

④ 方程式の利用(3)

▶ チェック問題 ⇒ P89

【学習1】 図形への利用(1) ~面積の公式~

問題 底辺が12cm、面積が36cm²の三角形がある。この三角形の高さは何cmか。

解 三角形の高さを x cm とすると、

$$\frac{1}{2} \times 12 \times x = 36 \text{ より, } x = 6 \quad \leftarrow \text{三角形の面積は, } \frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$$

高さが6cmのとき、三角形の面積は $\frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$ (cm²) で、問題に適している。

答 6cm

1 次の問いに答えよ。

- (1) 高さが5cmで、面積が20cm²の三角形がある。この三角形の底辺は何cmか。
- (2) 面積が54cm²のひし形がある。一方の対角線が6cmのとき、もう一方の対角線は何cmか。
- (3) 上底が7cm、高さが6cm、面積が60cm²の台形がある。この台形の下底は何cmか。
- (4) 周の長さが24πcmの円がある。この円の半径は何cmか。

【学習2】 図形への利用(2) ~面積の公式の利用~

問題 周の長さが54cmで、横の長さが縦の長さの2倍より3cm短い長方形がある。この長方形の面積は何cm²か。

解 長方形の縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(2x-3)$ cm と表せるから、

$$2\{x + (2x-3)\} = 54 \text{ より, } x = 10 \quad \leftarrow \text{長方形の周の長さは, } 2 \times \{(\text{縦の長さ}) + (\text{横の長さ})\}$$

縦の長さが10cmのとき、横の長さは $2 \times 10 - 3 = 17$ (cm) で、問題に適している。

よって、長方形の面積は、 $10 \times 17 = 170$ (cm²)

答 170cm²

注意 $x=10$ は、長方形の縦の長さを表している。問題で問われているのは面積であることに注意。

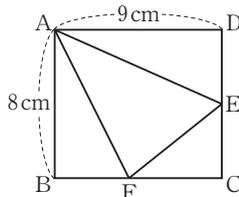
2 次の問いに答えよ。

- (1) 周の長さが60cmで、横の長さが縦の長さより6cm長い長方形がある。この長方形の面積は何cm²か。
- (2) 高さが4cmで、上底が下底より2cm短く、面積が28cm²の台形がある。この台形の上底を2cm長くして平行四辺形にすると、面積は何cm²になるか。

★ 3 次の問いに答えよ。

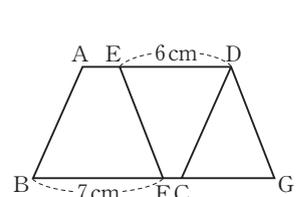
- (1) 右の図1で、四角形ABCDは長方形、点Eは辺CDの真ん中の点、点Fは辺BC上の点である。三角形AEFの面積が28cm²のとき、CFの長さは何cmか。

図1



- (2) 右の図2で、四角形ABCD, EFGD

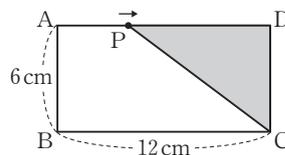
図2



は平行四辺形で、辺BC, FGを底辺としたときの高さはともに6cmである。三角形DCGの面積が15cm²のとき、四角形ABFEの面積は何cm²か。

学習3 図形への利用(3) ～点の移動～

問題 右の図の長方形ABCDで、点Pは辺AD上をAからDまで毎秒2cmの速さで動く。次の問いに答えよ。



(1) 点PがAを出発してから x 秒後の三角形PCDの面積を、 x を使ったもっとも簡単な式で表せ。

(2) 三角形PCDの面積が 15cm^2 になるのは、点PがAを出発してから何秒後か。

解 (1) 点PがAを出発して x 秒後には、 $AP=2x\text{cm}$ 、 $PD=AD-AP=12-2x(\text{cm})$ となる。

よって、三角形PCDの面積は、 $\frac{1}{2} \times PD \times CD = \frac{1}{2} \times (12-2x) \times 6 = -6x+36(\text{cm}^2)$

(2) 三角形PCDの面積が 15cm^2 のとき、

$$-6x+36=15 \text{ より、} x=3.5$$

$x=3.5$ のとき、三角形PCDの面積は

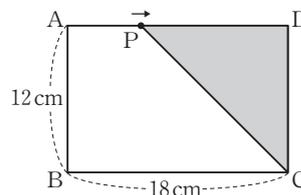
$$-6 \times 3.5 + 36 = 15(\text{cm}^2) \text{ で、問題に適している。}$$

注意 $12 \div 2 = 6$ (秒)より、点Pは出発して6秒後にDに着くので、 x の値の範囲は $0 \leq x \leq 6$ である。方程式の解がこの範囲にあることも確認しておくこと。

答 (1) $-6x+36(\text{cm}^2)$ (2) 3.5秒後

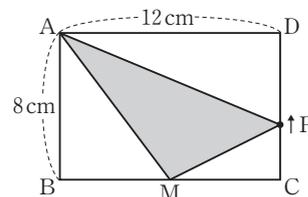
4 右の図の長方形ABCDで、点Pは辺AD上をAからDまで毎秒3cmの速さで動く。次の問いに答えよ。

□(1) 点PがAを出発してから x 秒後の三角形PCDの面積を、 x を使ったもっとも簡単な式で表せ。



□(2) 三角形PCDの面積が 63cm^2 になるのは、点PがAを出発してから何秒後か。

★ 5 右の図の長方形ABCDで、点Mは辺BCの真ん中の点である。また、点Pは辺CD, DA上をCからDを通してAまで、毎秒1cmの速さで動く。点PがCを出発してからの時間を t 秒として、次の問いに答えよ。



□(1) t の値が次のときの三角形AMPの面積は何 cm^2 か。

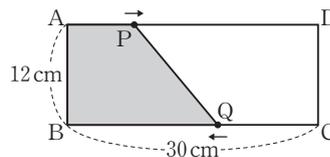
① $t=3$ のとき ② $t=8$ のとき ③ $t=10$ のとき

□(2) 次のときの三角形AMPの面積を、 t を使ったもっとも簡単な式で表せ。

① 点Pが辺CD上にあるとき ② 点Pが辺DA上にあるとき

□(3) 三角形AMPの面積が 30cm^2 になるときの t の値をすべて求めよ。

★ 6 右の図の長方形ABCDで、点Pは辺AD上をAからDまで毎秒2cmの速さで、点Qは辺CB上をCからBまで毎秒3cmの速さで動く。点QはBに到達すると止まるが、その後も点PはDに向かって動き、Dに到達して止まるものとする。このとき、長方形ABCDを直線PQによって2つに分けた図形のうち、頂点Aをふくむ方の図形をSとする。



2点P, QがそれぞれA, Cを同時に出発するとき、次の問いに答えよ。

□(1) 図形Sが長方形になるのは、2点P, Qが出発してから何秒後か。

□(2) 図形Sの面積が 156cm^2 になるのは、2点P, Qが出発してから何秒後か。すべて求めよ。

3章 方程式

【学習4】 規則性への利用(1) ～数の表～

問題 右のカレンダーで4つの数を□で囲み、その和を考える。
4つの数のうち最小の数を n として、次の問いに答えよ。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

- (1) $n=17$ のとき、4つの数の和を求めよ。
(2) 4つの数の和が72のとき、 n の値を求めよ。

解 4つの数の関係は、右のようになっている

$$\begin{array}{cc} n & n+1 \\ n+7 & n+8 \end{array}$$

から、4つの数の和は、

$$n+(n+1)+(n+7)+(n+8)=4n+16$$

(1) $4n+16$ に $n=17$ を代入すると、 $4 \times 17 + 16 = 84$

(2) 4つの数の和が72になるとき、 $4n+16=72$ より、 $n=14$ これは問題に適している。

答 (1) 84 (2) $n=14$

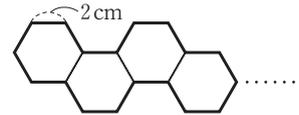
7 右の図のように、自然数を1から順に6つずつ並べた表で、5つの数を+で囲み、その和を考える。5つの数のうち、真ん中の数を n として、次の問いに答えよ。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- (1) $n=27$ のとき、5つの数の和を求めよ。
□(2) 5つの数の和が200のとき、 n の値を求めよ。

【学習5】 規則性への利用(2) ～図形と規則性～

問題 1辺が2cmの正六角形を右の図のように規則正しく並べて図形を作っていく。次の問いに答えよ。



- (1) 正六角形を4個並べたとき、図形全体の周の長さは何cmか。
(2) 図形全体の周の長さが156cmになるのは、正六角形を何個並べたときか。

解 正六角形が1個のときの周の長さは12cmで、

正六角形が1個増えるごとに周の長さは8cmずつ増えていく。

(1) $12+8 \times (4-1) = 36$ (cm) ← はじめの12cmに、8cmを $(4-1)=3$ 回たせばよい。

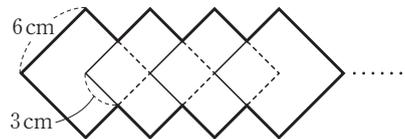
(2) 正六角形を n 個並べたときの図形全体の周の長さは、 $12+8(n-1) = 8n+4$ (cm)

これが156cmになるとき、 $8n+4=156$ より、 $n=19$

$n=19$ のとき、図形全体の周の長さは $12+8 \times (19-1) = 156$ (cm) で、問題に適している。

答 (1) 36cm (2) 19個

8 右の図のように、1辺6cmの正方形の紙を、のりしろの部分(1辺3cmの正方形)になるように貼り合わせて図形を作っていく。次の問いに答えよ。



□(1) 図形全体の周の長さについて

- ① 正方形の紙を4枚使ったとき、図形全体の周の長さは何cmか。
② 図形全体の周の長さが120cmになるのは、正方形の紙を何枚使ったときか。

□(2) 図形全体の面積について

- ① 正方形の紙を4枚使ったとき、図形全体の面積は何 cm^2 か。
② 図形全体の面積が360 cm^2 になるのは、正方形の紙を何枚使ったときか。



チェック問題

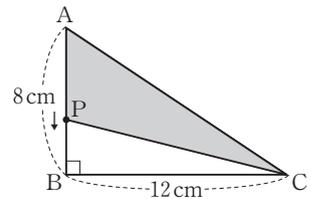
4 方程式の利用(3)

レベル1

1 次の問いに答えよ。

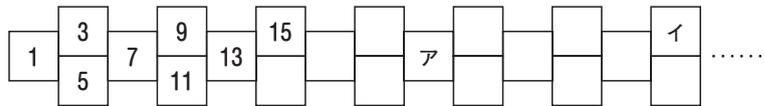
- (1) 底辺が8 cmで、面積が 16 cm^2 の三角形がある。この三角形の高さは何 cmか。
- (2) 上底が下底より1 cm短く、高さが8 cmの台形がある。この台形の面積が 52 cm^2 のとき、上底は何 cmか。
- (3) 周の長さが $10\pi\text{ cm}$ の円がある。この円の面積は何 cm^2 か。
- (4) 周の長さが54 cmで、横の長さが縦の長さの2倍より9 cm短い長方形がある。この長方形の面積は何 cm^2 か。

2 右の図で、三角形ABCは角Bが 90° の直角三角形である。点Pは辺AB、BC上をAからBを通してCまで、毎秒2 cmの速さで動く。点PがAを出発してからの時間を t 秒として、次の問いに答えよ。



- (1) t の値が次のときの三角形APCの面積は何 cm^2 か。
 - ① $t=1$ のとき
 - ② $t=7$ のとき
- (2) 次のときの三角形APCの面積を、 t を使ったもっとも簡単な式で表せ。
 - ① 点Pが辺AB上にあるとき
 - ② 点Pが辺BC上にあるとき
- (3) 三角形APCの面積が 32 cm^2 になるときの t の値をすべて求めよ。

3 右の図のように、1から順に奇数の書かれたカードを規則正しく並べていく。次の問いに答えよ。



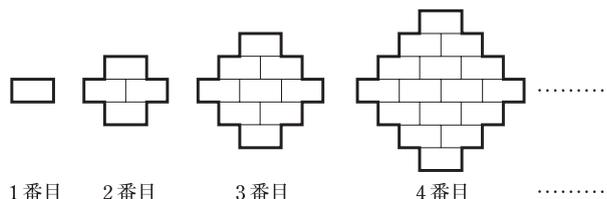
- (1) 図の「ア」、「イ」にあてはまる数をそれぞれ答えよ。

- (2) 3枚のカード に書かれている奇数の和は27である。このように に書かれている

いる3つの奇数の和が117になるとき、この3つの奇数を求めよ。

レベル2

★ 4 右の図のように、縦1 cm、横2 cmの長方形のタイルを規則正しく並べ、1番目、2番目、3番目、4番目、……と図形を作っていく。次の問いに答えよ。



- (1) 6番目の図形に用いられるタイルの枚数と、図形の周の長さを求めよ。
- (2) 図形の周の長さが150 cmになるのは、何番目の図形か。



章末問題 ①

レベル1

★ 1 方程式 $\frac{x}{3}+4=-2x-10$ を右のように解いた。

□の中には、間違いがある。最初に間違っ
て書いた式はどれか。ア～エの中から1つ選
び、記号で答えよ。また、正しい解を
求めよ。

方程式 $\frac{x}{3}+4=-2x-10$ の解き方

$$\frac{x}{3}+2x=-10-4 \quad \cdots\cdots\text{ア}$$

$$x+6x=-14 \quad \cdots\cdots\text{イ}$$

$$7x=-14 \quad \cdots\cdots\text{ウ}$$

$$x=-2 \quad \cdots\cdots\text{エ}$$

2 次の方程式を解け。

□(1) $9-4(3x-2)=7-10x$

□(2) $5(3x-4)=3(6x-7)+13$

□(3) $5-0.3x=1.4-0.06x$

□(4) $2.9+x=-(0.65x+0.4)$

□(5) $\frac{1}{6}x-\frac{5}{2}=\frac{3}{4}x+1$

□(6) $\frac{x}{7}+1=\frac{x}{3}-3$

□(7) $\frac{5x-7}{8}-1=\frac{x-3}{12}$

□(8) $\frac{3x-2}{5}-\frac{x+3}{4}=-5$

3 次の比例式を解け。

□(1) $(1+3x):5=7:2$

□(2) $9:4=(x+8):(18-x)$

4 次の問いに答えよ。

□(1) x についての方程式 $ax-3(a-2)x=5x+21$ の解が $x=-3$ のとき、 a の値を求めよ。

□(2) x についての方程式 $\frac{2x-a}{5}+\frac{2+ax}{7}=1$ の解が $x=-4$ のとき、 a の値を求めよ。

★ 5 4つの数 a, b, c, d について、 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=ad-bc$ とする。例えば、 $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}=3\times 6-4\times 5=-2$

である。次の問いに答えよ。

□(1) $\begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ を計算せよ。

□(2) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 11 & 5 \\ x-3 & -1 \end{bmatrix}$ を満たす x の値を求めよ。



章末問題 ②

レベル2

① 次の問いに答えよ。

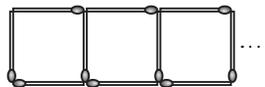
□(1) 十の位と一の位の数の和が11である2桁の自然数がある。この数の十の位と一の位の数を入れかえてできる数は、もとの数を3倍したものより5大きい。もとの自然数を求めよ。

□(2) 1本90円のお茶と1本120円のジュースを合わせて14本買ったところ、代金の合計は1500円になった。お茶とジュースをそれぞれ何本買ったか。

□(3) 姉は1000円、妹は800円を持っている。同じ値段のケーキを姉は1個、妹は2個買ったところ、姉の残金は妹の残金の8倍になった。ケーキ1個の値段は何円か。

□(4) 右の図のようにマッチ棒を並べて右方向に正方形を作っていく。

400本のマッチ棒で正方形は何個作れるか。



★ ② 次の問いに答えよ。

□(1) A地点からB地点までの道のりは2.1kmである。TさんはA地点からB地点まで、はじめは分速60mで歩いていたが、途中から分速150mで走った。このとき、A地点からB地点までにかかった時間は、すべてを分速60mで歩いたときより6分短かった。Tさんが走った道のりは何mか。

□(2) あるマラソン大会の今年の参加者は男女合わせて2750人だった。今年の参加者は、昨年より男子が6%減り、女子が8%増え、男女合わせて2760人だった。今年の男子の参加者は何人か。

★ ③ 図1のように4段に並べられた10個の○の中に、次の手順で数字を書いていく。

1段目…連続する4つの偶数を左から順に書く。

2段目…1段目のとなり合う2つの数の和を書く。

3段目…2段目のとなり合う2つの数の和を書く。

4段目…3段目の2つの数の和を書く。

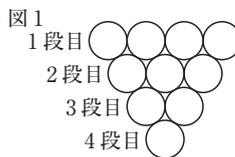


図2は、1段目に4つの偶数2, 4, 6, 8を書いた場合である。次の問いに答えよ。

□(1) 1段目のいちばん左に8を書いたとき、4段目に書かれる数はいくつになるか。

□(2) 4段目に書かれる数が168のとき、1段目に書かれた4つの偶数の和はいくつになるか。



章末チャレンジ問題①

チャレンジ レベル1

① 次の方程式を解け。

$$\square(1) \quad 0.7(1.3x-5)=x+0.01$$

$$\square(2) \quad 3.5-\frac{3x-10}{7}=4.5x$$

$$\square(3) \quad \frac{2}{9}\left(x+\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{8}-\frac{1-x}{6}$$

$$\square(4) \quad \frac{1}{5}\left(1-\frac{x-1}{4}\right)-\frac{1}{2}=\frac{x-4}{3}+3$$

$$\square(5) \quad \frac{1-x}{3 \times 5 \times 7}-\frac{2-x}{5 \times 7 \times 9}=\frac{1-2x}{7 \times 9 \times 11}$$

$$\square(6) \quad \frac{8x+11}{15}-0.8(7x-1)=0.9(x-4)-\frac{x-5}{3}$$

★ ② 次の比例式を解け。

$$\square(1) \quad \frac{x+3}{6} : \frac{2-x}{5} = 25 : 12$$

$$\square(2) \quad 5 : 4 = \left(x + \frac{5}{9}\right) : \frac{2(x+2)}{3}$$

★ ③ 次の問いに答えよ。

□(1) x についての方程式 $5x+4a=1-ax$ の解が、 $2x-3=4x-11$ の解より 1 小さいとき、 a の値を求めよ。

□(2) x についての方程式 $3x-ax+2=5(x-2a)$ の解が、 $4x-7=2(x-1)+9$ の解より 2 大きいとき、 a の値を求めよ。

考 □(3) $a \star b = a - b + ab$ とする。例えば、 $2 \star 5 = 2 - 5 + 2 \times 5 = 7$ である。このとき、 $(x \star 6) \star (-4) = 1$ を満たす x の値を求めよ。

★ ④ 次の問いに答えよ。

□(1) クリップを K さん、L さん、M さん、N さんの 4 人で次のように分ける。まず K さんが全体の $\frac{1}{3}$ をもらう。次に L さんが 10 個をもらう。3 番目に M さんが残りの $\frac{5}{9}$ をもらい、最後に N さんが残った 24 個を全部もらう。クリップは最初に何個あったか求めよ。

□(2) 画用紙を A、B 2 つの箱に分けると、A の箱は全体の $\frac{2}{5}$ よりも 600 枚多く、B の箱は全体の $\frac{4}{7}$ よりも 500 枚少なくなった。最初の画用紙の枚数を求めよ。

□(3) ある高校の入学試験を 450 人が受験し、その 80% が合格した。合格者の平均点は不合格者の平均点より 20 点高く、受験生全体の平均点は 71 点だった。合格者の平均点を求めよ。



章末チャレンジ問題②

チャレンジ レベル2

- ★ **1** 大きい水そうがあり、これを満水にするにはホースAだけだと40分かかり、ホースBだけだと60分かかる。この2つのホースで同時に水を入れはじめ、しばらくしてからホースAから毎分出る水の量を25%にし、さらにその10分後にホースBから毎分出る水の量も25%にしたところ、42分で満水になった。ホースAから毎分出る水の量を25%にしたのは、水を入れはじめてから何分後か。

- 2** 連続する n 個の整数の和が12000になるものを考える。

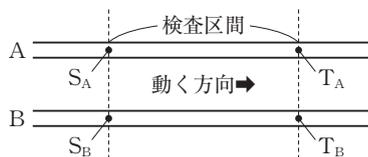
- (1) $n=3$ のとき、その3個の整数を小さい方から順に答えよ。
 (2) $n=125$ のとき、その整数の中でもっとも大きい整数を求めよ。

- ★ **3** サイクリングコースが池のまわりにあり、1周は1800mである。AさんとCさんは同じ向きに、Bさんは2人とは逆向きに、それぞれ一定の速さで走っている。CさんはAさんに20分ごとに追い抜かれ、BさんとCさんは6分40秒ごとにすれ違う。また、Aさんの速さは毎分220mである。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) Cさんの速さは毎分何mか。
 (2) AさんとBさんは何分ごとにすれ違うか。

- ★ **4** さやかさんの家は父、母、兄の4人家族で、さやかさんは今日が誕生日である。7年前のさやかさんの誕生日のときの兄の年齢は、そのときのさやかさんの年齢の4倍であった。さやかさんが生まれたときの母の年齢は、そのときの兄の年齢の6倍であった。今日の4人の年齢の和は117歳で、父は母より3歳年上である。今日の兄の年齢を求めよ。

- ★ **5** ある工場では、右の図のように2つの並んでいる直線状のベルトコンベヤーを利用して部品の検査を行う。検査区間は12mで、ベルトコンベヤーAは12m動くのに60秒かかり、ベルトコンベヤーBは12m動くのに20秒かかる。検査する



部品は、A、Bどちらもそれぞれ等間隔に並べてあり、その間隔はBがAより $\frac{14}{25}$ m長い。8時30分に同時に S_A 、 S_B から部品が動き出した。8時37分にA、B両方で部品が同時に T_A 、 T_B を通過した。この7分間で T_A 、 T_B を通過した部品の個数は等しかった。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) Aにおいて、部品の間隔は何mか。
 (2) 8時37分までに T_A 、 T_B を通過した部品の個数は、合わせて何個か。
 (3) T_A 、 T_B を通過した部品の個数が合わせて1400個になる時刻を求めよ。