# 単元 30　空間図形の計量(1)

教科書 P.204～205 P.208～209

## 覚えよう！

**1** 立体の底面1つの面積を**底面積**(ていめんせき)、側面全体の面積を**側面積**(そくめんせき)といい、立体の表面全体の面積を**表面積**(ひょうめんせき)という。

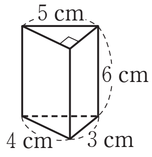
**2** 角柱・円柱の表面積は次の式で求められる。
**(側面積)＋(底面積)×2** ←― 底面は2つある。
↳ 側面の長方形の横の長さは底面の周の長さに等しい。

**3** 角錐・円錐の表面積は、次の式で求められる。
**(側面積)＋(底面積)** ←― 底面は1つしかない。
↳ 円錐の場合、側面のおうぎ形の弧の長さは底面の円の周の長さに等しい。

**4** 半径 $r$ の球の表面積を $S$ とすると、$S=4\pi r^2$

## チェック1　角柱、角錐の表面積

**例題1**　右の三角柱の表面積を求めなさい。

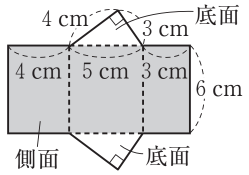



解　右下の展開図で考える。

側面積…$6\times(4+5+3)=72(\text{cm}^2)$
↑ 側面の横の長さ＝底面の周の長さ

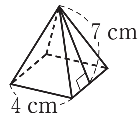
底面積…$\frac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$

表面積…$72+6\times2=84(\text{cm}^2)$
↑ 角柱の底面は2つ




答　84cm²

**例題2**　右の正四角錐の表面積を求めなさい。

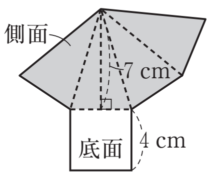



解　右下の展開図で考える。

側面積…$\left(\frac{1}{2}\times4\times7\right)\times4=56(\text{cm}^2)$
↑ 側面は底辺4 cm、高さ7 cmの二等辺三角形4つ分

底面積…$4\times4=16(\text{cm}^2)$

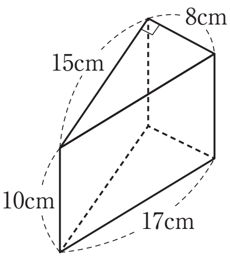
表面積…$56+16=72(\text{cm}^2)$
↑ 角錐の底面は1つ




答　72cm²

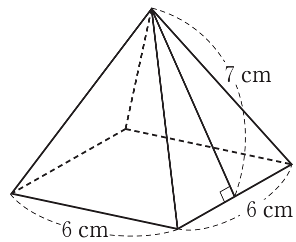
**確認問題1**　次の立体の表面積を求めなさい。ただし、(1)は三角柱、(2)は正四角錐である。

(1)




〔　　　　　　〕

(2)




〔　　　　　　〕

## チェック2　円柱の表面積

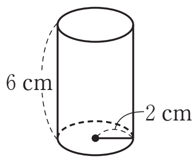
**例題**　右の円柱の表面積を求めなさい。

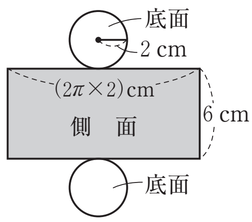
解　右の展開図で考える。

側面積…$6\times(2\pi\times2)=24\pi(\text{cm}^2)$
↑ 側面の横の長さは底面の円周の長さに等しい。

底面積…$\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

表面積…$24\pi+4\pi\times2=32\pi(\text{cm}^2)$ ← 円柱の底面は2つ

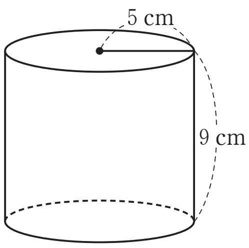



答　32π cm²

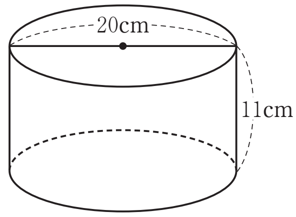
**確認問題2**　次の円柱の表面積を求めなさい。

(1)




〔　　　　　　〕

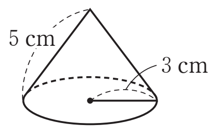
(2)




〔　　　　　　〕

## チェック3　円錐の表面積

例題　**右の円錐の表面積を求めなさい。**



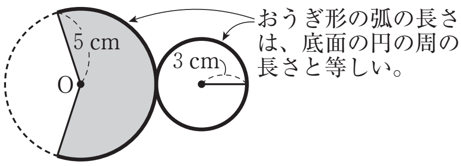

解　展開図は右下の図のようになる。

側面のおうぎ形の中心角は、$360° \times \dfrac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5} = 216°$ だから、

側面積は、$\pi \times 5^2 \times \dfrac{216}{360} = 15\pi(\mathrm{cm}^2)$

おうぎ形の弧の長さは中心角に比例するから、$\dfrac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5} = \dfrac{3}{5}$ におきかえて求めてもよい。

また、底面積は、$\pi \times 3^2 = 9\pi(\mathrm{cm}^2)$




よって、表面積は、$15\pi + 9\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$

〔別解〕　おうぎ形の面積…$S = \dfrac{1}{2}\ell r$（$r$…半径、$\ell$…弧の長さ）を利用して、側面積を求めることもできる。

側面積…$\dfrac{1}{2} \times (2\pi \times 3) \times 5 = 15\pi(\mathrm{cm}^2)$

おうぎ形の弧の長さは、底面の円の周の長さと等しい。

答　$24\pi\ \mathrm{cm}^2$

**確認問題3**　右の図2は、図1の円錐の展開図である。次の問いに答えなさい。

□(1)　図2の展開図で、側面のおうぎ形の弧の長さと中心角をそれぞれ求めなさい。

図1

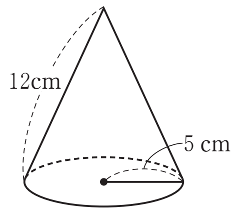
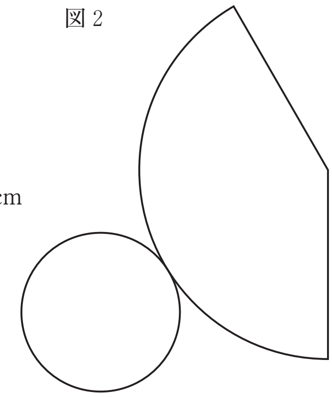



図2



弧の長さ〔　　　　　　　　〕

中心角〔　　　　　　　　〕

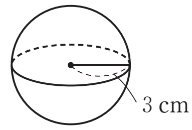
□(2)　図1の円錐の側面積と表面積をそれぞれ求めなさい。

側面積〔　　　　　　　　〕

表面積〔　　　　　　　　〕

## チェック4　球の表面積

例題　**右の球の表面積を求めなさい。**

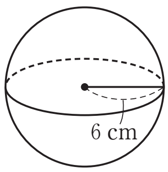



解　半径 $r$ の球の表面積を $S$ とすると、$S = 4\pi r^2$ だから、半径3 cmの球の表面積は、$4\pi r^2$ に $r = 3$ を代入して、$4\pi \times 3^2 = 36\pi(\mathrm{cm}^2)$

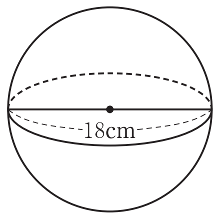
答　$36\pi\ \mathrm{cm}^2$

**確認問題4**　次の立体の表面積を求めなさい。

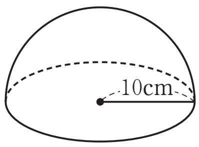
□(1)　球




□(2)　球




□(3)　半球




※曲面部分だけでなく、半径10cmの円(平面部分)の面積も、表面積にふくまれることに注意。

〔　　　　　　　　〕　〔　　　　　　　　〕　〔　　　　　　　　〕

# 単元 31　空間図形の計量(2)

教科書 P.206～210

## 覚えよう！

**1**　角柱・円柱の体積は、**(底面積)×(高さ)**で求められる。
角柱または円柱の底面積を$S$、高さを$h$、体積を$V$とすると、$\boldsymbol{V=Sh}$

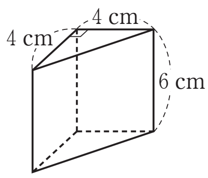
**2**　角錐・円錐の体積は、底面積と高さが等しい角柱・円柱の体積の$\frac{1}{3}$になる。
角錐または円錐の底面積を$S$、高さを$h$、体積を$V$とすると、$\boldsymbol{V=\frac{1}{3}Sh}$

**3**　半径$r$の球の体積を$V$とすると、$\boldsymbol{V=\frac{4}{3}\pi r^3}$

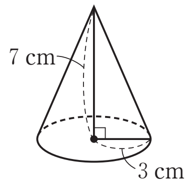
## チェック1　柱体、錐体の体積

例題　**右の立体の体積を求めなさい。**
**ただし、(1)は三角柱、(2)は円錐である。**

(1)




(2)

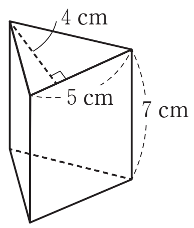



解　(1)底面積は、$\frac{1}{2}\times4\times4=8(\text{cm}^2)$だから、
体積は、$8\times6=48(\text{cm}^3)$　←$V=Sh$で、$S=8$、$h=6$
(2)底面積は、$\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$だから、
体積は、$\frac{1}{3}\times9\pi\times7=21\pi(\text{cm}^3)$　←$V=\frac{1}{3}Sh$で、$S=9\pi$、$h=7$

答　(1)　$48\text{cm}^3$　(2)　$21\pi\ \text{cm}^3$

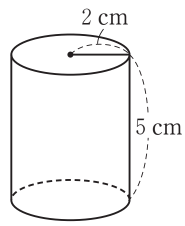
確認問題1　次の立体の体積を求めなさい。

□(1)　三角柱



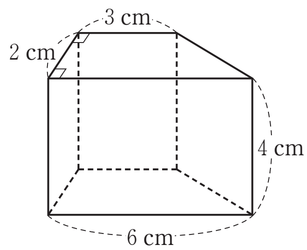

〔　　　　　　　　〕

□(2)　円柱



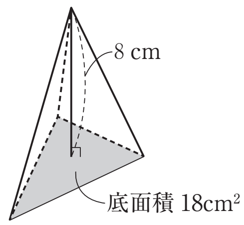

〔　　　　　　　　〕

□(3)　四角柱



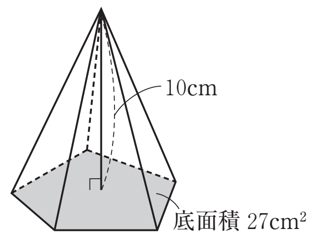

〔　　　　　　　　〕

□(4)　三角錐



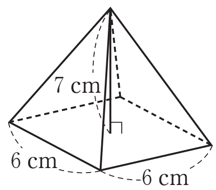

〔　　　　　　　　〕

□(5)　五角錐



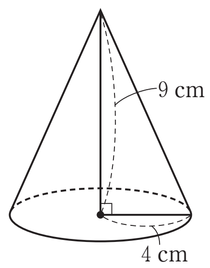

〔　　　　　　　　〕

□(6)　正四角錐



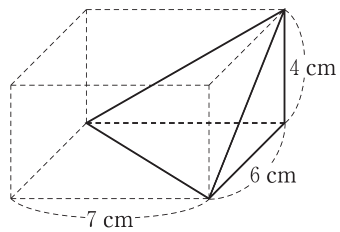

〔　　　　　　　　〕

□(7)　円錐



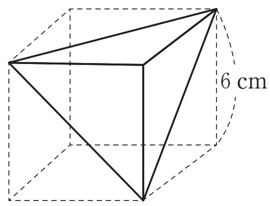

〔　　　　　　　　〕

□(8)　直方体の一部の三角錐




〔　　　　　　　　〕

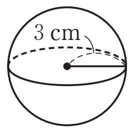
□(9)　立方体の一部の三角錐

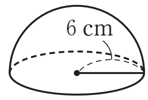



〔　　　　　　　　〕

## チェック2　球の体積

例題　**右の立体の体積を求めなさい。**
**ただし、(1)は球、(2)は半球である。**

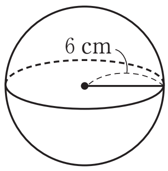
(1)



(2)


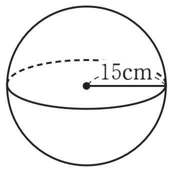

解　(1)半径 $r$ の球の体積を $V$ とすると、$V=\frac{4}{3}\pi r^3$ だから、
半径 3 cm の球の体積は、$\frac{4}{3}\pi r^3$ に $r=3$ を代入して、
$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$
(2)半径 6 cm の球の体積の半分だから、$\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\div2=144\pi(\text{cm}^3)$

答　(1)　$36\pi$ cm$^3$　(2)　$144\pi$ cm$^3$

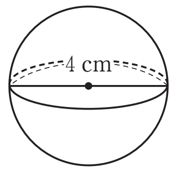
確認問題2　次の立体の体積を求めなさい。

(1)　球


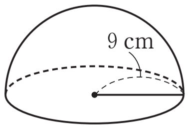

〔　　　　　　　〕

(2)　球


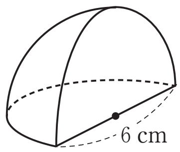

〔　　　　　　　〕

(3)　球


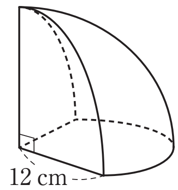

〔　　　　　　　〕

(4)　半球



〔　　　　　　　〕

(5)　球を 4 等分した立体


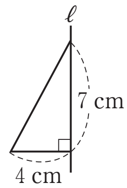

〔　　　　　　　〕

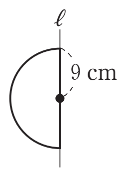
(6)　球を 8 等分した立体



〔　　　　　　　〕

## チェック3　回転体の体積

例題　**右の図形を、直線 $\ell$ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。**

(1)



(2)



解　(1)右の図 1 のような円錐ができる。
$\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times7=\frac{112}{3}\pi(\text{cm}^3)$
(2)右の図 2 のような球ができる。
$\frac{4}{3}\pi\times9^3=972\pi(\text{cm}^3)$

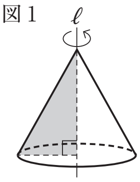
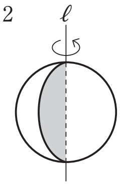
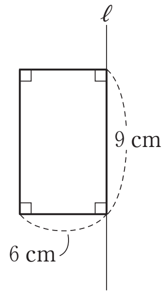
図 1


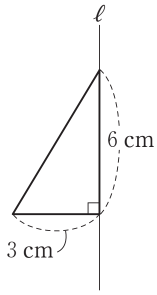

図 2



答　(1)　$\frac{112}{3}\pi$ cm$^3$　(2)　$972\pi$ cm$^3$

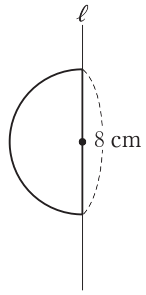
確認問題3　次の図形を、直線 $\ell$ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(1)



〔　　　　　　　〕

(2)



〔　　　　　　　〕

(3)


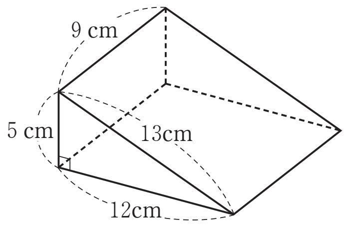

〔　　　　　　　〕

# 練　習　問　題　その1

単元30 1

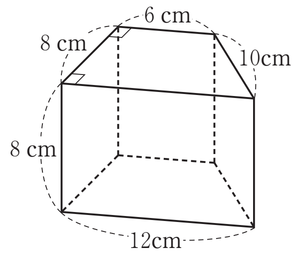
## 1 角柱、角錐の表面積　次の立体の表面積を求めなさい。

□(1)　三角柱



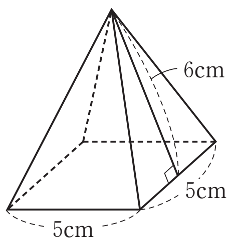

〔　　　　　　〕

□(2)　四角柱



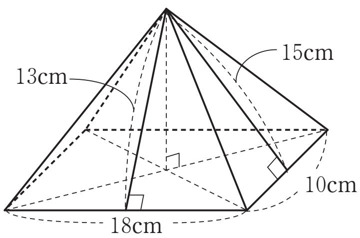

〔　　　　　　〕

□(3)　正四角錐




〔　　　　　　〕

□(4)　四角錐（底面は長方形）

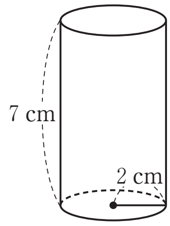



〔　　　　　　〕

単元30 2

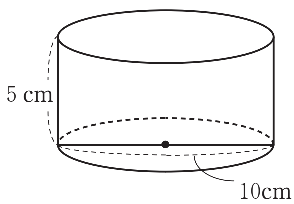
## 2 円柱の表面積　次の円柱の表面積を求めなさい。

□(1)




〔　　　　　　〕

□(2)




〔　　　　　　〕

単元30 3

## 3 円錐の表面積　右の図 2 は、図 1 の円錐の展開図である。次の問いに答えなさい。

□(1)　図 2 の展開図で、側面のおうぎ形の弧の長さと中心角をそれぞれ求めなさい。

弧の長さ〔　　　　　　〕

中心角〔　　　　　　〕

□(2)　図 1 の円錐の側面積と表面積をそれぞれ求めなさい。

側面積〔　　　　　　〕

表面積〔　　　　　　〕

図 1

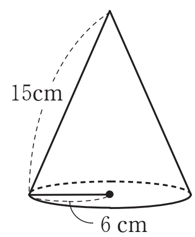
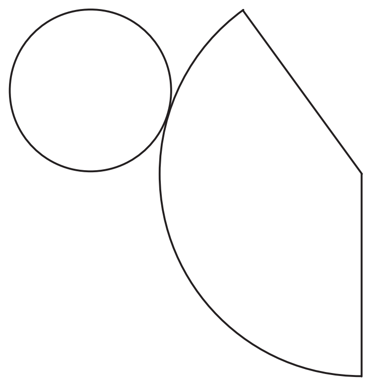


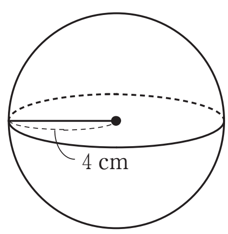

図 2



単元30 4

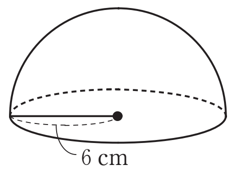
## 4 球の表面積　次の立体の表面積を求めなさい。

□(1)　球



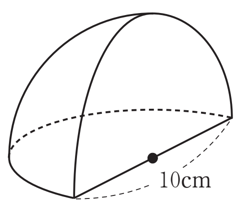

〔　　　　　　〕

□(2)　半球




〔　　　　　　〕

□(3)　球を 4 等分した立体



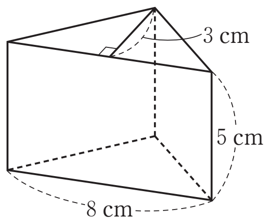

〔　　　　　　〕

# 練　習　問　題　その2

単元31 1

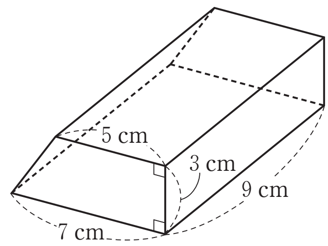
## 1 柱体、錐体の体積　次の立体の体積を求めなさい。

□(1)　三角柱



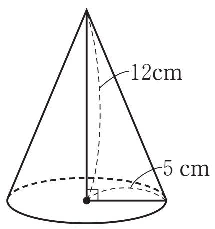

〔　　　　　〕

□(2)　四角柱



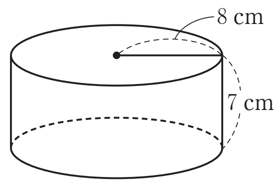

〔　　　　　〕

□(3)　円錐



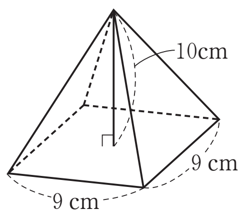

〔　　　　　〕

□(4)　円柱



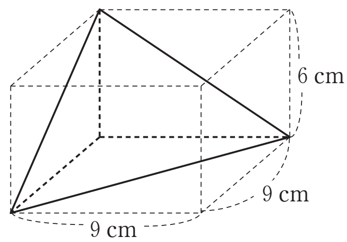

〔　　　　　〕

□(5)　正四角錐




〔　　　　　〕

□(6)　直方体の一部の三角錐

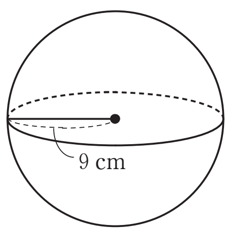



〔　　　　　〕

単元31 2

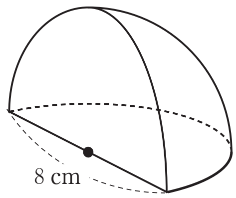
## 2 球の体積　次の立体の体積を求めなさい。

□(1)　球



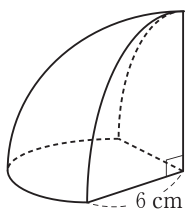

〔　　　　　〕

□(2)　球を 4 等分した立体




〔　　　　　〕

□(3)　球を 8 等分した立体

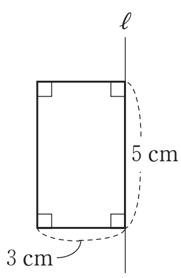



〔　　　　　〕

単元31 3

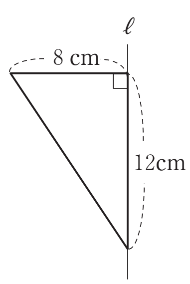
## 3 回転体の体積　次の図形を、直線 $\ell$ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

□(1)



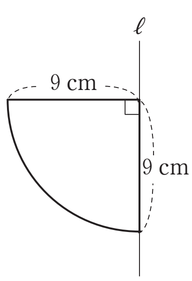

〔　　　　　〕

□(2)




〔　　　　　〕

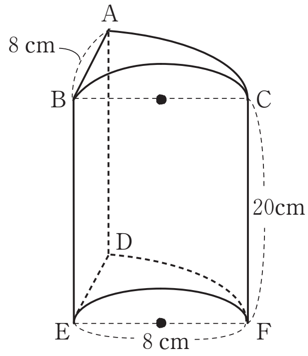
□(3)




〔　　　　　〕

# Keyプラス　その1

**1** 右の図は、底面の半径が 8 cm、高さが 20cm の円柱を 4 等分した立体から、底面の直径が 8 cm、高さが 20cm の円柱を半分にした立体をくりぬいて作ったものである。次の問いに答えなさい。




□(1)　底面の図形 ABC の面積と周の長さをそれぞれ求めなさい。

面積〔　　　　　　〕
周の長さ〔　　　　　　〕

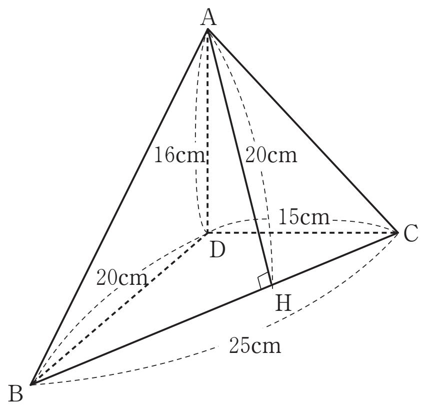
□(2)　右の図の立体の体積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

□(3)　右の図の立体の表面積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

**2** 右の図の四面体 ABCD で、AD⊥BD、AD⊥CD、BD⊥CD、AH⊥BC である。次の問いに答えなさい。




□(1)　四面体 ABCD の体積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

□(2)　四面体 ABCD の表面積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

□(3)　頂点 D から辺 BC にひいた垂線と、辺 BC との交点を I とするとき、△BCD の面積を利用して、線分 DI の長さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

□(4)　頂点 D から面 ABC にひいた垂線と、面 ABC との交点を J とするとき、四面体 ABCD の体積を利用して、線分 DJ の長さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

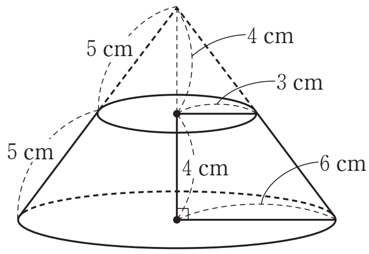
(3)△BCD の面積は、BD⊥CDより、$\frac{1}{2}$×BD×CD で求められる一方で、BC⊥DI より、$\frac{1}{2}$×BC×DI でも求められる。
よって、△BCD の面積について、
$\frac{1}{2}\times BD\times CD=\frac{1}{2}\times BC\times DI$
が成り立つことから、DI＝$x$ cm として、方程式をつくって解く。

# Keyプラス　その2

**1** 底面の半径が 6 cm、高さが 8 cm、母線の長さが 10cm の円錐を、高さのちょうど半分のところで底面と平行な面によって切断する。

上側にある底面の半径が 3 cm、高さが 4 cm、母線の長さが 5 cmの円錐を取り除くと、右の図のような立体ができる。

次の問いに答えなさい。




(1)　右の図の立体の体積を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

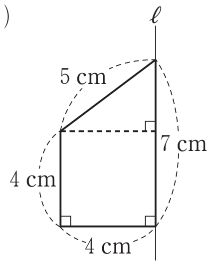
(2)　右上の図の立体の表面積は、もとの円錐の表面積と比べてどうなるか。次の〔　　〕に、$\pi$を使った式をあてはめなさい。また、「増える」「減る」のどちらか一方を◯で囲みなさい。

もとの円錐の表面積より、〔　　　　　　〕$\text{cm}^2$（　増える　・　減る　）。

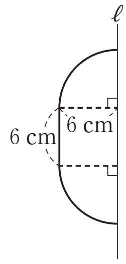
単元31 3

**2** 次の図形を、直線 $\ell$ を軸として 1 回転させてできる立体の体積と表面積をそれぞれ求めなさい。

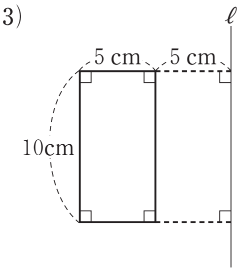
(1)




(2)




(3)

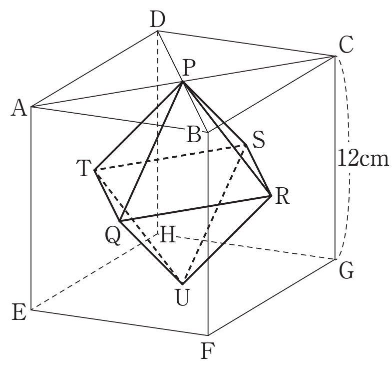



(1) 体積〔　　　　　　〕　表面積〔　　　　　　〕

(2) 体積〔　　　　　　〕　表面積〔　　　　　　〕

(3) 体積〔　　　　　　〕　表面積〔　　　　　　〕

**3** 1 辺が 12cm の立方体 ABCD-EFGH において、面 ABCD の対角線 AC、BD の交点を P とする。同様に各面の対角線の交点を Q、R、S、T、U として、立体 PQRSTU を作る。次の問いに答えなさい。




(1)　四角形 QRST の面積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　立体 PQRSTU の体積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

知識・技能

# 重要用語と公式の穴うめ問題

次の空欄をうめなさい。

## 1　空間図形の観察(1)

単元27

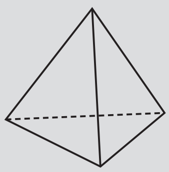
底面が正三角形、正方形、…で、側面がすべて合同な長方形である角柱を、それぞれ$\boxed{\text{ア}\qquad}$、$\boxed{\text{イ}\qquad}$、…という。

底面が正三角形、正方形、…で、側面がすべて合同な二等辺三角形である角錐を、それぞれ$\boxed{\text{ウ}\qquad}$、$\boxed{\text{エ}\qquad}$、…という。

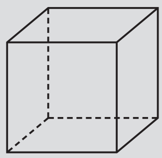
平面だけで囲まれた立体を$\boxed{\text{オ}\qquad}$という。

多面体のうち、どの面もすべて合同な正多角形で、どの頂点にも面が同じ数だけ集まっていて、へこみのない立体を$\boxed{\text{カ}\qquad}$という。

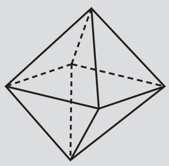
正多面体には、次の5種類がある。



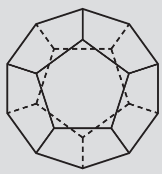
$\boxed{\text{キ}\qquad}$



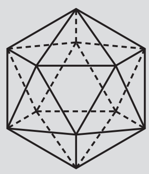
正六面体(立方体)



$\boxed{\text{ク}\qquad}$



$\boxed{\text{ケ}\qquad}$



正二十面体

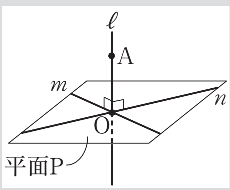
## 2　空間図形の観察(2)

単元28

空間内において、平行でなく交わらない2直線は、$\boxed{\text{ア}\qquad}$にあるという。

直線と平面が交わらないとき、その直線と平面は$\boxed{\text{イ}\qquad}$であるという。

2直線 $m$、$n$ の交点をOとする。Oを通る直線 $\ell$ が $\ell\perp m$、$\ell\perp n$ となっているとき、直線 $\ell$ は2直線 $m$、$n$ をふくむ平面Pに$\boxed{\text{ウ}\qquad}$であるといい、$\ell\perp$P と表す。また、直線 $\ell$ 上に点Aをとるとき、線分AOの長さを点Aと平面Pとの$\boxed{\text{エ}\qquad}$という。




## 3　空間図形の観察(3)

単元29

2平面が交わらないとき、その2つの平面は$\boxed{\text{ア}\qquad}$であるという。

円柱や円錐のように、1つの直線を軸として平面図形を1回転させてできる立体を$\boxed{\text{イ}\qquad}$といい、円柱や円錐の側面をえがく線分を、その円柱や円錐の$\boxed{\text{ウ}\qquad}$という。

立体を正面から見た図を$\boxed{\text{エ}\qquad}$、真上から見た図を$\boxed{\text{オ}\qquad}$といい、これらを組にした図を$\boxed{\text{カ}\qquad}$という。

## 4　空間図形の計量(1)

単元30

立体の底面1つの面積を$\boxed{\text{ア}\qquad}$、側面全体の面積を$\boxed{\text{イ}\qquad}$といい、立体の表面全体の面積を$\boxed{\text{ウ}\qquad}$という。

(角柱、円柱の表面積)

$=(\boxed{\text{エ}\qquad})+(\boxed{\text{オ}\qquad})\times 2$

(角錐、円錐の表面積)

$=(\boxed{\text{カ}\qquad})+$(底面積)

半径 $r$ の球の表面積を $S$ とすると、

$S=\boxed{\text{キ}\qquad}$

## 5　空間図形の計量(2)

単元31

(角柱、円柱の体積)

$=(\boxed{\text{ア}\qquad})\times(\boxed{\text{イ}\qquad})$

(角錐、円錐の体積)

$=\frac{1}{3}\times(\boxed{\text{ウ}\qquad})\times(\boxed{\text{エ}\qquad})$

半径 $r$ の球の体積を $V$ とすると、

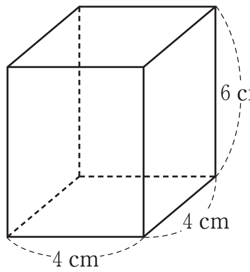
$V=\boxed{\text{オ}\qquad}$

## 知識・技能　重要パターン問題①

●立体の体積
●立体の表面積

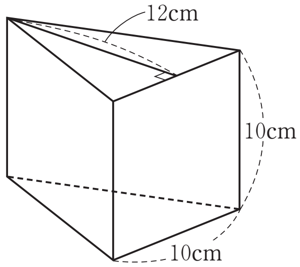
**1** **体積**　次の立体の体積を求めなさい。

(1)　正四角柱（直方体）



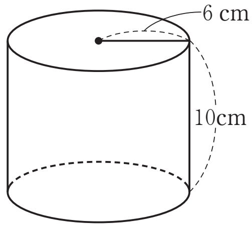

〔　　　　　〕

(2)　三角柱



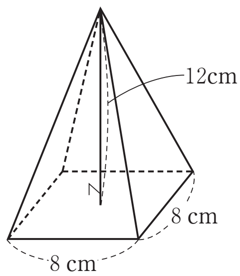

〔　　　　　〕

(3)　円柱



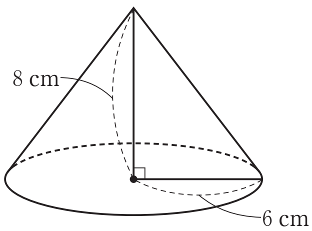

〔　　　　　〕

(4)　正四角錐



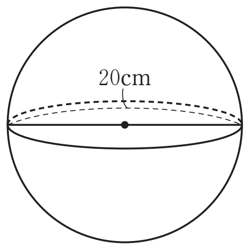

〔　　　　　〕

(5)　円錐




〔　　　　　〕

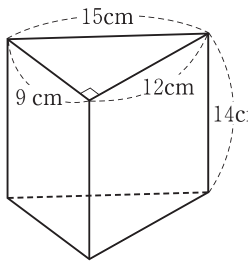
(6)　球




〔　　　　　〕

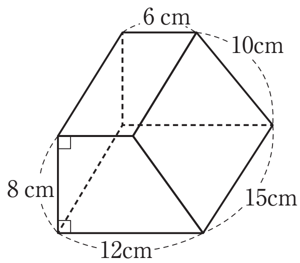
**2** **表面積**　次の立体の表面積を求めなさい。

(1)　三角柱



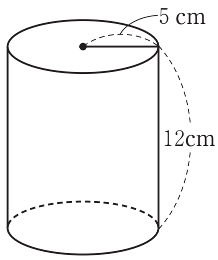

〔　　　　　〕

(2)　四角柱



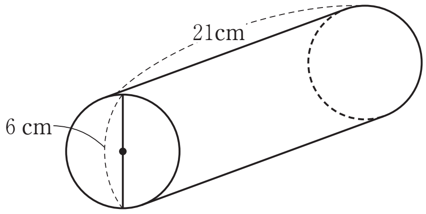

〔　　　　　〕

(3)　円柱



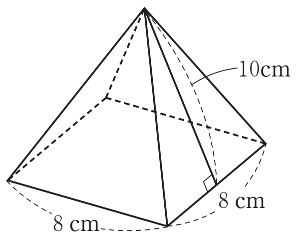

〔　　　　　〕

(4)　円柱



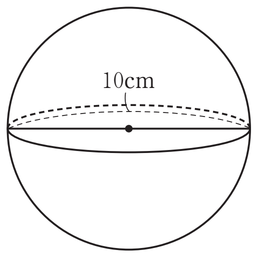

〔　　　　　〕

(5)　正四角錐




〔　　　　　〕

(6)　球




〔　　　　　〕

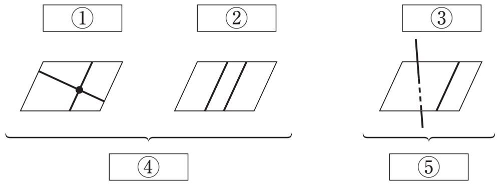
知識・技能

# 重要パターン問題②

●直線の位置関係
●立体の体積と表面積

**1** **直線の位置関係**　下の図を見て、2直線の位置関係について、□にあてはまる言葉を答えなさい。

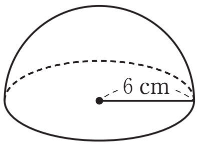
□




①〔　　　　　　　　　　〕
②〔　　　　　　　　　　〕
③〔　　　　　　　　　　〕
④〔　　　　　　　　　　〕
⑤〔　　　　　　　　　　〕

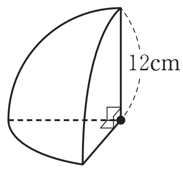
**2** **球の切断**　次の立体は、球を切断してできたものである。体積と表面積を求めなさい。

□(1)　半球




体積〔　　　　　　　　〕
表面積〔　　　　　　　　〕

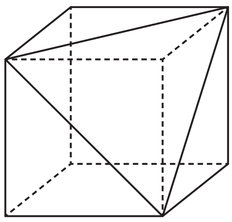
□(2)　球を中心を通る平面で切った立体




体積〔　　　　　　　　〕
表面積〔　　　　　　　　〕

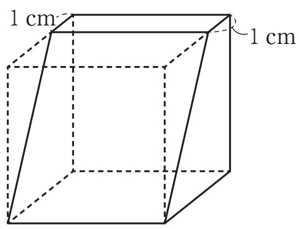
**3** **立方体の切断**　次の立体は、1辺3 cmの立方体の一部を切り取ったときの残りの立体である。体積を求めなさい。

□(1)



〔　　　　　　　　〕

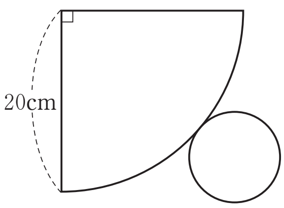
□(2)




〔　　　　　　　　〕

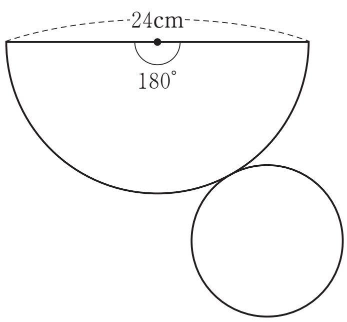
**4** **円錐の表面積**　次の図は円錐の展開図である。(1)、(2)は、円錐の底面の半径と表面積を、(3)は、おうぎ形の中心角と表面積を求めなさい。

□(1)



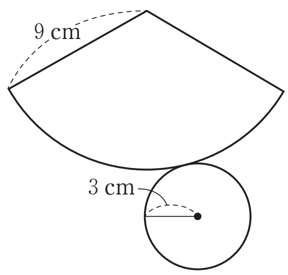

半径〔　　　　　　　〕
表面積〔　　　　　　　〕

□(2)




半径〔　　　　　　　〕
表面積〔　　　　　　　〕

□(3)




中心角〔　　　　　　　〕
表面積〔　　　　　　　〕

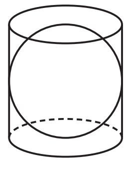
思考・判断・表現

# 思考と活用問題①

●アルキメデスの発見
●オイラーの多面体定理

**1** 古代ギリシャの数学者アルキメデスは、円柱にちょうど入る球の体積と表面積について、右のようなことを発見したといわれている。
次の会話文を読み、あとの問いに答えなさい。

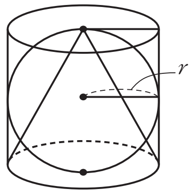
・球の体積は、
円柱の体積の$\frac{2}{3}$
・球の表面積は、
円柱の表面積の$\frac{2}{3}$



こうた「球の半径を 6 cm とすると、球がちょうど入る円柱の底面の半径は 6 cm、高さは 12cm だから、円柱の体積は［ア］$cm^3$、表面積は［イ］$cm^2$ だね。」

のぞみ「授業では、半径 $r$ の球の体積を $V$、表面積を $S$ とすると、$V=\frac{4}{3}\pi r^3$、$S=4\pi r^2$ という公式を習ったよ。
これらの公式に $r=6$ を代入すると、球の体積は［ウ］$cm^3$、表面積は［エ］$cm^2$ になるから、確かにそれぞれ円柱の体積、表面積の$\frac{2}{3}$になっているね。」

こうた「今度は右の図のように、半径 $r$ の球がちょうど入る円柱に、ぴったり入る円錐を考えるよ。このとき、円錐と球と円柱の体積の比は、どうなるかな？」




のぞみ「［オ］だから、
円錐と球と円柱の体積の比は、［カ］になることがわかるね。」

□(1) 会話文中の**ア**～**エ**にあてはまる $\pi$ を使った式を答えなさい。

**ア**〔　　　　〕 **イ**〔　　　　〕 **ウ**〔　　　　〕 **エ**〔　　　　〕

□(2) 会話文中の**オ**にあてはまる説明と、**カ**にあてはまる比をそれぞれ答えなさい。

**オ**〔　　　　〕

**カ**〔　　　　〕

**2** 18世紀の数学者レオンハルト・オイラー(1707～1783)は、平面だけで囲まれた穴のない多面体の頂点の数、辺の数、面の数について、右のような関係が成り立つことを発見した。次の問いに答えなさい。

〈オイラーの多面体定理〉
穴のない多面体の頂点の数を $v$ 、辺の数を $e$ 、面の数を $f$ とすると、**$v-e+f=2$** が成り立つ。

※$v$、$e$、$f$はそれぞれ、点…*vertex*、辺…*edge*、面…*face*の略である。

□(1) 次の表は、正多面体の頂点の数、辺の数、面の数をまとめたものである。右の定理を参考にして、表の **a** ～ **c** の空欄にあてはまる数を書きなさい。

| | 頂点の数($v$) | 辺の数($e$) | 面の数($f$) |
|---|---|---|---|
| 正四面体 | 4 | 6 | 4 |
| 正六面体 | 8 | 12 | 6 |
| 正八面体 | 6 | a | 8 |
| 正十二面体 | b | 30 | 12 |
| 正二十面体 | 12 | c | 20 |

(2) 右上の図に示すサッカーボールは、正五角形の面を12、正六角形の面を20貼り合わせた多面体をふくらませたもので、この多面体のどの頂点にも、正五角形の面が 1 つと正六角形の面が 2 つ集まっている。

□① この多面体の頂点の数は、(［ア］×12＋［イ］×20)÷［ウ］＝［エ］ という計算によって、求められる。**ア**～**エ**にあてはまる数を答えなさい。

**ア**〔　　　　〕 **イ**〔　　　　〕 **ウ**〔　　　　〕 **エ**〔　　　　〕

□② オイラーの多面体定理を利用して、この多面体の辺の数を求めなさい。

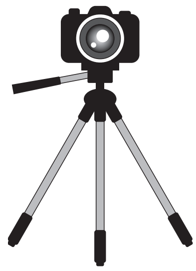
〔　　　　〕

思考・判断・表現

## 思考と活用問題②

●面と直線
●立体のいろいろな見方

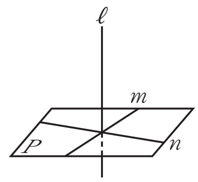
**1** カメラの三脚の足が3本である理由を説明しなさい。また、足が4本だとどんなことが起こると考えられるかも説明しなさい。



〔　　　　　　　　　　　　　　〕

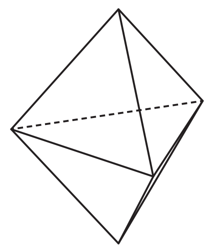
**2** □にあてはまるものを記号を使って答えなさい。

右の図で、直線$\ell$が平面Pと垂直であることをいうには、平面P上にある2直線$m$、$n$を利用して、 ① 、 ② がいえればよい。



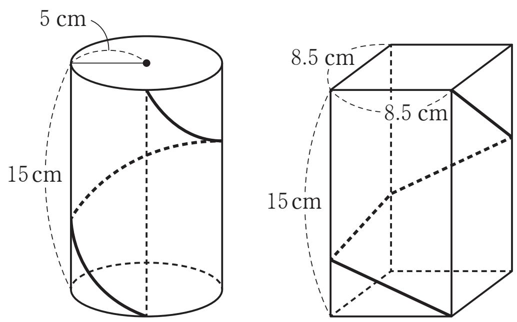

①〔　　　　　　〕　②〔　　　　　　〕

**3** 右の図は、正三角形を6つ使ってできた立体であるが、正多面体ではない。
その理由を説明しなさい。



〔　　　　　　　　　　　　　　〕

**4** 高さが同じ円柱と直方体の表面に、図のようにひもの長さが最短になるようにひもをかける。ひもの長さが長くなるのは、どちらの立体ですか。その理由を展開図を使って説明しなさい。

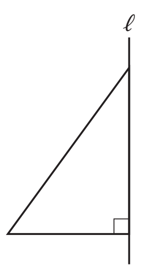



ひもの長さが長くなる立体〔　　　　　　〕

理由

〔　　　　　　　　　　　　　　〕

**5** 右の図の直角三角形を、直線$\ell$を回転の軸として回転させると円錐ができる。
この円錐を平面で切ると切り口が円になる場合や二等辺三角形になる場合がある。
それはどのように切ったときか。「回転の軸」という言葉を使って説明しなさい。




円になる場合〔　　　　　　　　　　〕

二等辺三角形になる場合〔　　　　　　　　　　〕

思考・判断・表現

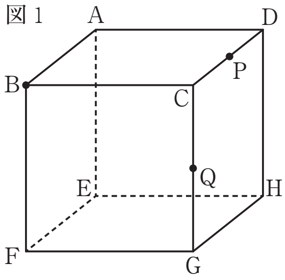
## 高得点をめざす問題

●立方体の切り口

**1** 次の(1)～(3)のように、それぞれの立方体を平面で切るとき、その切り口を[**手順**]にしたがって、図にかき入れなさい。また、〔　　〕にあてはまる図形の名前を書きなさい。

なお、立方体の辺上の点は、その辺の中点である。

図 1




□(1)　図 1 の立方体を、3 点B、P、Qを通る平面で切るとき

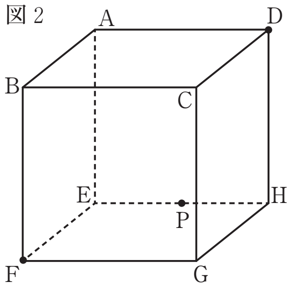
**同じ面上にある 2 点を結ぶ線分は切り口の図形の辺になる。**

[**手順**]　①BとPは同じ面 ABCD 上にあるから、BP を線分で結ぶ。

②BとQ、PとQもそれぞれ同じ面上にあるから、BQ、PQ を線分で結ぶ。

➡ BP＝BQ より、切り口の図形は〔　　　　　　　　〕である。

図 2




□(2)　図 2 の立方体を、3 点D、F、Pを通る平面で切るとき

**平行な面にできる切り口の辺は平行である。**

[**手順**]　①DとP、PとFはそれぞれ同じ面上にあるから、DP、PF を線分で結ぶ。

※DとFは同じ面上にないから、線分 DF は切り口の辺にならない。

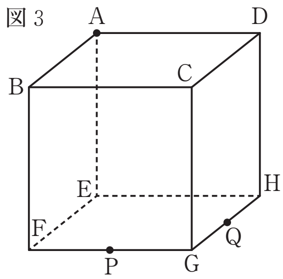
②面 ABCD と面 EFGH は平行だから、DQ∥PF となる

Qを BC 上にとり、DQ を線分で結ぶ。

③QとFは同じ面 BFGC 上にあるから、QF を線分で結ぶ。

➡ DQ∥PF、DP∥QF より、向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行だから、四角形 DQFP は平行四辺形である。
さらに DQ＝PF＝DP＝QF より、4 辺が等しいから、切り口の図形は〔　　　　　　　　〕である。

図 3




□(3)　図 3 の立方体を、3 点A、P、Qを通る平面で切るとき

**立方体の辺や切り口の線を延長して交わる点を利用する。**

[**手順**]　①PとQは同じ面 EFGH 上にあるから、PQ を線分で結ぶ。

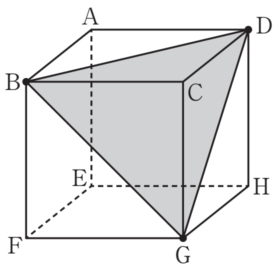
②EF と QP の延長線の交点をＩ、EH と PQ の延長線の交点をＪとする。※3 点A、P、Qをふくむ△AIJ ができる。

③AI と BF の交点をR、AJ と DH の交点をＳとする。

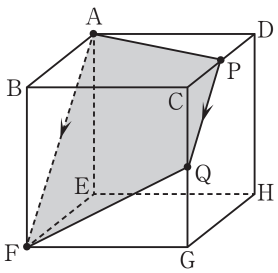
④AとR、RとP、AとＳ、ＳとQはそれぞれ同じ面上にあるから、AR、RP、AS、SQ を線分で結ぶ。

➡ 切り口の図形は、5 つの線分 AR、RP、PQ、AS、SQ で囲まれた〔　　　　　　　　〕である。
この図形は、AR＝AS、RP＝SQ になっている。

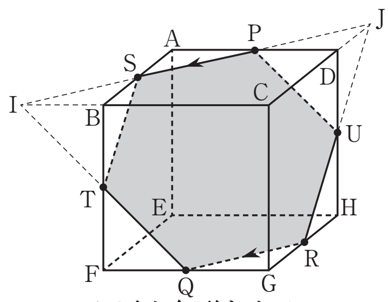
[**参考**]　次の図で、立方体を黒丸(•)で示した点を通る平面で切るとき、切り口はそれぞれ下のようになる。
なお、立方体の辺上の点は、その辺の中点である。




➡ 正三角形となる。




➡ 台形(等脚台形)となる。




➡ 正六角形となる。

# 定期テスト対策 Ⅲ標準編Ⅲ

## 6章 空間図形

得点　／100点

教科書　P.188~212　　実施時間のめやす⇨15分

**1** 次の**ア**～**オ**の立体のうち、あとの(1)～(4)にあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。（各５点）

**ア**　球　　**イ**　円錐　　**ウ**　三角柱　　**エ**　三角錐　　**オ**　円柱

□(1)　側面の形が長方形である立体

〔　　　　〕

□(2)　１つの直線を軸として、平面図形を１回転させてできる立体

〔　　　　〕

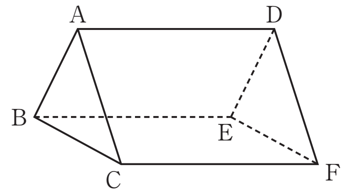
□(3)　底面が１つだけの立体

〔　　　　〕

□(4)　多面体である立体

〔　　　　〕

**2** 右の図の三角柱について、次の辺や面をすべて答えなさい。（各５点）




□(1)　面 ABC と平行な辺

〔　　　　〕

□(2)　辺 BE と平行な面

〔　　　　〕

□(3)　辺 AD と垂直に交わる面

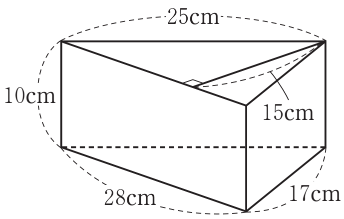
〔　　　　〕

□(4)　辺 AB とねじれの位置にある辺

〔　　　　〕

**3** 次の立体の体積と表面積をそれぞれを求めなさい。（各10点）

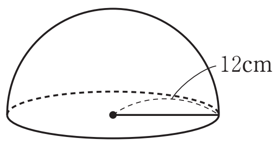
□(1)　三角柱




体積〔　　　　〕

表面積〔　　　　〕

□(2)　半球




体積〔　　　　〕

表面積〔　　　　〕

**4** 右の図２は、図１の円錐の展開図である。

次の問いに答えなさい。（各10点）

図１

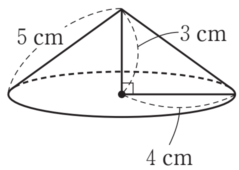
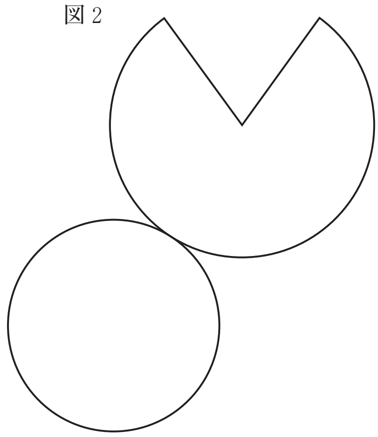



図２



□(1)　図２の展開図で、側面のおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

〔　　　　〕

□(2)　図１の円錐の表面積を求めなさい。

〔　　　　〕

# 定期テスト対策 Ⅲ応用編Ⅲ　6章 空間図形

得点　／100点

教科書　P.188~212　　実施時間のめやす⇨18分

**1** 空間内で、次のことがらが正しいものには○、そうとは限らないものには×と答えなさい。（各10点）

□(1) 1つの直線と垂直に交わる2つの直線は平行である。

〔　　　〕

□(2) 1つの平面に平行な2つの直線は平行である。

〔　　　〕

□(3) 1つの直線に平行な平面と、その直線に垂直な平面は、たがいに垂直である。

〔　　　〕

□(4) 1つの平面に垂直な2つの平面は平行である。

〔　　　〕

**2** 右の図2は、図1の立方体の展開図である。
次の問いに答えなさい。（各10点）

□(1) 図2の㋐が表す立方体の頂点はどれですか。
A～Hの記号で答えなさい。

〔　　　〕

□(2) 図1の立方体の辺EHの中点をMとする。
辺CD上に点P、辺GH上に点Qをとるとき、
4点B、P、Q、Mの順にひもをかけて、ひもの長さが最短になるようにしたい。
このときのひものようすと、点P、Q、Mの位置を、図2にかき入れなさい。

図1

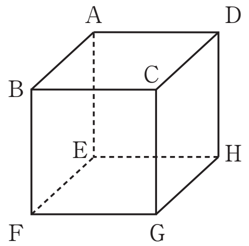
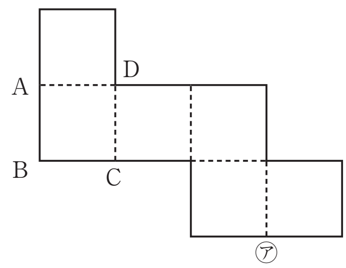



図2



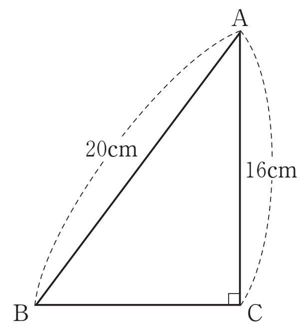

**3** 右の図の△ABCは、AB＝20cm、AC＝16cm、∠C＝90°の直角三角形である。
この△ABCを、辺ACを回転の軸として1回転させてできる立体の展開図の側面は、中心角が216°のおうぎ形になった。
次の問いに答えなさい。（各10点）

□(1) この立体の表面積を求めなさい。

〔　　　〕

□(2) この立体の体積を求めなさい。

〔　　　〕




**4** 1辺が12cmの正方形の厚紙ABCDで、辺AB、ADの中点をそれぞれM、Nとする。線分MN、MC、CNを折り目として折り曲げ、3点A、B、Dを1点に重ねて立体を作るとき、次の問いに答えなさい。（各10点）

□(1) この立体の体積を求めなさい。

〔　　　〕

□(2) この立体の底面を△MCNとみたとき、高さは何cmですか。

〔　　　〕