

単元

4

因数分解(1)

教科書

P.26~33

覚えよう!

1 多項式をいくつかの因数の積として表すことを、その多項式を因数分解するという。

$$x^2+4x+3=\underbrace{(x+1)}_{\text{因数}}\underbrace{(x+3)}_{\text{因数}}$$

2 共通な因数…… $mx+my=m(x+y)$

3 因数分解の公式

- (1) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
- (2) $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$
- (3) $x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$
- (4) $x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

チェック1 共通因数

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2+4x$
 $=2x \times x + 2x \times 2$ ← 共通因数は $2x$
 $=2x(x+2)$
 ↑
 $2x$ をくくり出す

(2) $ay-4by+3cy$
 $=y \times a + y \times (-4b) + y \times 3c$ ← 共通因数は y
 $=y(a-4b+3c)$
 ↑
 y をくくり出す

確認問題1 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> (1) $ab+ac$ | <input type="checkbox"/> (2) $am+bm$ | <input type="checkbox"/> (3) $2ac+6bc$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) a^2b-abc | <input type="checkbox"/> (5) $3xy+5xz-2x$ | <input type="checkbox"/> (6) $2ax+4bx-6x$ |
| [] | [] | [] |

チェック2 因数分解の公式(1)

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+9x+20$
 和が $+9$ 積が $+20$
 $+4$ と $+5$
 $x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$

(2) x^2-5x+6
 和が -5 積が $+6$
 -2 と -3
 $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

(3) $x^2+2x-35$
 和が $+2$ 積が -35
 -5 と $+7$
 $x^2+2x-35=(x-5)(x+7)$

確認問題2 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> (1) x^2+3x+2 | <input type="checkbox"/> (2) x^2+6x+8 | <input type="checkbox"/> (3) $x^2+10x+21$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) x^2-7x+6 | <input type="checkbox"/> (5) $x^2-10x+16$ | <input type="checkbox"/> (6) $x^2+2x-15$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (7) $x^2+4x-45$ | <input type="checkbox"/> (8) $x^2-5x-14$ | <input type="checkbox"/> (9) x^2-8x-9 |
| [] | [] | [] |



チェック3 因数分解の公式(2)

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+6x+9
 $=x^2+2\times 3\times x+3^2$
 $=\mathbf{(x+3)^2}$
 ↑
 (●+▲)²の形にする

(2) $a^2-8a+16$
 $=a^2-2\times 4\times a+4^2$
 $=\mathbf{(a-4)^2}$

(3) $25x^2-10x+1$
 $=\mathbf{(5x)^2-2\times 1\times 5x+1^2}$
 $=\mathbf{(5x-1)^2}$

5xを
1つの
文字と
みる

確認問題3 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|----------------------|-------------------|-------------------|
| ■(1) x^2+2x+1 | ■(2) x^2-4x+4 | □(3) a^2-6a+9 |
| { | { | { |
| □(4) $x^2+14x+49$ | ■(5) $x^2-12x+36$ | □(6) $a^2-18a+81$ |
| { | { | { |
| ■(7) $x^2+8xy+16y^2$ | □(8) $9a^2+6a+1$ | ■(9) $4a^2-12a+9$ |
| { | { | { |



チェック4 因数分解の公式(3)

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-9
 $=x^2-3^2$
 $=\mathbf{(x+3)(x-3)}$
 ↑
 (●+▲)(●-▲)の形にする

(2) $4x^2-25y^2$
 $=\mathbf{(2x)^2-(5y)^2}$ ← $2x=●, 5y=▲$ と考える
 $=\mathbf{(2x+5y)(2x-5y)}$

確認問題4 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|---------------|------------------|--------------------|
| ■(1) x^2-4 | □(2) x^2-16 | ■(3) a^2-49 |
| { | { | { |
| □(4) x^2-81 | ■(5) $4a^2-9b^2$ | ■(6) $25x^2-36y^2$ |
| { | { | { |



チェック5 いろいろな因数分解

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax^2+3ax-10a$
 $=a(x^2+3x-10)$
 $=\mathbf{a(x-2)(x+5)}$

共通な因数 a をくくり出す
 ()内を因数分解する

(2) $(x+2)y+(x+2)$
 $x+2=M$ とすると,
 $(x+2)y+(x+2)$
 $=My+M$
 $=M(y+1)$
 $=\mathbf{(x+2)(y+1)}$ ← M をもとにもどす

確認問題5 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|--------------------|-----------------------|----------------------|
| ■(1) $2x^2+14x+24$ | □(2) $4ax^2-24ax+36a$ | ■(3) $(a-b)x-(a-b)y$ |
| { | { | { |

単元
5

因数分解(2) / 式の利用

教科書
P.34~39

覚えよう!

1 式による証明の基本

- (1) 式による証明では、条件を式に表し、それを結論にあった形に変形する。
- (2) 偶数は $2n$ 、奇数は $2n+1$ または $2n-1$ (n は整数)
- (3) a の倍数であることの証明は、式が「 $a \times$ (整数)」の形で表せることを示せばよい。

チェック1 計算の工夫

例題 次の式を工夫して計算しなさい。

(1) $52^2 - 48^2$
 $= (52+48)(52-48)$
 $= 100 \times 4$
 $= 400$

(2) $20^2 \times 5.8 - 10^2 \times 5.8$
 $= (20^2 - 10^2) \times 5.8$
 $= (20+10)(20-10) \times 5.8$
 $= 30 \times 10 \times 5.8 = 1740$

確認問題1 次の式を工夫して計算しなさい。

(1) $65^2 - 35^2$

(2) $127^2 - 123^2$

[] []

(3) $25^2 \times 4.5 - 15^2 \times 4.5$

(4) $14^2 \pi - 6^2 \pi$

[] []

チェック2 式の値

例題 因数分解を利用して、次の式の値を求めなさい。

(1) $x=13$ のとき、 $x^2+14x+49$

(2) $x=12, y=28$ のとき、 $x^2+2xy+y^2$

解 (1) $x^2+14x+49=(x+7)^2$ と因数分解し、
 $x=13$ を代入すると、
 $(13+7)^2=20^2$
 $=400$

(2) $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$ と因数分解し、
 $x=12, y=28$ を代入すると、
 $(12+28)^2=40^2$
 $=1600$

答 (1) 400 (2) 1600

確認問題2 因数分解を利用して、次の式の値を求めなさい。

(1) $x=5$ のとき、 $x^2+10x+25$

(2) $x=43$ のとき、 x^2-6x+9

[] []

(3) $x=46, y=16$ のとき、 $x^2-2xy+y^2$

(4) $x=4.75, y=1.25$ のとき、 x^2-y^2

[] []



チェック3 式による証明

例題 連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、偶数の2乗になる。このことを証明しなさい。

解 整数 n を使って連続する2つの奇数を $2n-1$, $2n+1$ と表し、問題に沿って計算する。

(証明) 連続する2つの奇数を $2n-1$, $2n+1$ とすると、

$$(2n-1)(2n+1)+1=4n^2=(2n)^2$$

n は整数だから、 $2n$ は偶数である。

よって、連続する2つの奇数の積に1を加えると偶数の2乗になる。

確認問題3 「連続する2つの奇数では、大きいほうの奇数の平方から小さいほうの奇数の平方をひいた差は8の倍数になる」ことを、次のように証明した。〔 〕にあてはまる式を書きなさい。

(証明) 連続する2つの奇数を小さい順に〔ア 〕, $2n+1$ とすると、

$$\begin{aligned} (2n+1)^2 - [イ \quad \quad \quad] &= 4n^2 + 4n + 1 - ([ウ \quad \quad \quad]) \\ &= 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 + [エ \quad \quad \quad] \\ &= [オ \quad \quad \quad] \end{aligned}$$

n は整数だから、 $8n$ は8の倍数である。

よって、連続する2つの奇数では、大きいほうの奇数の平方から小さいほうの奇数の平方をひいた差は8の倍数になる。



チェック4 図形の性質の証明

例題 1辺の長さが p の正方形の土地のまわりに、右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S 、道の真ん中を通る線の長さを ℓ とすると、 $S=a\ell$ と表される。このことを証明しなさい。

解 小さい正方形の面積、大きい正方形の面積、図の点線で囲まれた正方形の1辺の長さを、それぞれ p や a を使って表す。

(証明) $S=(p+2a)^2-p^2=p^2+4ap+4a^2-p^2=4ap+4a^2 \dots\dots①$

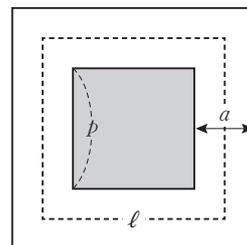
道の真ん中を通る正方形の1辺の長さは $p+a$ であるから、

$$\ell=4(p+a)$$

両辺に a をかけると、

$$a\ell=a \times 4(p+a)=4ap+4a^2 \dots\dots②$$

①, ②から、 $S=a\ell$



確認問題4 縦の長さが p 、横の長さが q の長方形の土地のまわりに、右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S 、道の真ん中を通る線の長さを ℓ とすると、 $S=a\ell$ と表されることを次のように証明した。〔 〕にあてはまるものを答えなさい。

(証明) $S=(p+2a)(q+2a)-[ア \quad \quad \quad]=2ap+2aq+4a^2 \dots\dots①$

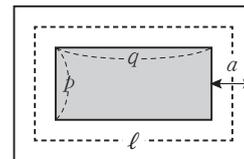
道の真ん中を通る長方形の縦の長さは〔イ 〕,

横の長さは〔ウ 〕であるから、 $\ell=2(p+a)+2(q+a)=2p+2q+4a$

両辺に a をかけると、

$$a\ell=a([エ \quad \quad \quad])=2ap+2aq+4a^2 \dots\dots②$$

①, ②から、 $S=a\ell$



練習問題

その1

単元4
1

1 共通因数 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> (1) $x^2 - xy$ | <input type="checkbox"/> (2) $ax + 3ay$ | <input type="checkbox"/> (3) $2xyz - 8yz^2$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) $3ax - 9bx + 15cx$ | <input type="checkbox"/> (5) $4a^2b - 16ab^2 + 12ab$ | <input type="checkbox"/> (6) $12x^2y - xyz - 4xy^2$ |
| [] | [] | [] |

単元4
2

2 因数分解の公式 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> (1) $x^2 + 6x + 5$ | <input type="checkbox"/> (2) $x^2 + 9x + 8$ | <input type="checkbox"/> (3) $a^2 - 8a + 7$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) $x^2 - 10x + 24$ | <input type="checkbox"/> (5) $a^2 - a - 20$ | <input type="checkbox"/> (6) $x^2 - 3x - 70$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (7) $x^2 + 2x - 48$ | <input type="checkbox"/> (8) $a^2 - 6ab - 16b^2$ | <input type="checkbox"/> (9) $x^2 - 15xy + 54y^2$ |
| [] | [] | [] |

単元4
3

3 因数分解の公式 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> (1) $x^2 + 4x + 4$ | <input type="checkbox"/> (2) $x^2 + 8x + 16$ | <input type="checkbox"/> (3) $t^2 + 18t + 81$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) $x^2 - 2x + 1$ | <input type="checkbox"/> (5) $a^2 - 14a + 49$ | <input type="checkbox"/> (6) $x^2 - 12xy + 36y^2$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (7) $x^2 + 22x + 121$ | <input type="checkbox"/> (8) $16x^2 + 8x + 1$ | <input type="checkbox"/> (9) $9x^2 - 30x + 25$ |
| [] | [] | [] |

単元4
4

4 因数分解の公式 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> (1) $x^2 - 36$ | <input type="checkbox"/> (2) $x^2 - 121$ | <input type="checkbox"/> (3) $9x^2 - 16$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) $49x^2 - 4$ | <input type="checkbox"/> (5) $4x^2 - 9y^2$ | <input type="checkbox"/> (6) $64x^2 - 25y^2$ |
| [] | [] | [] |

単元4
5

5 いろいろな因数分解 次の式を因数分解しなさい。

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> (1) $3x^2 - 9x - 12$ | <input type="checkbox"/> (2) $4x^2 + 20x + 24$ | <input type="checkbox"/> (3) $3x^2 - 24x + 48$ |
| [] | [] | [] |
| <input type="checkbox"/> (4) $2ax^2 - 2ax - 84a$ | <input type="checkbox"/> (5) $4x^2 - 16y^2$ | <input type="checkbox"/> (6) $9a^2b - 4bc^2$ |
| [] | [] | [] |

練習問題 その2

単元5
①

1 計算の工夫 次の式を工夫して計算しなさい。

■(1) $85^2 - 15^2$

□(2) $37^2 - 27^2$

■(3) $25^2 \times 3.5 - 15^2 \times 3.5$ [] []

□(4) $26^2 \times 5 - 16^2 \times 5$ [] []

単元5
②

2 式の値 次の式の値を求めなさい。

■(1) $x=14$ のとき, $x^2 - 8x + 16$

□(2) $x=84$ のとき, $x^2 + 12x + 36$

■(3) $x=38, y=22$ のとき, $x^2 + 2xy + y^2$ [] []

□(4) $x=6.5, y=4$ のとき, $4x^2 - 9y^2$ [] []

単元5
③

3 式による証明 「連続する2つの整数で, 大きいほうの整数の平方から2つの整数の和をひいた差は, 小さいほうの整数の平方に等しい」ことを, 次のように証明した。□□□□にあてはまる式を書きなさい。

(証明) 連続する2つの整数を小さい順に n , □**ア**□ とすると,

□**イ**□ $- \{n + (\square \text{ウ} \square)\} = \square \text{エ} \square - (2n+1)$ ア []

= □**オ**□ イ []

よって, 連続する2つの整数で, 大きいほうの整数の平方から2つの整数の和をひいた差は, 小さいほうの整数の平方に等しい。 ウ []

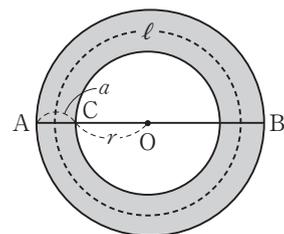
エ []

オ []

単元5
④

4 図形の性質の証明 右の図のように, 線分 AB の中点を O とし, 半径 OA の円を ■ かく。さらに, $AC=a$ となる点 C を OA 上にとり, 半径 OC の円をかく。

OC の長さを r , 点 O を中心として, AC の中点を通る円の周の長さを l , 影の部分の面積を S とするとき, $S=al$ となることを証明しなさい。





1 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $18x^2 - 27xy + 9x$

□(2) $x^2 + 7x + 12$

■(3) $x^2 - 5xy - 36y^2$

[]

[]

[]

■(4) $a^2 - \frac{4}{3}a + \frac{4}{9}$

■(5) $8x^2 - 72$

■(6) $(x+y)^2 - 36$

[]

[]

[]

□(7) $3x^2y + 33xy + 72y$

■(8) $(2x-1)^2 - (x+6)^2$

□(9) $(x-y)^2 - 20(x-y) + 100$

[]

[]

[]

5
単元5
1

2 次の式を工夫して計算しなさい。

□(1) $5.9 \times 357 + 5.9 \times 643$

■(2) $11^2 - 12^2 + 13^2$

[]

[]

□(3) $6.55^2 \times 8 - 3.45^2 \times 8$

■(4) $93^2 + 2 \times 93 \times 7 + 7^2$

[]

[]

5
単元5
2

3 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x=32$ のとき, $x^2 + 16x - 36$

[]

■(2) $x=5, y=10$ のとき, $16x^2 + 24xy + 9y^2$

[]

■(3) $x=17, y=12$ のとき, $x^2y - 5xy - 14y$

[]

5
単元5
3

4 連続する2つの偶数で、大きいほうの偶数の2乗から小さいほうの偶数の2乗をひいた差は、4の倍数になる。このことを証明しなさい。

