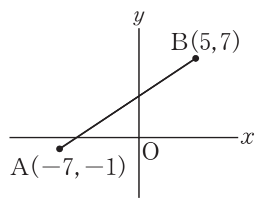
□⑴



□⑵

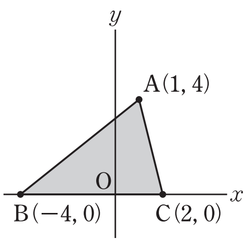


□⑶

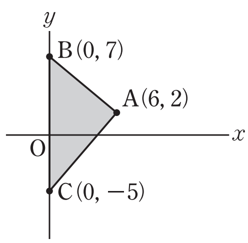


2 次の図で，頂点Aを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。

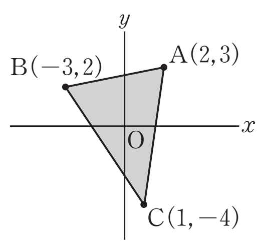
□⑴



□⑵

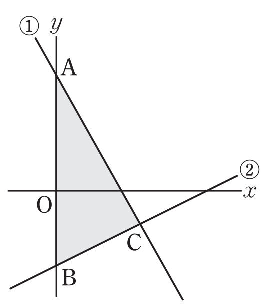


□⑶



3 右の図のように，2直線$y=-2x+6$ ……①，$y=\dfrac{1}{2}x-4$ ……②

があある。y軸と直線①，直線②との交点をそれぞれA，B，直線①と②の交点をCとする。このとき，次の問いに答えよ。



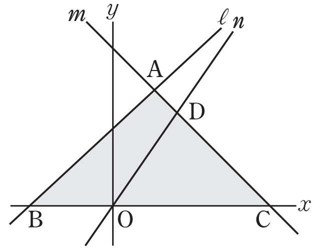
□⑴ 点Cの座標を求めよ。

□⑵ 点Bを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。

★ AR

学習の基本 2 三角形の面積の2等分(2) 〜辺上の点を通る直線〜

問題 **右の図で，2直線ℓ，mは，それぞれ関数$y=x+4$，$y=-x+8$のグラフである。点Aはℓとmの交点で，2点B，Cはそれぞれx軸とℓ，mとの交点である。このとき，原点Oを通り，△ABCの面積を2等分する直線nの式を求めよ。**



解 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=-x+8 \end{cases}$を解いて，A(2，6) また，B(−4，0)，

C(8，0)となるから，△ABCの面積は，$\frac{1}{2}\times\{8-(-4)\}\times6=36$

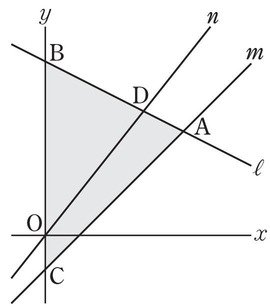
直線mとnの交点をDとし，点Dのy座標をtとすると，△DOCの面積は△ABCの面積の$\frac{1}{2}$だから，$\frac{1}{2}\times8\times t=36\times\frac{1}{2}$，$t=\frac{9}{2}$ 点Dのx座標は，$\frac{9}{2}=-x+8$，$x=\frac{7}{2}$

D$\left(\frac{7}{2}，\frac{9}{2}\right)$より，直線$n$の傾きは，$\frac{9}{2}\div\frac{7}{2}=\frac{9}{7}$ よって，直線nの式は，$y=\frac{9}{7}x$

答 $y=\frac{9}{7}x$

➡点の座標を未知数とし，三角形の面積についての方程式をつくる。

★ **4** 右の図で，2直線ℓ，mは，それぞれ関数$y=-\frac{1}{2}x+10$，$y=x-2$のグラフである。点Aはℓとmの交点で，2点B，Cはそれぞれy軸とℓ，mとの交点である。次の問いに答えよ。

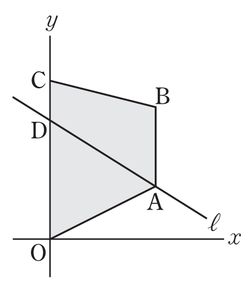


□(1) △ABCの面積を求めよ。

(2) 原点Oを通り，△ABCの面積を2等分する直線をnとし，直線ℓとnの交点をDとする。このとき，次の①，②を求めよ。

□① 点Dのx座標　　□② 直線nの式

★ **5** 右の図のように，4点O(0，0)，A(4，2)，B(4，5)，C(0，6)を頂点とする台形OABCがある。次の問いに答えよ。



□(1) 台形OABCの面積を求めよ。

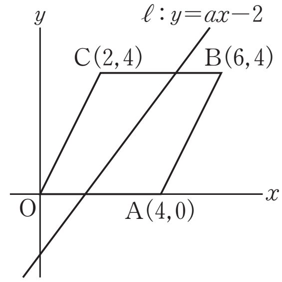
(2) 点Aを通る直線ℓが台形OABCの面積を2等分するとき，次の①，②を求めよ。

□① 直線ℓとy軸の交点Dの座標　　□② 直線ℓの式

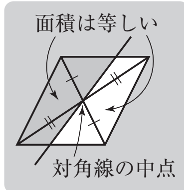
★ **6** □ 上の**5**の図において，点E(0，2)を通る直線mと辺ABの交点をFとすると，台形OAFEの面積は台形OABCの面積の$\frac{1}{3}$になる。このとき，直線mの式を求めよ。

学習の基本　3　平行四辺形の面積の2等分

問題　右の図で，直線 ℓ：$y=ax-2$ が平行四辺形OABCの面積を2等分するとき，a の値を求めよ。



解　平行四辺形は対角線の交点(対角線の中点)を通る直線で，面積が2等分される。



よって，直線 ℓ が線分OBの中点

$\left(\dfrac{0+6}{2},\ \dfrac{0+4}{2}\right)$ より(3，2)を通ればよいから，$y=ax-2$ に，$x=3$，$y=2$ を代入して，

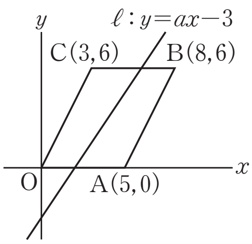
$2=3a-2$，$a=\dfrac{4}{3}$

答　$a=\dfrac{4}{3}$

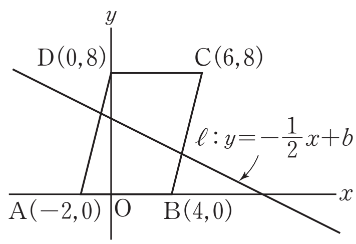
➡平行四辺形は対角線の交点を通る直線によって，合同な2つの図形に分けられる。

7　次の図で，直線 ℓ が平行四辺形の面積を2等分するとき，a や b の値を求めよ。

□(1)

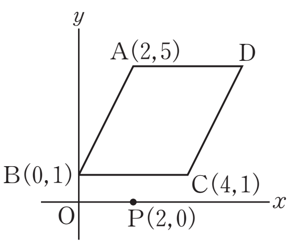


□(2)

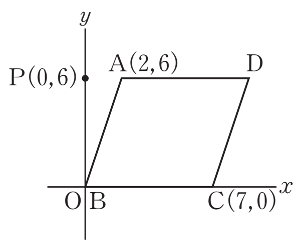


8　次の図で，四角形ABCDは平行四辺形である。点Pを通り，平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めよ。

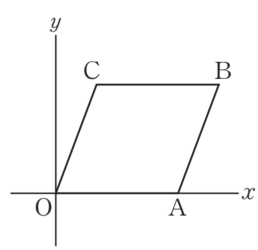
□(1)



□(2)



9　右の図で，四角形OABCは平行四辺形で，点A，Cの座標はそれぞれ(9，0)，(3，8)である。



□(1)　点Bの座標を求めよ。

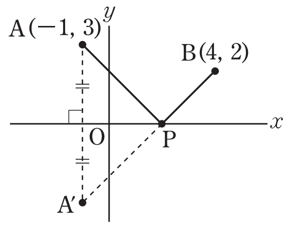
□(2)　線分ACと線分OBの交点の座標を求めよ。

□(3)　点P(3，0)を通り，平行四辺形OABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。

★

研究セミナー　最短距離

問題　**右の図のように，2点A(−1，3)，B(4，2)がある。x軸上に点Pをとり，AP＋PBの長さが最短になるようにしたときの点Pの座標を求めよ。**



解　点Aとx軸について対称な点をA′とすると，AP＝A′Pだから，AP＋PB＝A′P＋PBとなる。よって，A′PBが一直線になるとき，AP＋PBの長さは最短になる。

直線A′Bの式を$y=ax+b$とすると，A′(−1，−3)，B(4，2)を通ることより，

$\begin{cases} -3=-a+b \\ 2=4a+b \end{cases}$　これを解いて，$a=1$，$b=-2$より，$y=x-2$

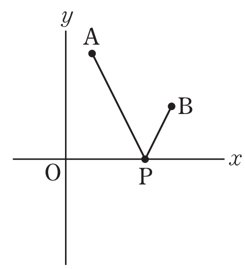
点Pのy座標は0だから，x座標は，$0=x-2$より，$x=2$　よって，P(2，0)

答　(2，0)

➡ x軸に対称な点はy座標の正負が逆，y軸に対称な点はx座標の正負が逆。

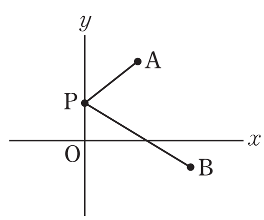
★ **問題1**　右の図のように，2点A(2，8)，B(8，4)がある。

□ x軸上に点Pをとり，AP＋PBの長さが最短になるようにしたときの点Pの座標を求めよ。



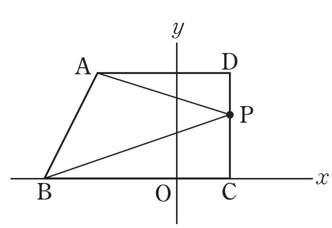
★ **問題2**　右の図のように，2点A(4，6)，B(8，−2)がある。

□ y軸上に点Pをとり，AP＋PBの長さが最短になるようにしたときの点Pの座標を求めよ。



★★ **問題3**　右の図の台形ABCDで，A(−3，4)，B(−5，0)，

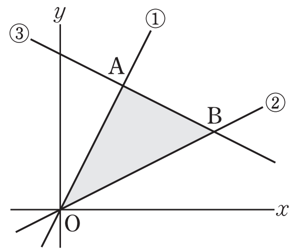
□ C(2，0)，D(2，4)である。辺CD上に点Pをとり，AP＋PBの長さが最短になるようにしたときの点Pの座標を求めよ。



チェック問題 1　4　グラフと図形

レベル1

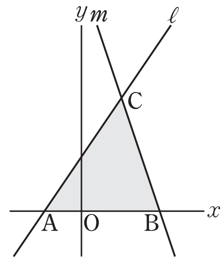
1　右の図のように，3直線 $y=2x$ ……①，$y=\frac{1}{2}x$ ……②，$y=-\frac{1}{2}x+10$ ……③ がある。直線①と③の交点をA，直線②と③の交点をBとするとき，次の問いに答えよ。



□(1)　点A，Bの座標をそれぞれ求めよ。

□(2)　点Bを通り，△OABの面積を2等分する直線の式を求めよ。

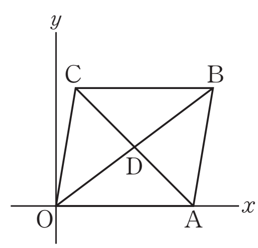
2　右の図で，直線 ℓ はA$(-4,\ 0)$を通り傾きが $\frac{3}{2}$，直線 m はB$(8,\ 0)$を通り，ℓ と m は点Cで交わっている。次の問いに答えよ。



□(1)　直線 ℓ の式を求めよ。

□(2)　点Cの x 座標が4のとき，原点Oを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。

3　右の図のように，平行四辺形OABCがあり，点A，Cの座標はそれぞれ$(7,\ 0)$，$(1,\ 6)$である。対角線ACとOBの交点をDとするとき，次の問いに答えよ。



□(1)　点Bの座標を求めよ。

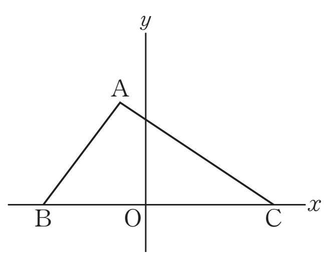
□(2)　点Dの座標を求めよ。

□(3)　直線 $y=x+b$ が平行四辺形OABCの面積を2等分するとき，b の値を求めよ。

□(4)　点$(6,\ 0)$を通る直線 ℓ が平行四辺形OABCの面積を2等分するとき，ℓ の式を求めよ。

レベル2

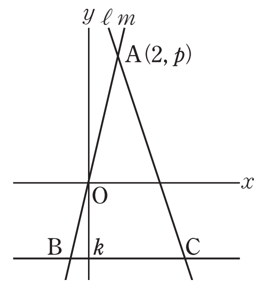
★**4**　□右の図のように，3点A$(-1,\ 4)$，B$(-4,\ 0)$，C$(5,\ 0)$を頂点とする△ABCがある。原点Oを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。



◐ チェック問題２ ◐　4　グラフと図形

レベル1

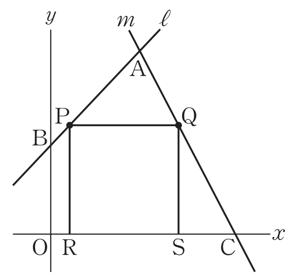
1 右の図で，直線 ℓ は関数 $y=-3x+15$ のグラフで，$\mathrm{A}(2,\ p)$ は直線 ℓ 上にある。原点Oと点Aを通る直線を m とするとき，次の問いに答えよ。



□(1)　交点Aの y 座標 p と，直線 m の式をそれぞれ求めよ。

□(2)　直線 $y=k$ と２直線 m，ℓ との交点をそれぞれB，Cとする。BC＝10 となる k の値を求めよ。ただし，$k<0$ とする。

★ **2** 右の図で，直線 ℓ，m はそれぞれ関数 $y=x+4$，$y=-2x+16$ のグラフであり，点Aは ℓ と m の交点，点Bは ℓ と y 軸との交点，点Cは m と x 軸との交点である。点P，Qをそれぞれ線分AB，AC上，点R，Sを x 軸上に，四角形PRSQが長方形になるようにとる。次の問いに答えよ。

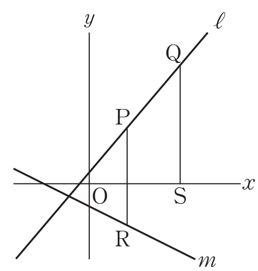


□(1)　点Pの x 座標を t とするとき，点Qの x 座標を t を使って表せ。

□(2)　四角形PRSQが正方形になるときの点Pの座標を求めよ。

レベル2

★ **3** 右の図で，直線 ℓ，m の式はそれぞれ $y=\dfrac{3}{4}x+1$，$y=-\dfrac{1}{2}x-2$ であり，点P，Qは直線 ℓ 上の点である。点P，Qを通り y 軸に平行な直線と直線 m，x 軸との交点をそれぞれR，Sとする。点Pの x 座標が正で，点Qの x 座標が点Pの x 座標より６大きいとき，次の問いに答えよ。



□(1)　点Pの x 座標を t として，線分PRの長さを t を使って表せ。

□(2)　四角形PRSQが平行四辺形となるとき，点Pの座標を求めよ。

□(3)　(2)のとき，原点を通り，平行四辺形PRSQの面積を２等分する直線の式を求めよ。

3章の確認

1 **1次関数**　下の(1)〜(4)にあてはまるものを，次の式の中からそれぞれすべて選び，記号で答えよ。

ア　$y=x+6$　　**イ**　$y=2x+3$　　**ウ**　$y=\frac{6}{x}$　　**エ**　$y=-3x+6$

□(1)　y は x の1次関数である。

□(2)　x の値が増加するとき，それに対応する y の値も増加する。

□(3)　グラフが y 軸上の同じ点を通る。

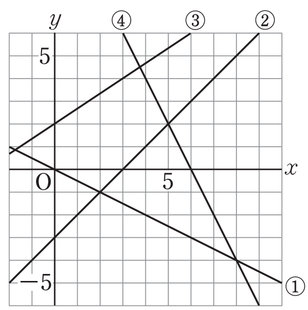
□(4)　x の変域が $0\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 6$ である。

2 **1次関数の求め方**　次の問いに答えよ。

□(1)　変化の割合が -2 で，$x=3$ のとき $y=0$ である1次関数の式を求めよ。

□(2)　2点(12，1)，(3，-2)を通る直線の式を求めよ。

3 **1次関数と方程式**　右の図について，次の問いに答えよ。

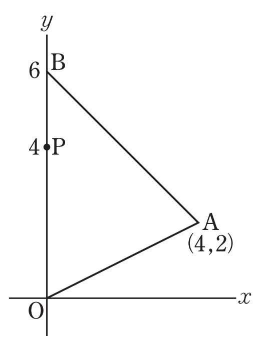


□(1)　①〜④の直線の式を求めよ。

□(2)　連立方程式 $\begin{cases} y=x-3 \\ y=-2x+12 \end{cases}$ の解を，右の図を利用して求めよ。

□(3)　直線③と④の交点の座標を求めよ。

4 **グラフと図形**　右の図のように，3点O(0，0)，A(4，2)，B(0，6)を頂点とする△OABと，点P(0，4)がある。このとき，次の問いに答えよ。



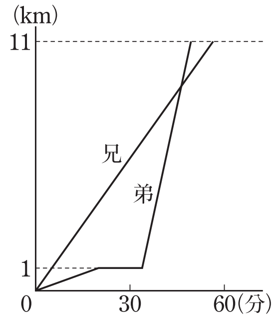
□(1)　点Aを通り，△OABの面積を2等分する直線の式を求めよ。

□(2)　点Pを通り，△OABの面積を2等分する直線の式を求めよ。

3章の応用

1 兄と弟が9時ちょうどに家を出発し，同じ道を通って，家から11km離れた遊園地に向かった。兄は自転車に乗り時速12kmで進み，弟は1km離れたバス停まで時速3kmで歩き，そこで13分間待ち，バスに15分間乗って遊園地に着いた。

右の図は，兄と弟が家を出発してから遊園地に着くまでの，時間と道のりの関係をグラフに表したものである。

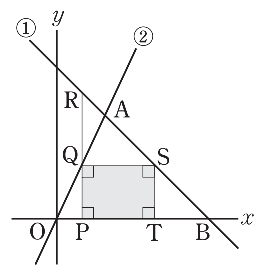


□(1) 弟が遊園地に到着したのは何時何分か。

□(2) 弟の乗ったバスが兄の自転車に追いついたのは，家から何kmの地点か。

★ **2** 右の図で，直線①，②はそれぞれ関数 $y=-x+12$，$y=2x$ のグラフである。直線①と直線②，x 軸との交点をそれぞれA，Bとする。x 軸上の点Pから y 軸に平行な直線をひき，直線②，①との交点をそれぞれQ，Rとする。また，図のように長方形PTSQを作る。

このとき，次の問いに答えよ。

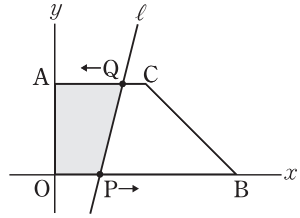


□(1) △AOBの面積を求めよ。

□(2) 点Pの x 座標が2のとき，長方形PTSQの面積を求めよ。

□(3) 点Qが線分OA上にあり，PQ＝QR となるときの点Pの座標を求めよ。

★★ **3** 4点A(0, 6)，O(0, 0)，B(12, 0)，C(6, 6)を頂点とする台形AOBCがある。点P，Qはそれぞれ点O，Cを同時に出発して，Pは辺OB上をBまで秒速2cmで，Qは辺CA上をAまで秒速1cmで動く。2点P，Qを通る直線を ℓ とするとき，次の問いに答えよ。ただし，座標軸の1目もりを1cmとする。



□(1) 点Pの座標が(3, 0)のとき，直線 ℓ の式を求めよ。

□(2) 出発してから t 秒後$(0 \leqq t \leqq 6)$の台形AOPQの面積を S cm^2 として，S を t の式で表せ。

□(3) 台形AOPQの面積が台形AOBCの面積の $\dfrac{5}{9}$ 倍になるのは，出発してから何秒後か。