



単元 3

式の展開と因数分解(3)

教科書
P.21~27

覚えよう！

1 1つの数や式が、いくつかの数や式の積に表したそれぞれの数や式を、もとの数や式の^{いんすう}因数という。

2 多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、その多項式を^{いんすうぶんかい}因数分解するという。

$$x^2 + 4x + 3 = \underbrace{(x+1)}_{\text{因数}} \underbrace{(x+3)}_{\text{因数}}$$

3 因数分解の公式

- (1) $Ma + Mb = M(a + b)$
- (2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- (3) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- (4) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- (5) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$



チェック① 共通因数

例題 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2x^2 + 4x \\ &= 2x \times x + 2x \times 2 \quad \leftarrow \text{共通因数は } 2x \\ &= 2x(x + 2) \\ &\quad \uparrow \\ &\quad 2x \text{ をくくり出す} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & ay - 4by + 3cy \\ &= y \times a + y \times (-4b) + y \times 3c \quad \leftarrow \text{共通因数は } y \\ &= y(a - 4b + 3c) \\ &\quad \uparrow \\ &\quad y \text{ をくくり出す} \end{aligned}$$

確認問題① 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $ab + ac$

☐ (2) $am + bm$

☐ (3) $x^2 + 2xy$

☐ (4) $6ab - 3a$

☐ (5) $2ac + 6bc$

☐ (6) $a^2b - abc$

☐ (7) $3xy + 5xz - 2x$

☐ (8) $2ax + 4bx - 6x$

☐ (9) $5x^2y - 8xy^2 + 3xy$



チェック② 和と差の積の利用

例題 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2 - 9 \\ &= x^2 - 3^2 \\ &= (x + 3)(x - 3) \\ &\quad \uparrow \\ &\quad (\bullet + \blacktriangle)(\bullet - \blacktriangle) \text{ の形にする} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 4x^2 - 25y^2 \\ &= (2x)^2 - (5y)^2 \quad \leftarrow 2x = \bullet, 5y = \blacktriangle \text{ と考える} \\ &= (2x + 5y)(2x - 5y) \end{aligned}$$

確認問題② 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $x^2 - 16$

☐ (2) $a^2 - 49$

☐ (3) $x^2 - 25$

☐ (4) $1 - y^2$

☐ (5) $100x^2 - y^2$

☐ (6) $4a^2 - 9b^2$

☐ (7) $25x^2 - 36y^2$

☐ (8) $16a^2 - 49b^2$

☐ (9) $9x^2 - 64y^2$



チェック3 平方の公式の利用

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+6x+9

$=x^2+2\times x\times 3+3^2$

$=(x+3)^2$

 $\leftarrow (\bullet + \blacktriangle)^2$ の形にする

(2) $a^2-8a+16$

$=a^2-2\times a\times 4+4^2$

$=(a-4)^2$

(3) $25x^2-10x+1$

$=(5x)^2-2\times 5x\times 1+1^2$

$=(5x-1)^2$

5x を
1つの
文字と
みる

確認問題3 次の式を因数分解しなさい。

□(1) x^2+2x+1

□(2) $x^2+14x+49$

□(3) $x^2-12x+36$

〔

〕

〔

〕

〔

〕

□(4) $x^2+8xy+16y^2$

□(5) $4x^2-20x+25$

□(6) $9a^2+6a+1$

〔

〕

〔

〕

〔

〕

チェック4 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+9x+20$

和が $\begin{matrix} \downarrow \\ +9 \end{matrix}$ 積が $\begin{matrix} \downarrow \\ +20 \end{matrix}$

$\begin{matrix} \downarrow \\ +4 \text{ と } +5 \end{matrix}$

$x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$

(2) x^2-5x+6

和が $\begin{matrix} \downarrow \\ -5 \end{matrix}$ 積が $\begin{matrix} \downarrow \\ +6 \end{matrix}$

$\begin{matrix} \downarrow \\ -2 \text{ と } -3 \end{matrix}$

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

(3) $x^2+2x-35$

和が $\begin{matrix} \downarrow \\ +2 \end{matrix}$ 積が $\begin{matrix} \downarrow \\ -35 \end{matrix}$

$\begin{matrix} \downarrow \\ -5 \text{ と } +7 \end{matrix}$

$x^2+2x-35=(x-5)(x+7)$

確認問題4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) x^2+3x+2

□(2) $x^2+7x+10$

□(3) x^2+6x+8

〔

〕

〔

〕

〔

〕

□(4) x^2-7x+6

□(5) $x^2-10x+16$

□(6) $x^2+2x-15$

〔

〕

〔

〕

〔

〕

□(7) $x^2+4x-45$

□(8) $x^2-5x-14$

□(9) x^2-8x-9

〔

〕

〔

〕

〔

〕



チェック5 いろいろな因数分解

例題 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax^2+3ax-10a$

$=a(x^2+3x-10)$

$=a(x-2)(x+5)$

共通因数 a をくくり出す
() 内を因数分解する

(2) $(x+2)y+(x+2)$

$x+2=M$ とすると,

$(x+2)y+(x+2)$

$=My+M$

$=M(y+1)$

$=(x+2)(y+1)$

← M をもとにもどす

確認問題5 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2x^2+14x+24$

□(2) $4ax^2-24ax+36a$

□(3) $(a-b)x-(a-b)y$

〔

〕

〔

〕

〔

〕



式の計算の利用

覚えよう！

1 計算への利用 式の展開や因数分解の公式を利用すると、計算が簡単になる場合がある。

2 式の値 そのまま数を代入しても求めることはできるが、式を簡単にしたり、因数分解したりするなど、くふうしてから代入することが大切。

3 式による証明の基本

- (1) 式による証明では、条件を式に表し、それを結論にあった形に変形する。
 (2) 偶数は $2n$ 、奇数は $2n+1$ または $2n-1$ (n は整数)
 (3) a の倍数であることの証明は、式が「 $a \times (\text{整数})$ 」の形で表せることを示せばよい。



チェック① 計算への利用

例題 次の式を、くふうして計算しなさい。

(1) $105^2 - 95^2$

$$= (105 + 95) \times (105 - 95) \\ = 200 \times 10 = \mathbf{2000}$$

(2) 101^2

$$= (100 + 1)^2 \\ = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ = 10000 + 200 + 1 = \mathbf{10201}$$

(3) 52×48

$$= (50 + 2) \times (50 - 2) \\ = 50^2 - 2^2 \\ = 2500 - 4 = \mathbf{2496}$$

確認問題 1 次の式を、くふうして計算しなさい。

□(1) $65^2 - 35^2$

□(2) $127^2 - 123^2$

□(3) 104^2

[]

[]

[]

□(4) 95^2

□(5) 78×82

□(6) 103×97

[]

[]

[]



チェック② 式の値

例題 次の式の値を求めなさい。

(1) $x=6, y=5$ のとき, $x(x+2y) - (x-2y)(x+5y)$

(2) $x=12, y=28$ のとき, $x^2 + 2xy + y^2$

解 (1) 式を簡単にすると,

$$x(x+2y) - (x-2y)(x+5y) \\ = x^2 + 2xy - (x^2 + 3xy - 10y^2) = -xy + 10y^2 \\ \text{求める値は, } -6 \times 5 + 10 \times 5^2 = 220$$

(2) $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$ と因数分解し,

$$x=12, y=28 \text{ を代入すると,} \\ (12+28)^2 = 40^2 \\ = 1600$$

答 (1) 220 (2) 1600

確認問題 2 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x=16, y=-3$ のとき, $(x+3y)(x+4y) - (x-y)(x-2y)$

[]

□(2) $x=43$ のとき, $x^2 - 6x + 9$

[]

□(3) $x=4.75, y=1.25$ のとき, $x^2 - y^2$

[]



チェック3 式による証明

例題 連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、偶数の2乗になる。このことを証明しなさい。

解 整数 n を使って連続する2つの奇数を $2n-1$, $2n+1$ と表し、問題に沿って計算する。

(証明) n を整数とすると、連続する2つの奇数は、

$$2n-1, 2n+1$$

と表される。

それらの積に1を加えた数は、

$$(2n-1)(2n+1)+1=4n^2=(2n)^2$$

n は整数だから、 $2n$ は偶数である。

したがって、連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、偶数の2乗になる。

確認問題3 「連続する2つの奇数では、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、8の倍数になる」ことを、次のように証明した。〔 〕にあてはまる式を書きなさい。

(証明) n を整数とすると、連続する2つの奇数は、小さい順に、

〔ア 〕, $2n+1$ と表される。

大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、

$$\begin{aligned} (2n+1)^2 - [\text{イ}] &= 4n^2 + 4n + 1 - ([\text{ウ}]) \\ &= 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 + [\text{エ}] \\ &= [\text{オ}] \end{aligned}$$

n は整数だから、 $8n$ は8の倍数である。

したがって、連続する2つの奇数では、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、8の倍数になる。



チェック4 図形の性質の証明

例題 1辺の長さが p の正方形の土地のまわりに、右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S 、道の真ん中を通る線の長さを ℓ とすると、 $S=a\ell$ と表される。このことを証明しなさい。

解 大小2つの正方形の面積、点線の正方形の1辺の長さを、 p や a を使って表す。

(証明) 小さい正方形の面積は p^2 、大きい正方形の面積は $(p+2a)^2$ 、点線で囲まれた正方形の1辺の長さは $p+a$ と表される。

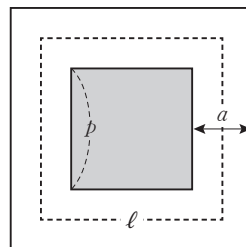
(道の面積)=(大きい正方形の面積)-(小さい正方形の面積)で求められるから、

$$S=(p+2a)^2-p^2=p^2+4ap+4a^2-p^2=4ap+4a^2 \cdots \cdots ①$$

道の真ん中を通る線の長さ ℓ は、 $\ell=4(p+a)$

$$\text{よって、} a\ell=a \times 4(p+a)=4ap+4a^2 \cdots \cdots ②$$

①, ②から、 $S=a\ell$



確認問題4 縦の長さが p 、横の長さが q の長方形の土地のまわりに、右の図のように幅 a の道がついている。この道の面積を S 、道の真ん中を通る線の長さを ℓ とすると、 $S=a\ell$ と表されることを次のように証明した。〔 〕にあてはまるものを答えなさい。

(証明) (道の面積)=(〔ア 〕)-(小さい長方形の面積)

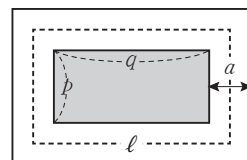
で求められるから、道の面積 S は、

$$S=(p+2a)(q+2a)-[\text{イ}]=2ap+2aq+4a^2 \cdots \cdots ①$$

道の真ん中を通る線の長さ ℓ は、 $\ell=2([\text{ウ}])+2(q+a)=2p+2q+4a$

$$\text{よって、} a\ell=a([\text{エ}])=2ap+2aq+4a^2 \cdots \cdots ②$$

①, ②から、 $S=a\ell$



練習問題

その1

単元3
 1

1 共通因数 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $x^2 - xy$

☐ (2) $ax + 3ay$

☐ (3) $2xyz - 8yz^2$

[]

[]

[]

☐ (4) $3ax - 9bx + 15cx$

☐ (5) $4a^2b - 16ab^2 + 12ab$

☐ (6) $12x^2y - xyz - 4xy^2$

[]

[]

[]

単元3
 2

2 和と差の積の利用 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $x^2 - 36$

☐ (2) $x^2 - 121$

☐ (3) $9x^2 - 16$

[]

[]

[]

☐ (4) $49x^2 - 4$

☐ (5) $4x^2 - 9y^2$

☐ (6) $64x^2 - 25y^2$

[]

[]

[]

単元3
 3

3 平方の公式の利用 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $x^2 + 4x + 4$

☐ (2) $x^2 + 8x + 16$

☐ (3) $t^2 + 18t + 81$

[]

[]

[]

☐ (4) $x^2 - 10x + 25$

☐ (5) $a^2 - 14a + 49$

☐ (6) $x^2 - 12xy + 36y^2$

[]

[]

[]

☐ (7) $x^2 + 22x + 121$

☐ (8) $16x^2 + 8x + 1$

☐ (9) $9x^2 - 30x + 25$

[]

[]

[]

単元3
 4

4 $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $x^2 + 6x + 5$

☐ (2) $x^2 + 9x + 8$

☐ (3) $a^2 - 8a + 7$

[]

[]

[]

☐ (4) $x^2 - 10x + 24$

☐ (5) $a^2 - a - 20$

☐ (6) $x^2 - 3x - 70$

[]

[]

[]

☐ (7) $x^2 + 2x - 48$

☐ (8) $a^2 - 6ab - 16b^2$

☐ (9) $x^2 - 15xy + 54y^2$

[]

[]

[]

単元3
 5

5 いろいろな因数分解 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $3x^2 - 9x - 12$

☐ (2) $4x^2 + 20x + 24$

☐ (3) $3x^2 - 24x + 48$

[]

[]

[]

☐ (4) $2ax^2 - 2ax - 84a$

☐ (5) $4x^2 - 16y^2$

☐ (6) $9a^2b - 4bc^2$

[]

[]

[]

//

練習問題

その2 //

単元4
1

1 計算への利用 展開や因数分解を使って、次の計算をなさい。

■(1) $85^2 - 15^2$

□(2) $37^2 - 27^2$

□(3) 103^2

[] [] []

■(4) 97^2

□(5) 57×63

■(6) 104×96

[] [] []

単元4
2

2 式の値 次の式の値を求めなさい。

■(1) $x = -12$, $y = 3$ のとき, $x(x+6y) + (x-2y)(x-4y)$

[]

□(2) $x = 84$ のとき, $x^2 + 12x + 36$

[]

■(3) $x = 6.5$, $y = 4$ のとき, $4x^2 - 9y^2$

[]

単元4
3

3 式による証明 「連続する2つの整数では、大きい方の数の2乗から2つの数の和をひくと、小さい方の数の2乗になる」ことを、次のように証明した。□□□□にあてはまる式を書きなさい。

(証明) 小さい方の整数を n とすると、大きい方の整数は

□□□□ $\bar{ア}$ と表される。

大きい方の数の2乗から2つの数の和をひくと、

$$\begin{aligned} \square\square\square\square \bar{イ} - \{n + (\square\square\square\square \bar{ウ})\} &= \square\square\square\square \bar{エ} - (2n + 1) \\ &= \square\square\square\square \bar{オ} \end{aligned}$$

$\bar{ア}$ []

$\bar{イ}$ []

$\bar{ウ}$ []

$\bar{エ}$ []

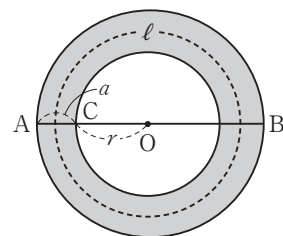
$\bar{オ}$ []

したがって、連続する2つの整数では、大きい方の数の2乗から2つの数の和をひくと、小さい方の数の2乗になる。

単元4
4

4 図形の性質の証明 右の図のように、線分 AB の中点を O とし、半径 OA の円を ■ かく。さらに、 $AC = a$ となる点 C を OA 上にとり、半径 OC の円をかく。

OC の長さを r 、点 O を中心として、AC の中点を通る円の周の長さを ℓ 、影をつけた部分の面積を S とするとき、 $S = a\ell$ となることを証明しなさい。



Key プラス

その1



1 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $18x^2 - 27xy + 9x$

□(2) $x^2 + 7x + 12$

■(3) $5x^2 + 10x - 120$

[

]

[

]

[

]

■(4) $a^2b - 4b$

■(5) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

■(6) $3x^2y + 33xy + 72y$

[

]

[

]

[

]

□(7) $(2x-1)^2 - (x+6)^2$

■(8) $(x+y)^2 - 12(x+y) + 32$

□(9) $z^2(x+y) - 9(x+y)$

[

]

[

]

[

]

2 展開や因数分解を使って、次の計算をしなさい。

■(1) $5.9 \times 357 + 5.9 \times 643$

□(2) $11^2 - 12^2 + 13^2$

[

]

[

]

■(3) 1004×996

□(4) $93^2 + 2 \times 93 \times 7 + 7^2$

[

]

[

]

3 次の式の値を求めなさい。

■(1) $x=32$ のとき, $(6-x)(6+x) + (x-4)(x+3)$

[

]

■(2) $x=5, y=10$ のとき, $16x^2 + 24xy + 9y^2$

[

]

□(3) $x=17, y=12$ のとき, $x^2y - 5xy - 14y$

[

]

4 連続する 2 つの偶数では、大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひくと、4 の倍数になる。このことを証明しなさい。

[

]

Key プラス

その2



1 次の式を因数分解しなさい。

$$\blacksquare(1) \quad 24x^2 + 16xy$$

$$\blacksquare(2) \quad 4x^2 - 8x - 32$$

$$\square(3) \quad 8x^2 - 72$$

$$\blacksquare(4) \quad xy^2z - 9xz$$

$$\square(5) \quad 5a^2b - 5ab - 100b$$

$$\square(6) \quad (x+y)^2 - 36$$

$$\square(7) \quad (x-y)^2 - 20(x-y) + 100$$

$$\square(8) \quad (a-b)c - (b-a)$$

$$\square(9) \quad x^2 + xy - yz - zx$$

単元4
1

2 展開や因数分解を使って、次の計算をしなさい。

$$\blacksquare(1) \quad 1.05^2$$

$$\square(2) \quad 55^2 \times 3.14 - 45^2 \times 3.14$$

$$\square(3) \quad 913^2 - 26 \times 913 + 13^2$$

$$\blacksquare(4) \quad 25^2 - 24^2 + 23^2 - 21^2$$



3 次の問いに答えなさい。

$\blacksquare(1) \quad x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ となることを用いて、 $x+y=4$ 、 $xy=-2$ のときの、 $x^2 + y^2$ の値を求めなさい。

(2) $x+y=-1$ 、 $xy=-6$ のとき、次の式の値を求めなさい。

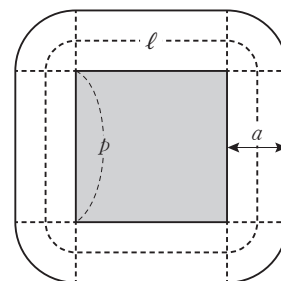
$$\square(1) \quad x^2 + y^2$$

$$\square(2) \quad x^2 + xy + y^2$$

$$\square(3) \quad (x-y)^2$$

単元4
4

4 1 辺の長さが p の正方形の土地のまわりに、右の図のように幅 a の道がついてい
 $\blacksquare$ る。この道の面積を S 、道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき、 $S=a\ell$ となる
 ことを証明しなさい。



必須!



重要用語と公式の穴埋め問題



次の空欄をうめなさい。

1 式の展開と因数分解(1)

➡単元1

多項式×単項式や単項式×多項式の計算では、次の

 ア 法則を使って、かっこをはずす。

$$(a+b)c=ac+bc \quad c(a+b)=ca+cb$$

多項式÷単項式の計算では、多項式のすべての項を単項式でわるか、わる式の イ をかける形になおして計算する。

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ のように、積の形の式を和の形の式で表すことを、もとの式を

 ウ するという。

2 式の展開と因数分解(2)

➡単元2

 $x+a$ と $x+b$ の積

$$(x+a)(x+b)=x^2+(\text{ア})x+\text{イ}$$

平方の公式

$$(a+b)^2=\text{ウ}$$

$$(a-b)^2=\text{エ}$$

和と差の積

$$(a+b)(a-b)=\text{オ}$$

3 式の展開と因数分解(3)

➡単元3

$(x+2)(x-2)$ は展開すると、 x^2-4 になる。これを逆にみると、 $x^2-4=(x+2)(x-2)$ のように積の形で表される。このとき、整数の場合と同様に、 $x+2$ 、 $x-2$ を ア という。

多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、その多項式を イ するという。

$$x^2-4 \xrightleftharpoons[\text{展開}]{\text{因数分解}} (x+2)(x-2)$$

〈因数分解〉

共通因数

$$Ma+Mb=M(\text{ウ})$$

和と差の積の利用

$$a^2-b^2=\text{エ}$$

平方の公式の利用

$$a^2+2ab+b^2=\text{オ}$$

$$a^2-2ab+b^2=\text{カ}$$

 $x+a$ と $x+b$ の積の利用

$$x^2+(a+b)x+ab=\text{キ}$$

4 式の計算の利用

➡単元4

計算への利用

式の展開や因数分解を利用すると、数の計算が簡単になる場合がある。

$$\begin{aligned} (\text{例1}) 73^2-27^2 &= (73+27) \times (73-27) \\ &= 100 \times 46 \\ &= \text{ア} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{例2}) 102^2 &= (100+2)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2 \\ &= \text{イ} \end{aligned}$$

文字を使って数を表し、乗法の公式や因数分解の公式を用いて、いろいろな数や図形の性質が証明できる。

 n を整数とすると、

偶数… ウ

奇数… エ (または、 $2n-1$)

3 の倍数… オ

連続する2つの偶数… $2n$, カ

連続する2つの奇数… $2n+1$, キ

十の位の数 a 、一の位の数 b とする2けたの整数… ク

必須!



重要パターン問題①

●式の展開

1 式の展開 次の式を計算しなさい。

■(1) $(x+4)(x-5)$

■(2) $(x-3)(x-10)$

■(3) $(4a+b)(4a-b)$

■(4) $(x-2a)^2$

■(5) $(x+4)(x+2)$

■(6) $(x-7y)(x+4y)$

■(7) $(2a-b)(3a+2b)$

■(8) $(x-11)(x+11)$

■(9) $(2x-5)^2$

■(10) $(8x-3)(8x+3)$

■(11) $(x+10)(x-5)$

■(12) $(3a-4)(3a+1)$

□(13) $(x+2y)(2x-y+4)$

□(14) $(2x+3y)^2$

□(15) $(2x-7y)(2x-y)$

2 式の展開 次の式を計算しなさい。

■(1) $(x-5)(x+5)+(x-6)^2$

■(2) $(x-3)(x+6)-(x-4)(x-1)$

■(3) $(x+2)^2-(x+3)(x+7)$

■(4) $(2x-3)(2x+3)+(x-2)(x-4)$

■(5) $(x-8y)(x+2y)-(x-4y)^2$

■(6) $2(x-2)(x+1)+3(x+1)(x-1)$

□(7) $(3x+2y)(3x-2y)-5(x+3y)(x-2y)$

□(8) $(3x-2)^2-(2x-1)(2x+3)$

必須！



重要パターン問題 ②

● 因数分解

1 因数分解 次の式を因数分解しなさい。

■(1) $x^2 + 14x + 45$

■(2) $acx^2 - 3abx$

■(3) $4x^2 - 49a^2$

■(4) $m^2 - 24m + 144$

■(5) $x^2 - 3xy - 10y^2$

■(6) $a^2 - 10a + 16$

■(7) $x^2 + 10xy + 25y^2$

■(8) $64 - n^2$

■(9) $81x^2 - 36x + 4$

■(10) $x^2 + 7x - 60$

■(11) $m^2 + 12mn + 36n^2$

□(12) $a^2 + 20ab + 75b^2$

■(13) $36x^2 - 25y^2$

■(14) $y^2 - y - 72$

□(15) $x^2 + 4xy - 5y^2$

■(16) $2ax - 10bx - 4x$

■(17) $x^2 - 10xy + 24y^2$

□(18) $49a^2 + 14ab + b^2$

2 因数分解 次の式を因数分解しなさい。

■(1) $4x^2 - 12x - 16$

■(2) $x^3 - 4p^2x$

■(3) $2x^2y - 4xy - 16y$

■(4) $ax^2 + 13ax + 36a$

■(5) $6a^2b - 30ab + 36b$

■(6) $3a^2 + 18ab + 27b^2$

□(7) $2x^3 + 4x^2 - 96x$

□(8) $5x^2 - 180y^2$

□(9) $4a^2x - 4ax + x$

[] [] [] [] [] []

必須!



重要パターン問題 ③

●おきかえの展開と因数分解

1 おきかえの展開 次の式を計算しなさい。

□(1) $(a-b+3)^2$

□(2) $(x+y-1)(x+y-8)$

□(3) $(x+y-\frac{1}{2})^2$

□(4) $(a-b+4)(a-b-\frac{1}{4})$

□(5) $(x+2y-2)(x+2y+2)$

□(6) $(a-4b+3)(a-4b-1)$

□(7) $(x-y-2z)^2$

□(8) $(a-3b+c)(a+3b-c)$

2 おきかえの因数分解 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(x-y)^2-4(x-y)-21$

□(2) $(a-3b)^2+9(a-3b)+8$

□(3) $(a+2b)^2-7(a+2b)+12$

□(4) $(2x+y)^2+2(2x+y)-35$

□(5) $(x-5)^2+12(x-5)+36$

□(6) $(a+3)^2-5(a+3)-24$

□(7) $(3x-1)^2-(2x-5)^2$

□(8) $a(x-2y)-x+2y$

□(9) $ax^2-ay^2-bx-by$

□(10) $x^2-4xy+4y^2-3x+6y$

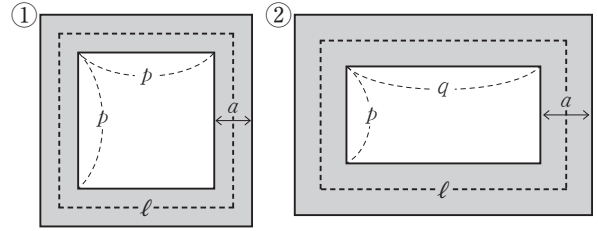
差がつく！

高得点をめざす問題

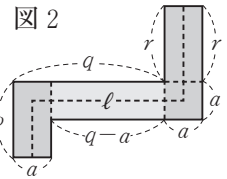
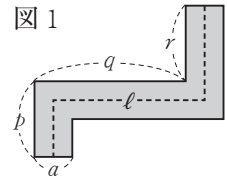
1 図形の性質

右の①、②の図で、影をつけた部分の面積を S ，幅を a ，まん中を通る線の長さを ℓ とするとき， $S=al$ が成り立ちます。

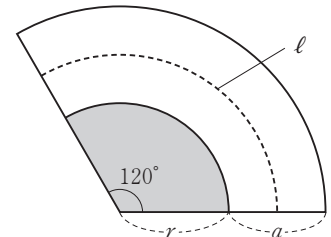
このことは，ほかの図形でも成り立つか考えます。



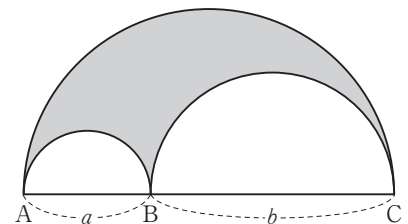
1 右の図1で，影をつけた部分の面積を S ，幅を a ，まん中を通る線の長さを ℓ とするとき， $S=al$ となる。このことを図2のように，3つの長方形に分けて考えることにより証明しなさい。



2 中心角 120° ，半径 r のおうぎ形の外側に，右の図のように一定の幅 a の白い部分がある。白い部分の面積を S ，白い部分のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき， $S=al$ となることを証明しなさい。



3 右の図は， AB ， AC ， BC をそれぞれ直径として半円をかいたものである。 $AB=a$ ， $BC=b$ とするとき，影をつけた部分の面積と周りの長さを求めなさい。



面積〔 〕
周りの長さ〔 〕

差がつく！

思考と活用問題

- 計算のしくみ
- 数の性質

① 計算のしくみ

「十の位の数が同じで、一の位の数之和が10である2けたの自然数の積」は、右のようにくふうして計算することができます。

なぜ、このように計算できるか考えます。

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 \times 34 \\
 \hline
 1224 \\
 1080 \\
 \hline
 1224
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 42 \\
 \times 48 \\
 \hline
 2016 \\
 1680 \\
 \hline
 2016
 \end{array}$$

$3 \times (3+1)$ 6×4 $4 \times (4+1)$ 2×8

1 上のしくみのように計算してもよいことを、次のように証明した。□をうめなさい。

□(証明) 2つの自然数は、十の位の数をも a 、一の位の数をも $b+c=10$ となる b 、 c を使って、

$$10a+b, \quad \boxed{\text{ア}}$$

と表される。このとき、これらの積は、

$$(10a+b)(\boxed{\text{イ}})$$

$$=100a^2+10ac+10ab+bc$$

$$=100a^2+10a(b+c)+bc$$

$$=100a^2+\boxed{\text{ウ}}+bc$$

$$=100a(\boxed{\text{エ}})+bc$$

よって、積 $a(a+1)$ の100倍と積 bc の和になるから、上のしくみのように計算してもよい。

$$\text{ア}[\quad] \quad \text{イ}[\quad] \quad \text{ウ}[\quad] \quad \text{エ}[\quad]$$

② 数の性質

右のようなカレンダーの中の4つの数を四角形で囲むと、4つの数は、左上の数を n とすると

$$\begin{array}{|c|c|}
 \hline
 n & n+1 \\
 \hline
 n+7 & n+8 \\
 \hline
 \end{array}$$

と表すことができます。

これら4つの数の計算のしくみについて考えます。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

2 右上のカレンダーで、 $\begin{array}{|c|c|} \hline 10 & 11 \\ \hline 17 & 18 \\ \hline \end{array}$ のように並んだ4つの数を $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ と表すことにする。次の問いに答えなさい。

□(1) $bd-ac$ といつでも等しくなるものを次のア～オの中から1つ選びなさい。

ア $a+b$

イ $a+c$

ウ $a+d$

エ $b+d$

オ $c+d$

[]

□(2) $bd-ac=b+c$ となることを証明しなさい。

[]

定期テスト対策 Ⅲ 標準編 Ⅲ

1章 式の展開と因数分解

得点

教科書 P.10~37

実施時間のめやす⇒15分

／100点

1 次の式を計算しなさい。

(各6点)

□(1) $(x+7)(x+8)$

□(2) $(m+5)^2$

[]

[]

2 次の式を計算しなさい。

(各7点)

□(1) $(3a+4)(3a-4)-2(a-2)(a+5)$

□(2) $4(x-3)^2-3(x+2)(x+6)$

[]

[]

3 次の式を因数分解しなさい。

(各4点)

□(1) $6xy-9x$

□(2) $15a^2b+25ab^2-10abc$

□(3) $x^2-\frac{1}{64}y^2$

[]

[]

[]

□(4) $x^2-x+\frac{1}{4}$

□(5) $x^2-18xy+81y^2$

□(6) $x^2+5x-24$

[]

[]

[]

□(7) $8-9x+x^2$

□(8) $3x^2-24x+45$

□(9) $4x^2-48-16x$

[]

[]

[]

4 次の式の値を求めなさい。

(各7点)

□(1) $x=-25$ のとき, $(x-8)^2-(x-2)(x+6)$

[]

□(2) $x=-2, y=9$ のとき, $(x+9y)(x+y)+(x+3y)(x-3y)$

[]

5 右の図のような競技場のトラックがある。影をつけた部分の面積を S , 走るところのまん中を通る線の長さを ℓ とするとき, $S=a\ell$

となることを, 次の手順にしたがって証明しなさい。 (各6点)

□(1) 小さい方の  の面積を b , r を使って表しなさい。

[]

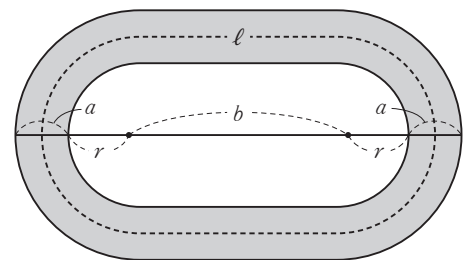
□(2) トラック全体の面積を a , b , r を使って表しなさい。

[]

□(3) ℓ の長さを a , b , r を使って表しなさい。

[]

□(4) (1)~(3)のことを使って, $S=a\ell$ となることを証明しなさい。



定期テスト対策 Ⅲ 応用編 Ⅲ

1 章 式の展開と因数分解

得点

/100点

教科書 P.10~37

実施時間のめやす⇒18分

1 $x+y=6$, $xy=8$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

(各 8 点)

□(1) $(x+y)^2$

□(2) x^2+y^2

□(3) $(x-y)^2$

[] [] []

2 展開や因数分解を使って, 次の計算をなさい。

(各 8 点)

□(1) $10^2-12^2+14^2$

□(2) $18^2-17^2+16^2-15^2+14^2-13^2$

[] []

3 次の問いに答えなさい。

(各10点 (2)完答)

□(1) $a=25$, $b=3$ のとき, $(a-b)^2-4(a-b)+4$ の値を求めなさい。

[]

□(2) 次の①と②では, ②の方が大きくなることを下のよう証明した。[]をうめなさい。

① 283×289

② 284×288

(証明) [ア]を x とおくと,

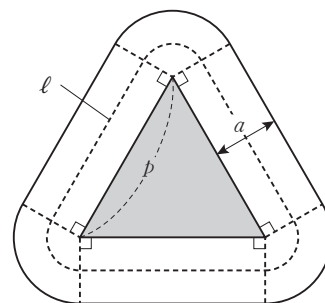
283×289 は, $(x-3)(x+3)=[イ]$

284×288 は, $(x-2)(x+2)=[ウ]$

よって, ②の方が大きい。

4 1 辺の長さが p の正三角形の土地の周りに, 右の図のように幅 a の道がある。□この道の面積を S , 道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき, $S=a\ell$ となることを証明しなさい。

(20点)

**5** 右の図の四角形 ABCD, BEFG は, 1 辺がそれぞれ x , y の正方形で, M は AE の中点である。ただし, $x > y$ とする。

AM, MB をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正方形の面積の和は, 正方形 ABCD, BEFG の面積の和の半分に等しい。このことを証明しなさい。

(20点)

