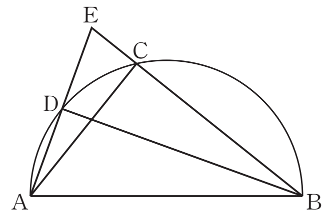
# ③円の性質の利用

## 1 円と相似の証明(1)

□(1) 右の図のように，線分ABを直径とする半円の弧上に点C，Dを，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ となるようにとる。また，線分BCの延長と線分ADの延長との交点をEとする。このとき，△ABD∽△EACであることを次のように証明した。空欄をうめ，証明を完成させなさい。




〔証明〕 ア______と______において，

ABは直径だから，イ______＝90° ……①

∠ACB＝90° ……②

②より，∠ECA＝180°−∠ACB＝90° ……③

①，③より，ウ______＝______ ……④

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ より，1つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから，エ______＝______

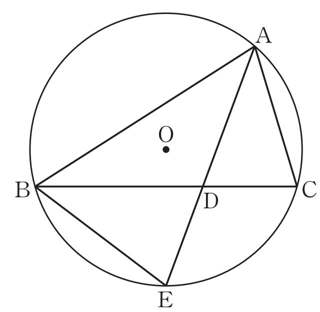
よって，オ______＝______ ……⑤

④，⑤より，カ______がそれぞれ等しいから，

△ABD∽△EAC

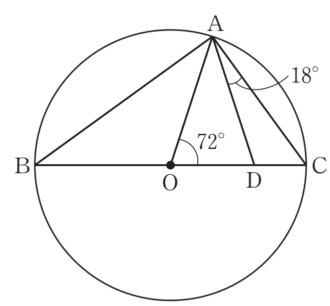
ア〔　　　　　　〕 イ〔　　　　　　〕
ウ〔　　　　　　〕 エ〔　　　　　　〕
オ〔　　　　　　〕 カ〔　　　　　　〕

□(2) 右の図で，円Oは△ABCの外接円である。∠BACの二等分線と辺BC，円Oとの交点をそれぞれD，Eとする。このとき，△ABE∽△ADCであることを証明しなさい。




〔　　　　　　〕

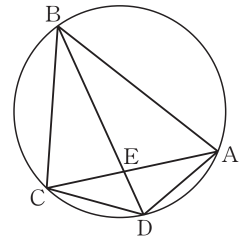
□(3) 右の図で，3点A，B，Cは円Oの周上の点で，BCは円の直径，∠AOC＝72°である。また，∠CAD＝18°となるように点Dを線分OC上にとる。このとき，△ABD∽△OADであることを証明しなさい。




〔　　　　　　〕

## 2 円と相似の証明(2) ～線分の長さ～

(1) 右の図で，４点A，B，C，Dは円周上の点であり，点Eは線分AC，BDの交点である。BC＝6cm，CD＝4cm，BD＝8cm，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ であるとき，次の問いに答えなさい。




□① △BCD∽△CED であることを次のように証明した。空欄をうめ，証明を完成させなさい。

〔証明〕 **ア**＿＿＿＿＿と＿＿＿＿＿において，

共通な角だから，

**イ**＿＿＿＿＿＝＿＿＿＿＿ ……(i)

$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AD}$ より，１つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから，

**ウ**＿＿＿＿＿＝＿＿＿＿＿ ……(ii)

(i)，(ii)より，**エ**＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿がそれぞれ等しいから，

△BCD∽△CED

**ア**〔　　　　　　　　〕 **イ**〔　　　　　　　　〕

**ウ**〔　　　　　　　　〕 **エ**〔　　　　　　　　〕

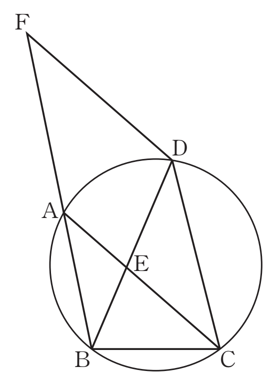
□② 線分CE，DEの長さをそれぞれ求めなさい。

CE〔　　　　　〕 DE〔　　　　　〕

□③ 線分ABの長さを求めなさい。

〔　　　　　〕

(2) 右の図のように，４点A，B，C，Dが円の周上にある。弦ACと弦BDとの交点をEとし，点Dを通り，弦ACに平行な直線と弦BAの延長との交点をFとする。次の問いに答えなさい。




□① △DEC∽△FDB であることを証明しなさい。

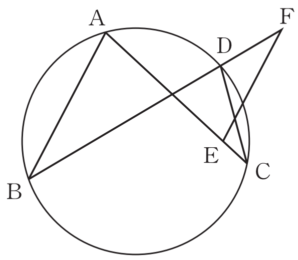
〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□② BE＝3cm，DE＝4cm，DF＝8cm のとき，線分ACの長さを求めなさい。

〔　　　　　〕

## 3 円周角の定理の逆と証明

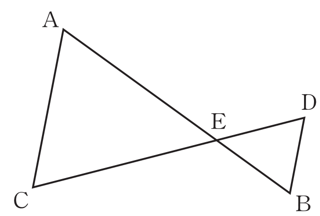
□(1)　下の図の４点A，B，C，Dは円周上の点である。
点Eを線分AC上に，点Fを線分BDの延長上に，BA∥EFとなるようにとる。このとき，４点D，E，C，Fは１つの円周上にあることを，右の[　　]内のように証明した。空欄をうめ，証明を完成させなさい。




BA∥EFより，平行線の錯角は等しいから，
∠ABD＝**ア**＿＿＿＿　……①
$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角は等しいから，
**イ**＿＿＿＿＝∠DCE　……②
①，②より，∠DFE＝**ウ**＿＿＿＿　……③
２点F，Cが直線DEについて同じ側にあって，③が成り立つことより，４点D，E，C，Fは１つの円周上にある。

**ア**〔　　　　　〕　**イ**〔　　　　　〕　**ウ**〔　　　　　〕

□(2)　右の図のように，線分ABと線分CDが点Eで交わっている。AE＝CE，BE＝DEであるとき，４点A，C，B，Dは１つの円周上にあることを証明しなさい。

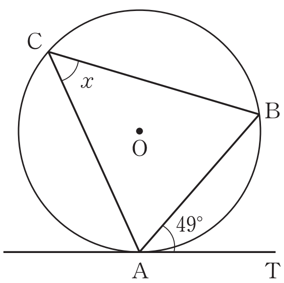



〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

## 研究１　接線と弦のつくる角の定理（接弦定理）

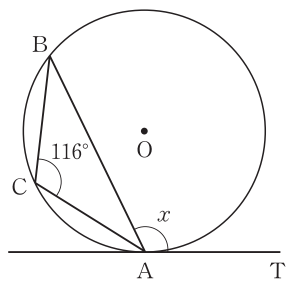
(1)　次の図で，ATは円Oの接線，Aはその接点である。∠$x$の大きさを求めなさい。

□①



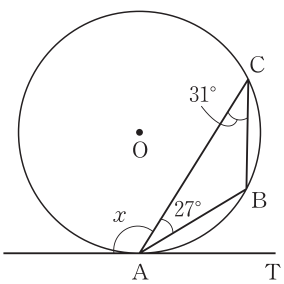

〔　　　　　〕

□②



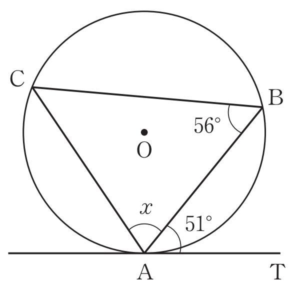

〔　　　　　〕

□③




〔　　　　　〕

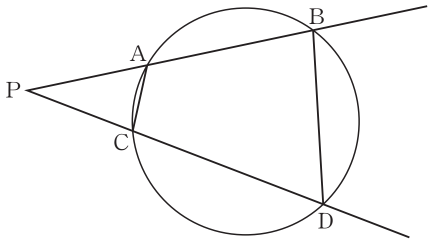
□④




〔　　　　　〕

## 研究2 方べきの定理

□(1) 下の図のように，4点A，B，C，Dが1つの円周上にある。直線AB，CDが円の外部の点Pで交わるとき，PA×PB＝PC×PDが成り立つことを，右の⬚内のように証明した。空欄をうめ，証明を完成させなさい。

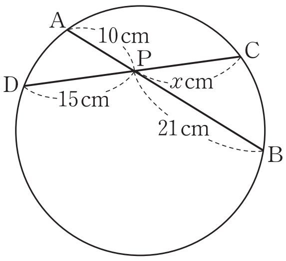



△PACと**ア**＿＿＿＿において，
円に内接する四角形の性質から，
∠PAC＝**イ**＿＿＿＿　……①
共通な角だから，
∠APC＝**ウ**＿＿＿＿　……②
①，②より，**エ**＿＿＿＿がそれぞれ等しいから，
△PAC∽**オ**＿＿＿＿
相似な図形の対応する辺の長さの比は等しいから，
PA：PD＝**カ**＿＿＿＿
したがって，PA×PB＝PC×PD

**ア**〔　　　　〕 **イ**〔　　　　〕
**ウ**〔　　　　〕 **エ**〔　　　　〕
**オ**〔　　　　〕 **カ**〔　　　　〕

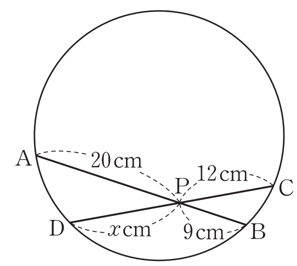
(2) 次の図で，$x$の値を求めなさい。ただし，⑤，⑥で，PTは円の接線で，Tはその接点である。

□①



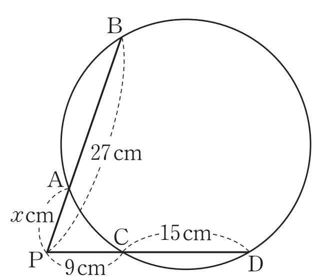

〔　　　　〕

□②



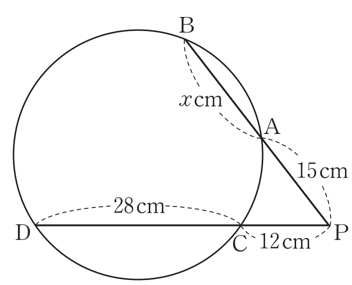

〔　　　　〕

□③



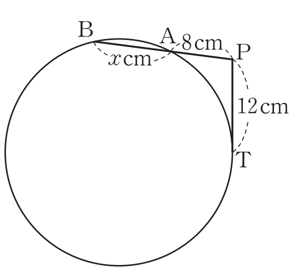

〔　　　　〕

□④



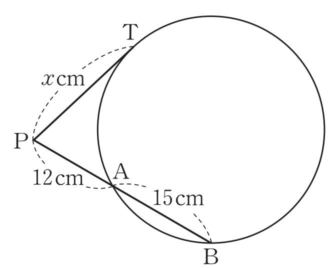

〔　　　　〕

□⑤




〔　　　　〕

□⑥

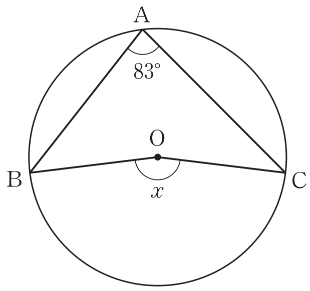



〔　　　　〕

# 6章の確認①

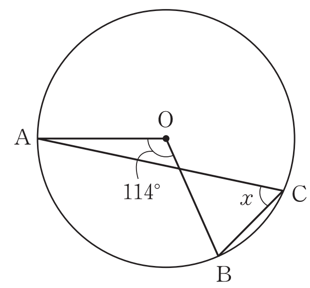
**1**　次の図で，$\angle x$の大きさを求めなさい。ただし，点Oは円の中心である。

□(1)



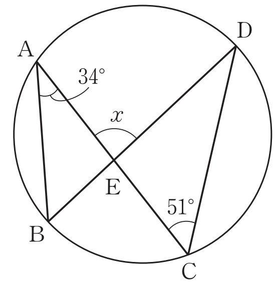

〔　　　　　　　　〕

□(2)



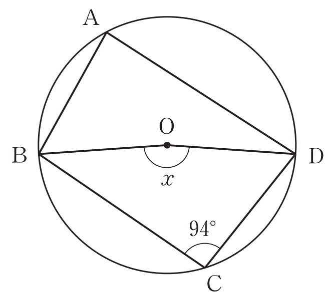

〔　　　　　　　　〕

□(3)



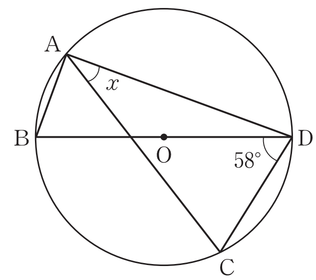

〔　　　　　　　　〕

□(4)



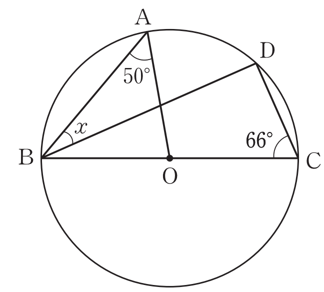

〔　　　　　　　　〕

□(5)




〔　　　　　　　　〕

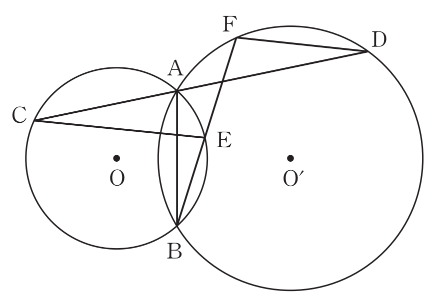
□(6)




〔　　　　　　　　〕

# 6章の確認②

**1**　下の図のように，2つの円O，O′が2点A，Bで交わっている。点Aを通る直線が円O，O′と交わる点をそれぞれC，D，点Bを通る直線が円O，O′と交わる点をそれぞれE，Fとする。このとき，CE∥FDであることを，右の⬚内のように証明した。空欄をうめ，証明を完成させなさい。
□




円Oで，$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいから，

$\angle$ACE＝**ア**＿＿＿＿　……①

円O′で，$\overset{\frown}{AF}$に対する円周角は等しいから，

$\angle$ABF＝**イ**＿＿＿＿　……②

①，②より

$\angle$ACE＝**ウ**＿＿＿＿

錯角が等しいから，

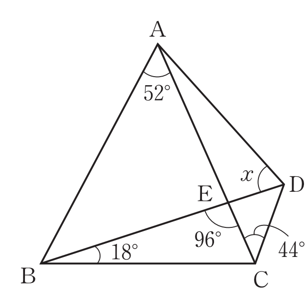
CE∥FD

**ア**〔　　　　　　　　〕

**イ**〔　　　　　　　　〕

**ウ**〔　　　　　　　　〕

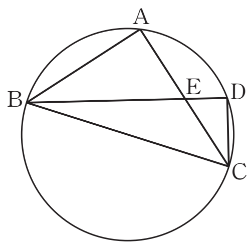
**2**　右の図で，$\angle x$の大きさを求めなさい。
□




〔　　　　　　　　〕

## ◎◎ 6章の応用① ◎◎

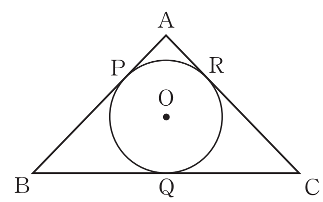
**1** 下の図で，４点A，B，C，Dは円の周上の点で，BCは円の直径である。点Eは弦ACと弦BDとの交点である。このとき，△ABE∽△DCE であることを，右の［　］内のように証明した。空欄をうめ，証明を完成させなさい。




△ABEと**ア**＿＿＿＿＿において，
BCは円の**イ**＿＿＿＿＿だから，
∠BAE＝**ウ**＿＿＿＿＿＝90°　……①
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は**エ**＿＿＿＿＿から，
∠ABE＝**オ**＿＿＿＿＿　……②
①，②より，**カ**＿＿＿＿＿がそれぞれ等しいから，
△ABE∽**キ**＿＿＿＿＿

**ア**〔　　　　　〕 **イ**〔　　　　　〕 **ウ**〔　　　　　〕 **エ**〔　　　　　〕
**オ**〔　　　　　〕 **カ**〔　　　　　〕 **キ**〔　　　　　〕

**2** 右の図の△ABCは，AB＝ACの二等辺三角形で，周の長さは78cmである。
また，３辺AB，BC，CAが，それぞれ点P，Q，Rで，円Oに接している。




□(1) BP＝16cmのとき，線分APの長さを求めなさい。

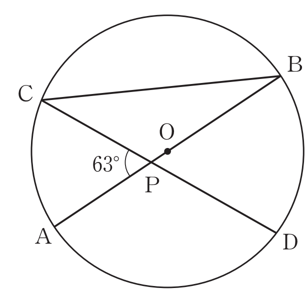
〔　　　　　〕

□(2) AP：BP＝3：5のとき，線分BPの長さを求めなさい。

〔　　　　　〕

## ◎◎ 6章の応用② ◎◎

**1** 右の図のように，円Oの直径ABと弦CDが点Pで交わり，∠APC＝63°，$\overset{\frown}{AC}$：$\overset{\frown}{BD}$＝4：5である。このとき，次の問いに答えなさい。



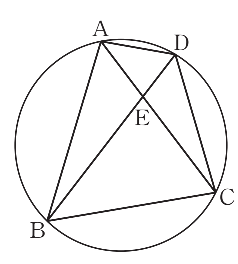

□(1) ∠ABCの大きさを求めなさい。

〔　　　　　〕

□(2) $\overset{\frown}{AD}$に対する中心角の大きさを求めなさい。

〔　　　　　〕

**2** 右の図のように，四角形ABCDの４つの頂点A，B，C，Dは１つの円の周上にある。点Eは弦ACと弦BDとの交点である。
AB：DC＝4：3，BE：ED＝3：1のとき，次の問いに答えなさい。




□(1) △ABEと△DCEの面積比を求めなさい。

〔　　　　　〕

□(2) 四角形ABCDの面積は，△DCEの面積の何倍ですか。

〔　　　　　〕