単元 14　方程式と1次関数

教科書 P.87〜94

覚えよう！

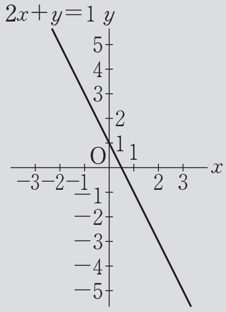
1　2元1次方程式のグラフ

x，y の変域をすべての数とすると，2元1次方程式 $2x+y=1$ の解は無数にある。これらの解を座標とする点の集合は，右の図のような直線となる。この直線を，

2元1次方程式 $2x+y=1$ のグラフ

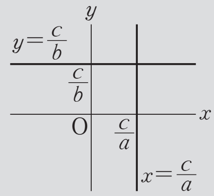
という。

2元1次方程式では，x の値を決めると，それに対応する y の値がただ1つ決まる。したがって，y は x の関数である。



2　$y=\frac{c}{b}$，$x=\frac{c}{a}$ のグラフ

2元1次方程式 $ax+by=c$ のグラフについて，$a=0$ のときは x 軸に平行な直線，$b=0$ のときは y 軸に平行な直線となる。



3　連立方程式の解とグラフ

2つの2元1次方程式のグラフの交点の x 座標，y 座標の組は，その2つの方程式を1組にした連立方程式の解である。

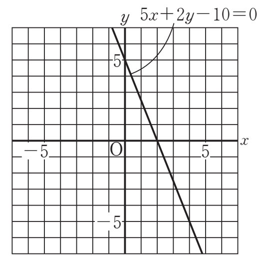
チェック1　2元1次方程式のグラフ

例題　**方程式 $5x+2y-10=0$ のグラフをかきなさい。**

解　y について解くと，$y=-\frac{5}{2}x+5$ だから，傾き $-\frac{5}{2}$，切片5のグラフをかく。

〔別解〕$5x+2y-10=0$ は，$x=0$ のとき $y=5$，$y=0$ のとき $x=2$ だから，2点(0，5)，(2，0)を通る直線になる。

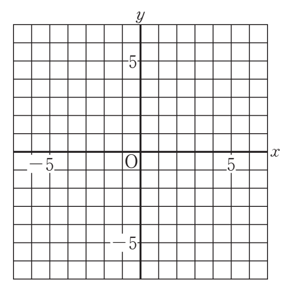
答　右の図



確認問題1　次の方程式のグラフをかきなさい。

□(1)　$x-y+2=0$　　□(2)　$3x+y-1=0$

□(3)　$2x+3y+6=0$　　□(4)　$3x-2y=5$



チェック2　x 軸に平行な直線，y 軸に平行な直線

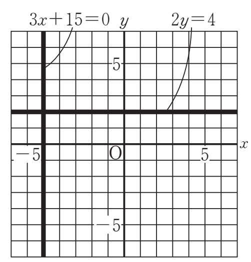
例題　**次の方程式のグラフをかきなさい。**

(1)　**$2y=4$**　　(2)　**$3x+15=0$**

解　(1) y について解くと，$y=2$　x がどんな値をとっても $y=2$ になるから，点(0，2)を通り，x 軸に平行な直線になる。

(2) x について解くと，$x=-5$　y がどんな値をとっても $x=-5$ になるから，点(−5，0)を通り，y 軸に平行な直線になる。

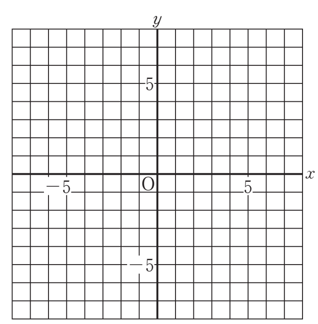
答　右の図



確認問題2　次の方程式のグラフをかきなさい。

□(1)　$y=5$　　□(2)　$5y+10=0$

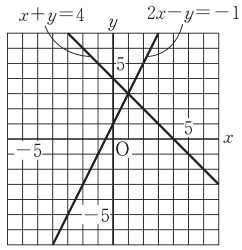
□(3)　$x=-1$　　□(4)　$2x-14=0$



チェック3　連立方程式とグラフ

例題　**連立方程式 $\begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-y=-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ の解を，グラフをかいて求めなさい。**

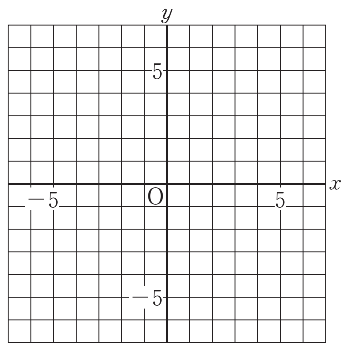
解　①を y について解くと，$y=-x+4$ の傾き -1，切片 4 のグラフになる。
②を y について解くと，$y=2x+1$
傾き 2，切片 1 のグラフになる。
これらをグラフにかくと，交点の座標が(1，3)なので，解は $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$



答　$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

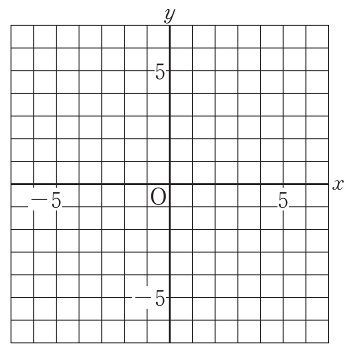
確認問題3　次の連立方程式の解をグラフをかいて求めなさい。

(1)　$\begin{cases} 3x+y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$



〔　　　　　　　　〕

(2)　$\begin{cases} 3x+y=-5 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$



〔　　　　　　　　〕

チェック4　2直線の交点の座標

例題　**2直線 $2x+3y=4$，$x-y+3=0$ の交点の座標を求めなさい。**

解　連立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=4 \cdots\cdots ① \\ x-y=-3 \cdots\cdots ② \end{cases}$ を解く。①＋②×3 より，

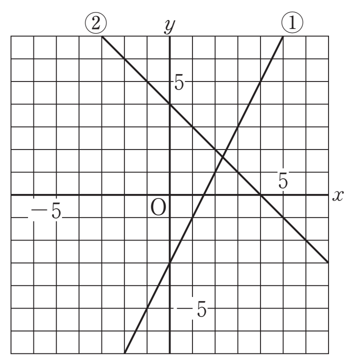
$$\begin{array}{rr} & 2x+3y=4 \\ +) & 3x-3y=-9 \\ \hline & 5x=-5 \\ & x=-1 \end{array}$$

$x=-1$ を①に代入して，
$2\times(-1)+3y=4$，$y=2$　よって，交点の座標は$(-1,\ 2)$

答　$(-1,\ 2)$

確認問題4　次の問いに答えなさい。

(1)　右の図の2直線①，②の式を求めなさい。また，その式を連立方程式として解き，交点の座標を求めなさい。



①の式〔　　　　　　　　〕
②の式〔　　　　　　　　〕
交点〔　　　　　　　　〕

(2)　2直線 $x-2y=6$，$2x+y=2$ の交点の座標を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

単元 15　1次関数の利用

教科書 P.95～99

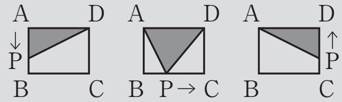
覚えよう！

1　時間と道のりの関係を表すグラフ

・一定の速さで進むときのグラフは直線になる。
・直線の傾きは速さを表す。速さが変わると折れ線になる。
・2直線の交点は，出会う（追いこす）ことを表す。

2　点の移動と面積

右の図で，△APDの底辺はADで一定だが，高さは点Pの位置によって変わる。

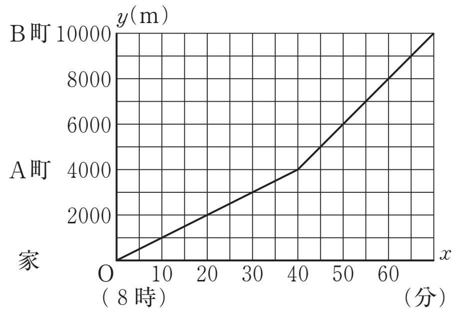


チェック1　1次関数の利用

例題　**右のグラフは，弟が8時に家を出発し，歩いてA町まで行き，A町から自転車でB町に行ったときの時間を x 分，家からの道のりを y mとして，x と y の関係を表している。次の問いに答えなさい。**

(1)　弟は家からA町まで，分速何mで歩きましたか。

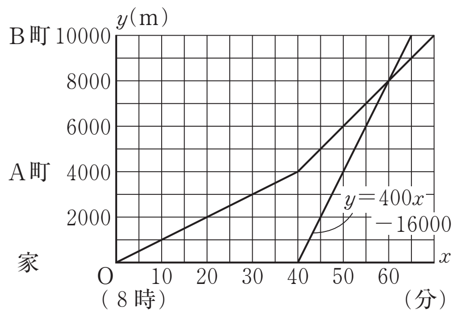
(2)　8時40分に，兄は分速400mのバイクで家を出発し，弟を追いかけた。このとき，弟に追いつく時刻をグラフにかいて求めなさい。また，追いつくのは家から何mの地点か，求めなさい。



解　(1)点(10，1000)を通るから，1000÷10＝100(m/分)

(2)兄は8時40分に出発したから，兄を表す直線は，点(40，0)を通る。
また，分速400mで進むから，直線の傾きは400となる。
したがって，$y=400x+b$ に $x=40$，$y=0$ を代入して解くと，
$0=400\times40+b$，$b=-16000$ より，$y=400x-16000$
このグラフをかき入れると，右の図のようになり，グラフの交点の座標は(60，8000)である。
よって，9時に家から8000mの地点で追いつく。
〔別解〕グラフの交点を求めるときは，2つの直線の式を連立方程式として解き，x，y を求めることもできる。

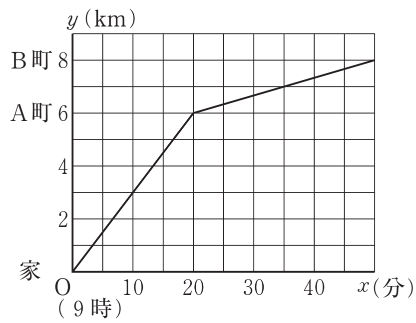
$$\begin{cases} y=200x-4000 & \leftarrow \text{弟のA町からB町までの式} \\ y=400x-16000 & \leftarrow \text{兄の式} \end{cases}$$



傾き $400=\frac{4000}{10}$ より，点(40，0)と，その点から右へ10，上へ4000進んだ点を通る。

答　(1)　分速100m　　(2)　時刻…9時，地点…8000m

確認問題1　妹が午前9時に家を出発し，自転車でA町まで行き，A町からは歩いてB町へ行った。右のグラフは，妹が家を出発してからB町につくまでの時間と道のりの関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　妹は，家からA町まで分速何mで進んだか求めなさい。

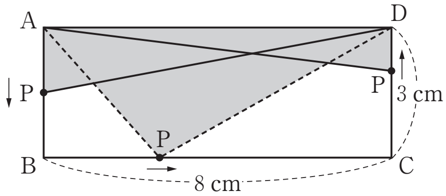
〔　　　　　　　　〕

□(2)　午前9時15分に，兄が時速21kmの自転車で家を出発し，妹を追いかけた。兄が妹に追いつく時刻をグラフにかいて求めなさい。また，追いつくのは家から何kmの地点か，求めなさい。

時刻〔　　　　　　　　〕　地点〔　　　　　　　　〕

チェック2　点の移動と面積

例題　右のような長方形ABCDの周上を，点Pは，毎秒1cmの速さで，Aから B，Cを通ってDまで移動する。点PがAを出発してから x 秒後の△APDの面積を y cm² とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点Pが次の辺上にあるとき，それぞれ x と y の関係を表す式と x の変域(□≦x≦□)を求めなさい。

①　辺AB上　②　辺BC上　③　辺CD上

(2)　△APDの面積の変化のようすをグラフに表しなさい。

(3)　△APDの面積が8cm² となるのは，点PがAを出発してから何秒後ですか。

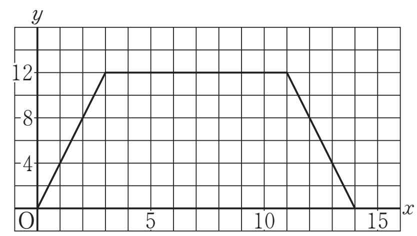
解　(1)点PがAと重なるとき $x=0$，Bと重なるとき $x=3$，Cと重なるとき $x=3+8=11$，Dと重なるとき $x=11+3=14$ となる。

①$y=\frac{1}{2}\times AD\times AP$ と表せ，$AD=8$，$AP=x$ より，$y=\frac{1}{2}\times 8\times x$，$y=4x$　また，x の変域は，$0\leqq x\leqq 3$

②$y=\frac{1}{2}\times AD\times AB$ と表せ，$AD=8$，$AB=3$ より，$y=\frac{1}{2}\times 8\times 3$，$y=12$　また，x の変域は，$3\leqq x\leqq 11$

③$y=\frac{1}{2}\times AD\times PD$ と表せ，$AD=8$，$PD=(AB+BC+CD)-(AB+BC+CP)=14-x$ より，

$y=\frac{1}{2}\times 8\times (14-x)$，$y=-4x+56$　また，x の変域は，$11\leqq x\leqq 14$

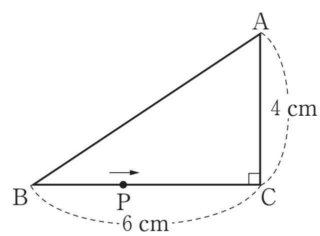


(2)△ABD＝△ACD＝12cm² だから，①は2点(0，0)，(3，12)を結ぶ線分，②は2点(3，12)，(11，12)を結ぶ線分，③は2点(11，12)，(14，0)を結ぶ線分で，右の図のようになる。

(3)グラフより，$y=8$ となるのは，$x=2$ と $x=12$ の2回ある。

答　(1)①　$y=4x$，$0\leqq x\leqq 3$　②　$y=12$，$3\leqq x\leqq 11$　③　$y=-4x+56$，$11\leqq x\leqq 14$
(2)　上の図　(3)　2秒後，12秒後

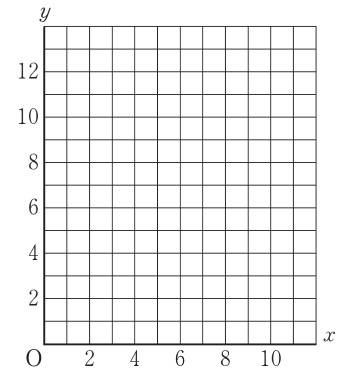
確認問題2　右の図は，BC＝6cm，CA＝4cm，∠C＝90°の直角三角形ABCである。点Pは，辺BC，CA上を頂点BからAまで，毎秒1cmの速さで動く点である。点PがBを出発してから x 秒後の△ABPの面積を y cm² として，次の問いに答えなさい。



□(1)　点Pが辺BC，CA上にあるとき，それぞれ y を x の式で表しなさい。また，x の変域(□≦x≦□)も求めなさい。

BC上…式〔　　　　　　〕　変域〔　　　　　　〕
CA上…式〔　　　　　　〕　変域〔　　　　　　〕

□(2)　△ABPの面積の変化のようすをグラフに表しなさい。



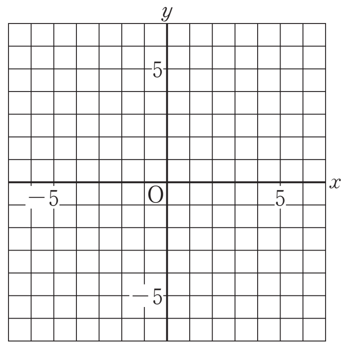
□(3)　△ABPの面積が6cm² となるのは，点PがBを出発してから何秒後か。すべて求めなさい。

〔　　　　　　〕

練　習　問　題　その1

単元14 1, 2

1　2元1次方程式のグラフ　次の方程式のグラフをかきなさい。

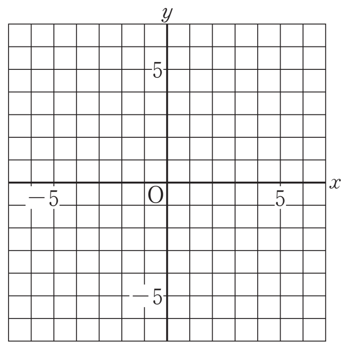


□(1)　$2x-y-4=0$　　□(2)　$x-2y+2=0$

□(3)　$4y=12$　　□(4)　$3x-6=0$

単元14 1

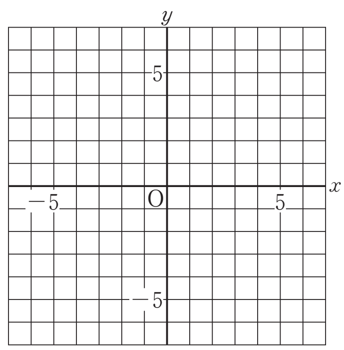
2　2元1次方程式のグラフ　次の方程式のグラフをかきなさい。



□(1)　$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=1$　　□(2)　$\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=1$

単元14 3

3　連立方程式とグラフ　次の連立方程式の解を，グラフをかいて求めなさい。

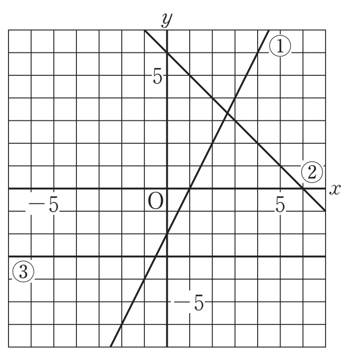


□ $\begin{cases} x+y=5 \\ -x+2y=-8 \end{cases}$

〔　　　　　　　　〕

単元14 4

4　2直線の交点の座標　次の問いに答えなさい。



(1)　右の図の直線①～③の式を求めなさい。

□①〔　　　　　　　　〕

□②〔　　　　　　　　〕

□③〔　　　　　　　　〕

□(2)　直線①，②の交点の座標を求めなさい。

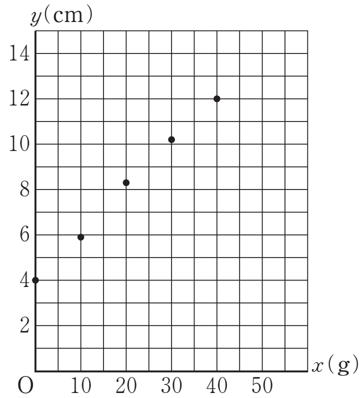
〔　　　　　　　　〕

練　習　問　題　その2

ヒントで確認！

1　**1次関数とみなすこと**　右の表は，あるばねにx gのおもりを下げたときのばねの長さをy cmとして，対応するxとyの値の関係を調べたものである。図は，xとyの対応する点を表したものである。これについて，次の問いに答えなさい。

x(g)	0	10	20	30	40
y(cm)	4.0	5.9	8.3	10.2	12.0



ヒント

xとyの対応する点がほぼ一直線上に並んでいるとき，yはxの1次関数とみなして考えることがある。

□(1)　xとyの関係を表すグラフが2点(0, 4)，(40, 12)を通る直線であるとして，そのグラフをかき入れなさい。また，yをxの式で表しなさい。

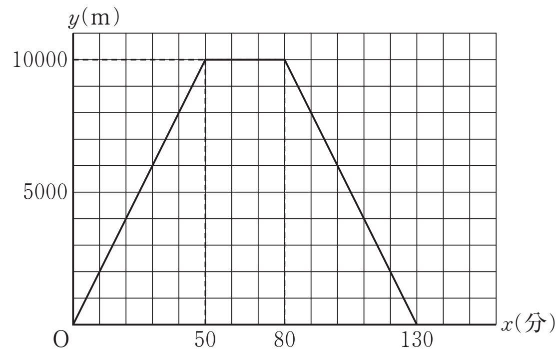
式〔　　　　　　〕

□(2)　(1)をもとに，50gのおもりを下げたときのばねの長さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

単元15 1

2　**1次関数のグラフの利用**　Aさんは，家から10000m離れた図書館に行き，用事をすませて家に帰った。また，弟は，Aさんが家を出発してから10分後に，同じ道を通って図書館に行った。右の図は，Aさんが出発してからx分後に，家からy mの地点にいるとして，Aさんのようすをグラフに表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　グラフから，Aさんが移動するときの速さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

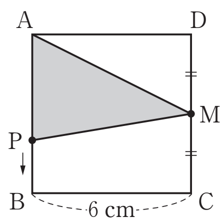
□(2)　弟は，時速4kmで移動する。このとき，弟が家を出発してから図書館に着くまでの時間と道のりの関係を表すグラフをかき入れなさい。

□(3)　2人が出会ったのは，Aさんが家を出発してから何分後で，家から何mの地点か求めなさい。

時間〔　　　　　　〕　地点〔　　　　　　〕

単元15 2

3　**点の移動と面積**　右の図のような1辺の長さが6cmの正方形ABCDがあり，辺CDの中点をMとする。点Pは，正方形ABCDの周上を毎秒1cmの速さで，AからBを通ってCまで移動する。PがAを出発してからx秒後の△APMの面積をy cm^{2}とするとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　次のxの変域に対して，yをxの式で表しなさい。

$0≦x≦6$〔　　　　　　〕　$6≦x≦12$〔　　　　　　〕

□(2)　$y=9$となるのは，点PがAを出発してから2回ある。何秒後と何秒後か求めなさい。

〔　　　　　　〕

Keyプラス　その1

1 次の問いに答えなさい。

□(1)　2つの関数 $y=ax+6$ と $y=2x-6$ のグラフが x 軸上で交わるとき，a の値を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

■(2)　2直線 $-2x+3y=a$，$x+by=2$ が点$(3,\ 1)$で交わるとき，a，bの値を求めなさい。

a〔　　　　　　　　〕　b〔　　　　　　　　〕

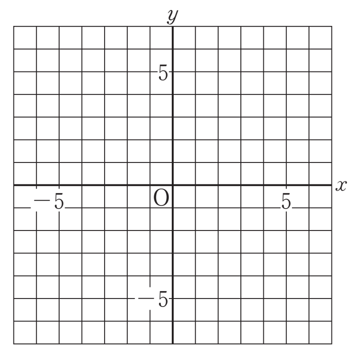
■(3)　2直線 $ax+by=8$，$bx+ay=7$ が点$(2,\ 3)$で交わるとき，a，bの値を求めなさい。

a〔　　　　　　　　〕　b〔　　　　　　　　〕

□(4)　直線 $ax+y=2$ が2直線 $2x-y=5$，$x+2y=10$ の交点を通るとき，a の値を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

2 次の連立方程式の解はどうなるか，グラフをかいて考えなさい。

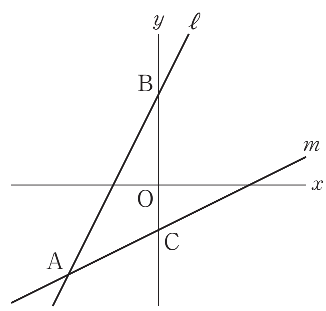


■(1) $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 6x-2y=4 \end{cases}$　　□(2) $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 4x+2y=-2 \end{cases}$

〔　　　　　　　　〕　〔　　　　　　　　〕

3 右の図の直線 ℓ，mの方程式は，$\ell：y=2x+6$，$m：y=\frac{1}{2}x-3$ である。

次の問いに答えなさい。



■(1)　直線 ℓ，mの交点Aの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

■(2)　直線 ℓ，mと y 軸との交点をそれぞれB，Cとするとき，△ABCの面積を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

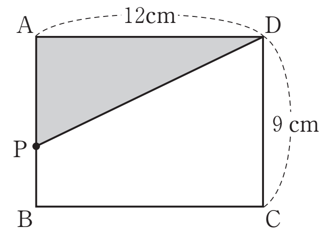
□(3)　直線 ℓ 上で，点A，Bの間に点Dをとる。△ADCの面積が18になる点Dの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

Keyプラス　その2

単元15 2

1 右の長方形の縦，横の長さは，それぞれ 9 cm，12cm であり，点Pは A を出発して，毎秒 3 cm の速さでこの長方形の辺上をB，C，Dの順にDまで動く。PがAを出発してから x 秒後の △APD の面積を y cm^2 として，次の問いに答えなさい。



(1)　点Pが辺 AB 上を動くときについて答えなさい。

□①　x の変域(□≦x≦□)を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

□②　AD を底辺としたときの △APD の高さを x の式で表しなさい。

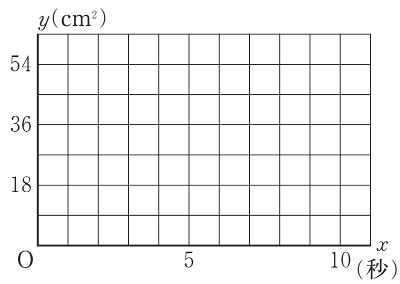
〔　　　　　　　〕

□③　y を x の式で表しなさい。

〔　　　　　　　〕

(2)　点Pが辺 CD 上を動くときについて，(1)の①～③と同じものを答えなさい。

□①〔　　　　　　　〕
□②〔　　　　　　　〕
□③〔　　　　　　　〕



□(3)　点PがAからDまで動くときの x と y の関係をグラフに表しなさい。

2 右の図 1 のように，水が 30 L 入っている水そうがある。この水そうに，A管から毎分 a Lの割合で水を入れ続ける。また，B管は，水そう内の水の量が 80 L になると開いて，毎分 b Lの割合で排水し，水の量が減って 60 L になると閉じるようになっている。

図 2 のグラフは，A管から水を入れ始めてからの時間 x 分と水そう内の水の量 y Lの関係を表したものである。

このとき，次の問いに答えなさい。

図 1

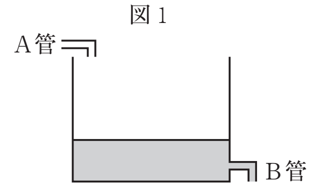
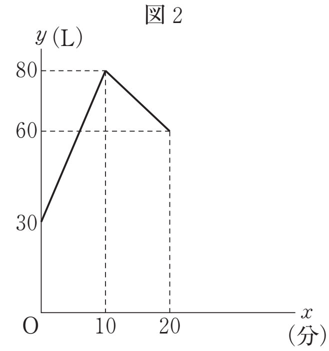


図 2



□(1)　B管が最初に開いたのは，A管から水を入れ始めて何分後か求めなさい。

〔　　　　　　　〕

□(2)　a，b の値を求めなさい。

a〔　　　　　　　〕　b〔　　　　　　　〕

□(3)　A管から水を入れ始めて20分たってから，その後ふたたびB管が開くまでの間の x と y の関係を，式に表しなさい。

〔　　　　　　　〕

□(4)　A管から水を入れ始めてから 1 時間の間に，B管は何回開くか求めなさい。

〔　　　　　　　〕