単元 3　因数分解

覚えよう！

1　1つの式が単項式や多項式の積の形に表されるとき，積をつくっている各式を，もとの式の**因数**（いんすう）という。

2　多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，もとの式を**因数分解**するという。

$x^2+4x+3=\underbrace{(x+1)}_{\text{因数}}\underbrace{(x+3)}_{\text{因数}}$

3　因数分解の公式

(1)　$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(2)　$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

(3)　$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

(4)　$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

※(2)〜(4)は，次のように表す教科書もあります。

(2)　$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

(3)　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

(4)　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

チェック1　共通な因数

例題　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$\mathbf{2x^2+4x}$

$=2x\times x+2x\times 2$　←共通因数は $2x$

$=\mathbf{2x(x+2)}$

↑

$2x$ をくくり出す

(2)　$\mathbf{ay-4by+3cy}$

$=y\times a+y\times(-4b)+y\times 3c$　←共通因数は y

$=\mathbf{y(a-4b+3c)}$

↑

y をくくり出す

確認問題1　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$ab+ac$

〔　　　　　〕

□(2)　$am+bm$

〔　　　　　〕

■(3)　x^2+2xy

〔　　　　　〕

■(4)　$6ab-3a$

〔　　　　　〕

□(5)　$2ac+6bc$

〔　　　　　〕

■(6)　a^2b-abc

〔　　　　　〕

■(7)　$3xy+5xz-2x$

〔　　　　　〕

□(8)　$2ax+4bx-6x$

〔　　　　　〕

□(9)　$5x^2y-8xy^2+3xy$

〔　　　　　〕

チェック2　$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解

例題　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$\mathbf{x^2+9x+20}$

和が $+9$　積が $+20$

↓

$+4$ と $+5$

$x^2+9x+20=\mathbf{(x+4)(x+5)}$

(2)　$\mathbf{x^2-5x+6}$

和が -5　積が $+6$

↓

-2 と -3

$x^2-5x+6=\mathbf{(x-2)(x-3)}$

(3)　$\mathbf{x^2+2x-35}$

和が $+2$　積が -35

↓

-5 と $+7$

$x^2+2x-35=\mathbf{(x-5)(x+7)}$

確認問題2　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2+3x+2

〔　　　　　〕

■(2)　$x^2+7x+10$

〔　　　　　〕

□(3)　x^2+6x+8

〔　　　　　〕

■(4)　x^2-7x+6

〔　　　　　〕

■(5)　$x^2-10x+16$

〔　　　　　〕

□(6)　$x^2+2x-15$

〔　　　　　〕

■(7)　$x^2+4x-45$

〔　　　　　〕

■(8)　$x^2-5x-14$

〔　　　　　〕

□(9)　x^2-8x-9

〔　　　　　〕

チェック3　$x^2+2ax+a^2$，$x^2-2ax+a^2$ の因数分解

例題　次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+6x+9

$=x^2+2\times3\times x+3^2$

$=(x+3)^2$

└(●＋▲)² の形にする

(2) $a^2-8a+16$

$=a^2-2\times4\times a+4^2$

$=(a-4)^2$

(3) $25x^2-10x+1$

$=(5x)^2-2\times1\times5x+1^2$

$=(5x-1)^2$

5x を1つの文字とみる

確認問題3　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2+2x+1

〔　　　　　〕

□(2)　$x^2+14x+49$

〔　　　　　〕

■(3)　$x^2-12x+36$

〔　　　　　〕

■(4)　$x^2+8xy+16y^2$

〔　　　　　〕

■(5)　$4x^2-20x+25$

〔　　　　　〕

□(6)　$9a^2+6a+1$

〔　　　　　〕

チェック4　x^2-a^2 の因数分解

例題　次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-9

$=x^2-3^2$

$=(x+3)(x-3)$

(●＋▲)(●－▲)の形にする

(2) $4x^2-25y^2$

$=(2x)^2-(5y)^2$ ←2x＝●，5y＝▲と考える

$=(2x+5y)(2x-5y)$

確認問題4　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2-16

〔　　　　　〕

■(2)　a^2-49

〔　　　　　〕

□(3)　x^2-25

〔　　　　　〕

■(4)　$1-y^2$

〔　　　　　〕

□(5)　$100x^2-y^2$

〔　　　　　〕

■(6)　$4a^2-9b^2$

〔　　　　　〕

■(7)　$25x^2-36y^2$

〔　　　　　〕

□(8)　$16a^2-49b^2$

〔　　　　　〕

□(9)　$9x^2-64y^2$

〔　　　　　〕

チェック5　いろいろな式の因数分解

例題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax^2+3ax-10a$

$=a(x^2+3x-10)$ ← 共通因数 a をくくり出す

$=a(x-2)(x+5)$ ← (　)内を因数分解する

(2) $(x+2)y+(x+2)$

$x+2=M$ とすると，

$(x+2)y+(x+2)$

$=My+M$

$=M(y+1)$

$=(x+2)(y+1)$ ← Mをもとにもどす

確認問題5　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$2x^2+14x+24$

〔　　　　　〕

□(2)　$4ax^2-24ax+36a$

〔　　　　　〕

■(3)　$(a-b)x-(a-b)y$

〔　　　　　〕

単元 4　式の計算の利用

覚えよう！

1　計算のくふう　式の展開や因数分解の公式を利用すると，計算が簡単になる場合がある。

2　式の値（あたい）　そのまま数を代入しても求めることはできるが，式を簡単にしたり，因数分解したりするなど，くふうしてから代入することが大切。

3　式による証明の基本

(1)　式による証明では，条件を式に表し，それを結論にあった形に変形する。

(2)　偶数（ぐうすう）は $2n$，奇数（きすう）は $2n+1$ または $2n-1$（n は整数）

(3)　a の倍数であることの証明は，式が「$a\times$（整数）」の形で表せることを示せばよい。

チェック1　計算のくふう

例題　次の式を，くふうして計算しなさい。

(1)　105^2-95^2

$=(105+95)\times(105-95)$

$=200\times10=\mathbf{2000}$

(2)　101^2

$=(100+1)^2$

$=100^2+2\times1\times100+1^2$

$=10000+200+1=\mathbf{10201}$

(3)　52×48

$=(50+2)\times(50-2)$

$=50^2-2^2$

$=2500-4=\mathbf{2496}$

確認問題1　次の式を，くふうして計算しなさい。

■(1)　65^2-35^2　〔　　　　〕

□(2)　127^2-123^2　〔　　　　〕

□(3)　104^2　〔　　　　〕

■(4)　95^2　〔　　　　〕

□(5)　78×82　〔　　　　〕

■(6)　103×97　〔　　　　〕

チェック2　式の値

例題　次の式の値を求めなさい。

(1)　$x=6$，$y=5$ のとき，$x(x+2y)-(x-2y)(x+5y)$

(2)　$x=12$，$y=28$ のとき，$x^2+2xy+y^2$

解　(1)式を簡単にすると，

$x(x+2y)-(x-2y)(x+5y)$

$=x^2+2xy-(x^2+3xy-10y^2)=-xy+10y^2$

求める値は，$-6\times5+10\times5^2=220$

(2)$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$ と因数分解し，

$x=12$，$y=28$ を代入すると，

$(12+28)^2=40^2$

$=1600$

答　(1)　220　　(2)　1600

確認問題2　次の式の値を求めなさい。

■(1)　$x=16$，$y=-3$ のとき，$(x+3y)(x+4y)-(x-y)(x-2y)$　〔　　　　〕

□(2)　$x=43$ のとき，x^2-6x+9　〔　　　　〕

■(3)　$x=4.75$，$y=1.25$ のとき，x^2-y^2　〔　　　　〕

チェック 3　数の性質

例題　**連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は，偶数の 2 乗になる。このことを証明しなさい。**

解　整数 n を使って連続する 2 つの奇数を $2n-1$，$2n+1$ と表し，問題に沿って計算する。

（証明）　連続する 2 つの奇数は，整数 n を使って，

$2n-1$，$2n+1$

と表される。

このとき，これらの積に 1 を加えたものは

$(2n-1)(2n+1)+1=4n^2=(2n)^2$

n は整数であるから，$2n$ は偶数である。

したがって，連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は，偶数の 2 乗になる。

確認問題３　「連続する 2 つの奇数では，大きい方の奇数の平方から小さい方の奇数の平方をひいた差は，8 の倍数になる」ことを，次のように証明した。〔　　〕にあてはまる式を書きなさい。

□

（証明）　連続する 2 つの奇数は，整数 n を使って，小さい順に

〔**ア**　　　　　　〕，$2n+1$ と表される。

このとき，大きい方の奇数の平方から小さい方の奇数の平方をひいた差は

$(2n+1)^2-$〔**イ**　　　　　　〕$=4n^2+4n+1-($〔**ウ**　　　　　　〕$)$

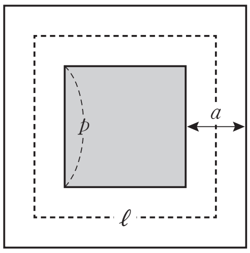
$=4n^2+4n+1-4n^2+$〔**エ**　　　　　　〕

$=$〔**オ**　　　　　　〕

n は整数であるから，$8n$ は 8 の倍数である。

したがって，連続する 2 つの奇数では，大きい方の奇数の平方から小さい方の奇数の平方をひいた差は，8 の倍数になる。

チェック 4　図形の性質



例題　**1 辺の長さが p の正方形の土地のまわりに，右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S，道の真ん中を通る線の長さを ℓ とすると，$S=a\ell$ と表される。このことを証明しなさい。**

解　小さい正方形の面積，大きい正方形の面積，図の点線で囲まれた正方形の 1 辺の長さを，それぞれ p や a を使って表す。

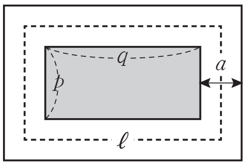
（証明）　小さい正方形の面積は p^2，大きい正方形の面積は $(p+2a)^2$，点線で囲まれた正方形の 1 辺の長さは $p+a$ と表される。

道の面積は，大きい正方形の面積から小さい正方形の面積をひいたものである。

よって　$S=(p+2a)^2-p^2=p^2+4ap+4a^2-p^2=4ap+4a^2$……①

また，$\ell=4(p+a)$ であるから　$a\ell=a\times4(p+a)=4ap+4a^2$……②

①，②から　$S=a\ell$



確認問題４　縦の長さが p，横の長さが q の長方形の土地のまわりに，右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S，道の真ん中を通る線の長さを ℓ とすると，$S=a\ell$ と表されることを次のように証明した。〔　　〕にあてはまるものを答えなさい。

□

（証明）　道の面積は，〔**ア**　　　　　　　　　　〕から，小さい長方形の面積をひいたものである。

よって　$S=(p+2a)(q+2a)-$〔**イ**　　　　　　〕$=2ap+2aq+4a^2$……①

また，$\ell=2($〔**ウ**　　　　　　〕$)+2(q+a)=2p+2q+4a$ であるから

$a\ell=a($〔**エ**　　　　　　〕$)=2ap+2aq+4a^2$……②

①，②から　$S=a\ell$

練習問題　その1

単元3 1

1 共通な因数　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2-xy　　□(2)　$ax+3ay$　　■(3)　$2xyz-8yz^2$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(4)　$3ax-9bx+15cx$　　□(5)　$4a^2b-16ab^2+12ab$　　□(6)　$12x^2y-xyz-4xy^2$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

単元3 2

2 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2+6x+5　　□(2)　x^2+9x+8　　□(3)　a^2-8a+7

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(4)　$x^2-10x+24$　　■(5)　a^2-a-20　　□(6)　$x^2-3x-70$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(7)　$x^2+2x-48$　　■(8)　$a^2-6ab-16b^2$　　■(9)　$x^2-15xy+54y^2$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

単元3 3

3 $x^2+2ax+a^2$，$x^2-2ax+a^2$ の因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2+4x+4　　□(2)　$x^2+8x+16$　　□(3)　$t^2+18t+81$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(4)　$x^2-10x+25$　　□(5)　$a^2-14a+49$　　■(6)　$x^2-12xy+36y^2$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(7)　$x^2+22x+121$　　■(8)　$16x^2+8x+1$　　□(9)　$9x^2-30x+25$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

単元3 4

4 x^2-a^2 の因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　x^2-36　　□(2)　x^2-121　　■(3)　$9x^2-16$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(4)　$49x^2-4$　　■(5)　$4x^2-9y^2$　　□(6)　$64x^2-25y^2$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

単元3 5

5 いろいろな式の因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$3x^2-9x-12$　　□(2)　$4x^2+20x+24$　　■(3)　$3x^2-24x+48$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

■(4)　$2ax^2-2ax-84a$　　□(5)　$4x^2-16y^2$　　□(6)　$9a^2b-4bc^2$

〔　　　〕　〔　　　〕　〔　　　〕

練習問題　その2

単元4 1

1 計算のくふう　くふうして，次の計算をしなさい。

■(1)　85^2-15^2　〔　　　　〕

□(2)　37^2-27^2　〔　　　　〕

□(3)　103^2　〔　　　　〕

■(4)　97^2　〔　　　　〕

□(5)　57×63　〔　　　　〕

■(6)　104×96　〔　　　　〕

単元4 2

2 式の値　次の式の値を求めなさい。

■(1)　$x=-12$，$y=3$ のとき，$x(x+6y)+(x-2y)(x-4y)$

〔　　　　〕

□(2)　$x=84$ のとき，$x^2+12x+36$

〔　　　　〕

■(3)　$x=6.5$，$y=4$ のとき，$4x^2-9y^2$

〔　　　　〕

単元4 3

3 数の性質　「連続する2つの整数で，大きい方の数の2乗から2つの数の和をひいた差は，小さい方の数の2乗になる」ことを，次のように証明した。$\boxed{}$にあてはまる式を書きなさい。

■

（証明）　大きい方の整数は，小さい方の整数 n を使って，

$\boxed{\text{ア}}$と表される。

このとき，大きい方の数の2乗から2つの数の和をひいた差は

$\boxed{\text{イ}}-\{n+(\boxed{\text{ウ}})\}=\boxed{\text{エ}}-(2n+1)$

$=\boxed{\text{オ}}$

n は小さい方の数であるから，連続する2つの整数で，大きい方の数の2乗から2つの数の和をひいた差は，小さい方の数の2乗になる。

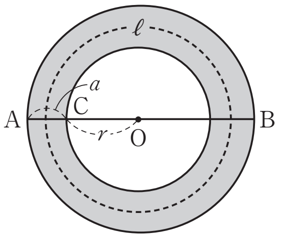
ア〔　　　　〕
イ〔　　　　〕
ウ〔　　　　〕
エ〔　　　　〕
オ〔　　　　〕

単元4 4

4 図形の性質　右の図のように，線分ABの中点をOとし，半径OAの円をかく。さらに，AC$=a$ となる点Cを OA 上にとり，半径OCの円をかく。

■

OCの長さを r，点Oを中心として，ACの中点を通る円の周の長さを ℓ，影の部分の面積を S とするとき，$S=a\ell$ となることを証明しなさい。



〔　　　　〕

↗ Key プラス　その1

1 次の式を因数分解しなさい。

▨(1)　$18x^2-27xy+9x$　　▨(2)　$x^2+7x+12$　　▨(3)　$5x^2+10x-120$

〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕

▨(4)　a^2b-4b　　▨(5)　$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$　　▨(6)　$3x^2y+33xy+72y$

〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕

□(7)　$(2x-1)^2-(x+6)^2$　　□(8)　$(x+y)^2-12(x+y)+32$　　□(9)　$z^2(x+y)-9(x+y)$

〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕

単元4 1

2 くふうして，次の計算をしなさい。

▨(1)　$5.9\times357+5.9\times643$　　□(2)　$11^2-12^2+13^2$

〔　　〕　〔　　〕

▨(3)　1004×996　　□(4)　$93^2+2\times93\times7+7^2$

〔　　〕　〔　　〕

単元4 2

3 次の式の値を求めなさい。

▨(1)　$x=32$ のとき，$(6-x)(6+x)+(x-4)(x+3)$

〔　　〕

▨(2)　$x=5$，$y=10$ のとき，$16x^2+24xy+9y^2$

〔　　〕

□(3)　$x=17$，$y=12$ のとき，$x^2y-5xy-14y$

〔　　〕

単元4 3

4 連続する2つの偶数で，大きい方の偶数の2乗から小さい方の偶数の2乗をひいた差は，4の倍数になる。
▨このことを証明しなさい。

〔　　〕

Key プラス　その2

1　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$24x^2+16xy$　　■(2)　$5x^2+10x-120$　　□(3)　$8x^2-72$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(4)　a^2b-4b　　□(5)　$3x^2y+33xy+72y$　　□(6)　$(x+y)^2-36$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

□(7)　$(x-y)^2-20(x-y)+100$　　□(8)　$(a-b)c-(b-a)$　　□(9)　$x^2+xy-yz-zx$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

単元4 1

2　くふうして，次の計算をしなさい。

■(1)　1.05^2　　□(2)　$55^2\times3.14-45^2\times3.14$

〔　　　　〕　〔　　　　〕

□(3)　$913^2-26\times913+13^2$　　■(4)　$25^2-24^2+23^2-21^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕

3　次の問いに答えなさい。

■(1)　$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ となることを用いて，$x+y=4$，$xy=-2$ のときの，x^2+y^2 の値を求めなさい。

〔　　　　〕

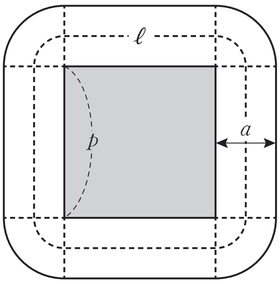
(2)　$x+y=-1$，$xy=-6$ のとき，次の式の値を求めなさい。

□①　x^2+y^2　　□②　x^2+xy+y^2　　□③　$(x-y)^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

単元4 4

4　■1辺の長さが p の正方形の土地のまわりに，右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S，道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となることを証明しなさい。



〔　　　　〕

必須！

重要用語と公式の穴埋め問題

次の空欄をうめなさい。

1　式の展開(1)　⮐単元1

単項式と多項式の乗法では，次の［ア　　　］法則を使って，かっこをはずす。

$c(a+b)=ca+cb$

多項式を単項式でわる除法では，わる式の［イ　　　］を利用して除法を乗法になおして計算する。

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ のように，単項式や多項式の積を計算して，単項式の和の形に表すことを，もとの式を［ウ　　　］するという。

2　式の展開(2)　⮐単元2

展開の公式

$(x+a)(x+b)=x^2+($［ア　　　］$)x+$［イ　　　］

$(x+a)^2=$［ウ　　　］

$(x-a)^2=$［エ　　　］

$(x+a)(x-a)=$［オ　　　］

3　因数分解　⮐単元3

$(x+2)(x-2)$ は展開すると，x^2-4 になる。これを逆にみると，$x^2-4=(x+2)(x-2)$ のように積の形で表される。このとき，積をつくっている各式を，もとの式の［ア　　　］という。

多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，もとの式を［イ　　　］するという。

$$(x+2)(x-2)\ \underset{\text{因数分解}}{\overset{\text{展開}}{\rightleftarrows}}\ x^2-4$$

〈因数分解の公式〉

$x^2+(a+b)x+ab=$［ウ　　　］

$x^2+2ax+a^2=$［エ　　　］

$x^2-2ax+a^2=$［オ　　　］

$x^2-a^2=$［カ　　　］

4　式の計算の利用　⮐単元4

計算のくふう

式の展開や因数分解を利用すると，数の計算が簡単になる場合がある。

(例1)$73^2-27^2=(73+27)(73-27)$

$=100\times46$

$=$［ア　　　］

(例2)$102^2=(100+2)^2=100^2+2\times2\times100+2^2$

$=$［イ　　　］

文字を使って数を表し，乗法の公式や因数分解の公式を用いて，いろいろな数や図形の性質が証明できる。

n を整数とすると，

偶数…［ウ　　　］

奇数…［エ　　　］(または，$2n-1$)

3の倍数…［オ　　　］

連続する2つの偶数…$2n$，［カ　　　］

連続する2つの奇数…$2n+1$，［キ　　　］

十の位の数を a，一の位の数を b とする2けたの整数…［ク　　　］

必須！

重要パターン問題①

●式の展開

1 式の展開　次の式を展開しなさい。

■(1)　$(x+4)(x-5)$
〔　　〕

■(2)　$(x-3)(x-10)$
〔　　〕

■(3)　$(4a+b)(4a-b)$
〔　　〕

■(4)　$(x-2a)^2$
〔　　〕

■(5)　$(x+4)(x+2)$
〔　　〕

■(6)　$(x-7y)(x+4y)$
〔　　〕

■(7)　$(2a-b)(3a+2b)$
〔　　〕

■(8)　$(x-11)(x+11)$
〔　　〕

■(9)　$(2x-5)^2$
〔　　〕

■(10)　$(8x-3)(8x+3)$
〔　　〕

■(11)　$(x+10)(x-5)$
〔　　〕

■(12)　$(3a-4)(3a+1)$
〔　　〕

□(13)　$(x+2y)(2x-y+4)$
〔　　〕

□(14)　$(2x+3y)^2$
〔　　〕

□(15)　$(2x-7y)(2x-y)$
〔　　〕

2 式の展開　次の計算をしなさい。

■(1)　$(x-5)(x+5)+(x-6)^2$
〔　　〕

■(2)　$(x-3)(x+6)-(x-4)(x-1)$
〔　　〕

■(3)　$(x+2)^2-(x+3)(x+7)$
〔　　〕

■(4)　$(2x-3)(2x+3)+(x-2)(x-4)$
〔　　〕

■(5)　$(x-8y)(x+2y)-(x-4y)^2$
〔　　〕

■(6)　$2(x-2)(x+1)+3(x+1)(x-1)$
〔　　〕

□(7)　$(3x+2y)(3x-2y)-5(x+3y)(x-2y)$
〔　　〕

□(8)　$(3x-2)^2-(2x-1)(2x+3)$
〔　　〕

必須！

重要パターン問題②

●因数分解

1 因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$x^2+14x+45$　　■(2)　acx^2-3abx　　■(3)　$4x^2-49a^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(4)　$m^2-24m+144$　　■(5)　$x^2-3xy-10y^2$　　■(6)　$a^2-10a+16$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(7)　$x^2+10xy+25y^2$　　■(8)　$64-n^2$　　■(9)　$81x^2-36x+4$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(10)　$x^2+7x-60$　　■(11)　$m^2+12mn+36n^2$　　□(12)　$a^2+20ab+75b^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(13)　$36x^2-25y^2$　　■(14)　y^2-y-72　　□(15)　$x^2+4xy-5y^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(16)　$2ax-10bx-4x$　　■(17)　$x^2-10xy+24y^2$　　□(18)　$49a^2+14ab+b^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

2 因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$4x^2-12x-16$　　■(2)　x^3-4p^2x　　■(3)　$2x^2y-4xy-16y$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

■(4)　$ax^2+13ax+36a$　　■(5)　$6a^2b-30ab+36b$　　■(6)　$3a^2+18ab+27b^2$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

□(7)　$2x^3+4x^2-96x$　　□(8)　$5x^2-180y^2$　　□(9)　$4a^2x-4ax+x$

〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

必須！

重要パターン問題③

●おきかえの展開と因数分解

1 おきかえの展開　次の式を展開しなさい。

■(1)　$(a-b+3)^2$

〔　　　　　　　〕

■(2)　$(x+y-1)(x+y-8)$

〔　　　　　　　〕

■(3)　$\left(x+y-\frac{1}{2}\right)^2$

〔　　　　　　　〕

□(4)　$(a-b+4)\left(a-b-\frac{1}{4}\right)$

〔　　　　　　　〕

■(5)　$(x+2y-2)(x+2y+2)$

〔　　　　　　　〕

■(6)　$(a-4b+3)(a-4b-1)$

〔　　　　　　　〕

■(7)　$(x-y-2z)^2$

〔　　　　　　　〕

□(8)　$(a-3b+c)(a+3b-c)$

〔　　　　　　　〕

2 おきかえの因数分解　次の式を因数分解しなさい。

■(1)　$(x-y)^2-4(x-y)-21$

〔　　　　　　　〕

■(2)　$(a-3b)^2+9(a-3b)+8$

〔　　　　　　　〕

■(3)　$(a+2b)^2-7(a+2b)+12$

〔　　　　　　　〕

■(4)　$(2x+y)^2+2(2x+y)-35$

〔　　　　　　　〕

■(5)　$(x-5)^2+12(x-5)+36$

〔　　　　　　　〕

■(6)　$(a+3)^2-5(a+3)-24$

〔　　　　　　　〕

■(7)　$(3x-1)^2-(2x-5)^2$

〔　　　　　　　〕

□(8)　$a(x-2y)-x+2y$

〔　　　　　　　〕

□(9)　$ax^2-ay^2-bx-by$

〔　　　　　　　〕

□(10)　$x^2-4xy+4y^2-3x+6y$

〔　　　　　　　〕

差がつく！

高得点をめざす問題

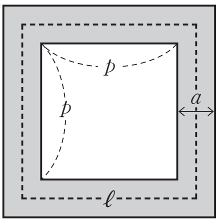
●図形の性質

1　図形の性質

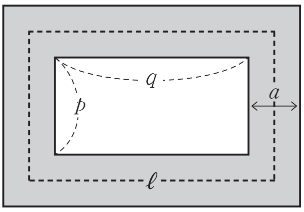
右の①，②の図で，影をつけた部分の面積をS，幅をa，影をつけた部分の中央を通る線の長さをℓとするとき，$S=a\ell$が成り立ちます。

このことは，ほかの図形でも成り立つか考えます。

①



②



1
□
右の図1で，影をつけた部分の面積をS，幅をa，影をつけた部分の中央を通る線の長さをℓとするとき，$S=a\ell$となる。このことを図2のように，3つの長方形に分けて考えることにより証明しなさい。

図1

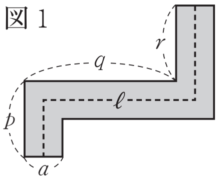
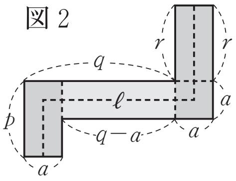
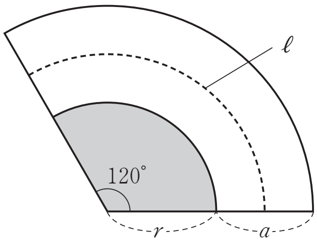


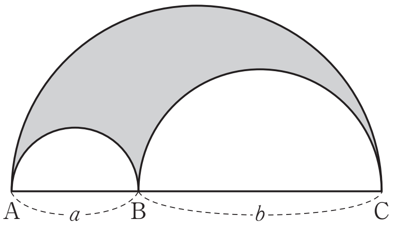
図2



2
□
中心角120°，半径rのおうぎ形の外側に，右の図のように一定の幅aの白い部分がある。白い部分の面積をS，白い部分の真ん中を通る線の長さをℓとするとき，$S=a\ell$となることを証明しなさい。



3
□
右の図は，AB，AC，BC をそれぞれ直径として半円をかいたものである。AB$=a$，BC$=b$とするとき，影をつけた部分の面積と周の長さを求めなさい。



面積〔　　　　　　　〕
周の長さ〔　　　　　　　〕

差がつく！

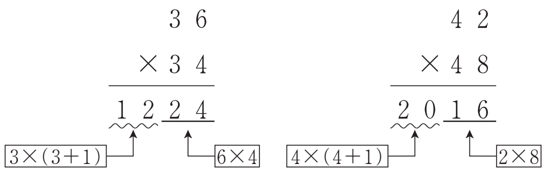
思考と活用問題

- 計算のくふう
- 九九の利用

1　計算のくふう

「十の位の数が同じで，一の位の数の和が10である２けたの自然数の積」は，右のようにくふうして計算することができます。

なぜ，このように計算できるか考えます。



1　上のようにくふうして計算してもよいことを，次のように証明しました。□をうめなさい。

□(証明)　２つの自然数は，十の位の数を a，一の位の数を $b+c=10$ となる b，c を使って，

$10a+b$，$\boxed{ア}$ と表される。このとき，これらの積は

$$
\begin{aligned}
&(10a+b)(\boxed{イ})\\
&=100a^2+10ac+10ab+bc\\
&=100a^2+10a(b+c)+bc\\
&=100a^2+\boxed{ウ}+bc\\
&=100a(\boxed{エ})+bc
\end{aligned}
$$

よって，積 $a(a+1)$ の100倍と積 bc の和になるから，上のようにくふうして計算してもよい。

ア〔　　　　　　〕　イ〔　　　　　　〕　ウ〔　　　　　　〕　エ〔　　　　　　〕

2　九九の利用

右の表は，「かけ算九九の表」の一部です。この表の中の $\begin{array}{|c|c|}\hline 6 & 8\\ \hline 9 & 12\\ \hline\end{array}$ のような，4つの整数の組を $\begin{array}{|c|c|}\hline a & b\\ \hline c & d\\ \hline\end{array}$ とします。

かけられる数を m，かける数を n とし，$a=mn$ とおくと，b，c，d も m，n を用いて表すことができます。

下の問題では，a，b，c，d の数の規則性について，考えます。

	かける数					
かけられる数	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

2　上の a，b，c，d の数の規則性について，次の問いに答えなさい。

□(1)　$a=mn$ として，$(a+d)-(b+c)$ の値がつねに１になることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□(2)　$a=mn$ として，$ad-bc$ の値がつねに０になることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

定期テスト対策　Ⅲ標準編Ⅲ

1章　式の展開と因数分解

得点　　／100点

実施時間のめやす⇨15分

1　次の式を展開しなさい。　（各6点）

□(1)　$(x+7)(x+8)$

〔　　　　　　　〕

□(2)　$(m+5)^2$

〔　　　　　　　〕

2　次の計算をしなさい。　（各7点）

□(1)　$(3a+4)(3a-4)-2(a-2)(a+5)$

〔　　　　　　　〕

□(2)　$4(x-3)^2-3(x+2)(x+6)$

〔　　　　　　　〕

3　次の式を因数分解しなさい。　（各4点）

□(1)　$6xy-9x$

〔　　　　　　　〕

□(2)　$15a^2b+25ab^2-10abc$

〔　　　　　　　〕

□(3)　$x^2-\frac{1}{64}y^2$

〔　　　　　　　〕

□(4)　$x^2-x+\frac{1}{4}$

〔　　　　　　　〕

□(5)　$x^2-18xy+81y^2$

〔　　　　　　　〕

□(6)　$x^2+5x-24$

〔　　　　　　　〕

□(7)　$8-9x+x^2$

〔　　　　　　　〕

□(8)　$3x^2-24x+45$

〔　　　　　　　〕

□(9)　$4x^2-48-16x$

〔　　　　　　　〕

4　次の式の値を求めなさい。　（各7点）

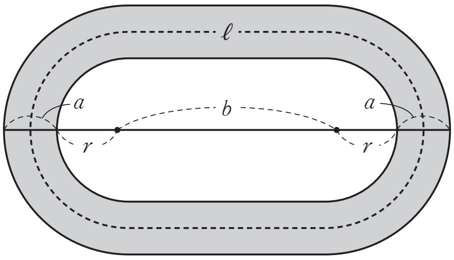
□(1)　$x=-25$ のとき，$(x-8)^2-(x-2)(x+6)$

〔　　　　　　　〕

□(2)　$x=-2$，$y=9$ のとき，$(x+9y)(x+y)+(x+3y)(x-3y)$

〔　　　　　　　〕

5　右の図のような競技場のトラックがある。影をつけた部分の面積を S，走るところの中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となることを，次の手順にしたがって証明しなさい。　（各6点）



□(1)　小さい方の⬭の面積を b，r を使って表しなさい。

〔　　　　　　　〕

□(2)　トラック全体の面積を a，b，r を使って表しなさい。

〔　　　　　　　〕

□(3)　ℓ の長さを a，b，r を使って表しなさい。

〔　　　　　　　〕

□(4)　(1)～(3)のことを使って，$S=a\ell$ となることを証明しなさい。

〔　　　　　　　〕

定期テスト対策 ||| 応用編 |||　1章 式の展開と因数分解

得点　／100点

実施時間のめやす⇨18分

1　$x+y=6$，$xy=8$ のとき，次の式の値を求めなさい。（各８点）

□(1)　$(x+y)^2$　　□(2)　x^2+y^2　　□(3)　$(x-y)^2$

〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕

2　展開や因数分解を利用して，次の計算をしなさい。（各８点）

□(1)　$10^2-12^2+14^2$　　□(2)　$18^2-17^2+16^2-15^2+14^2-13^2$

〔　　〕　〔　　〕

3　次の問いに答えなさい。（各10点　(2)完答）

□(1)　$a=25$，$b=3$ のとき，$(a-b)^2-4(a-b)+4$ の値を求めなさい。

〔　　〕

□(2)　次の①と②では，②の方が大きくなることを下のように証明した。〔　〕をうめなさい。

①　283×289　　②　284×288

（証明）〔ア　　　　〕を x とおくと，

283×289 は，$(x-3)(x+3)=$〔イ　　　　〕

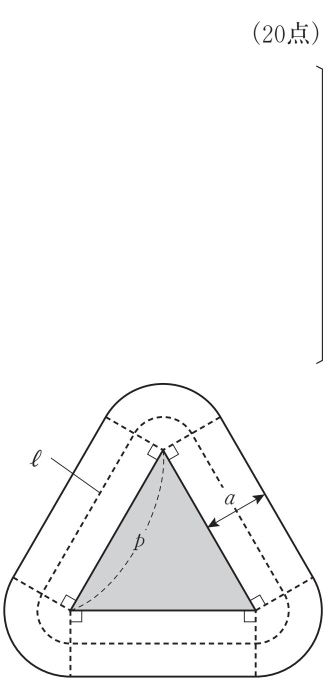
284×288 は，$(x-2)(x+2)=$〔ウ　　　　〕

よって，②の方が大きい。

4　□連続する３つの３の倍数について，もっとも大きい３の倍数の２乗からもっとも小さい３の倍数の２乗をひくと，中央の３の倍数の12倍になる。このことを証明しなさい。（20点）

〔　　〕

5　□１辺の長さが p の正三角形の土地の周りに，右の図のように幅 a の道がある。この道の面積を S，道の中央を通る線の長さを ℓ とするとき，$S=a\ell$ となる。このことを証明しなさい。（20点）



〔　　〕