



単元
31

立体の体積と表面積(2)

教科書
P.217～221

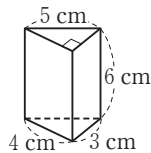
覚えよう！

- 立体のすべての面の面積の和を^{ひょうめんせき}表面積という。1つの底面の面積を^{ていめんせき}底面積、側面全体の面積を^{そくめんせき}側面積という。
- (角柱、円柱の表面積)=(側面積)+(底面積) $\times 2$ (角錐、円錐の表面積)=(側面積)+(底面積)
- 球の半径を r 、表面積を S とすると、 $S=4\pi r^2$
球の表面積は、その球がちょうど入る円柱の側面積に等しい。



チェック① 角柱や角錐の表面積

例題1 右の三角柱の表面積を求めなさい。



解 右下の展開図で考える。

$$\text{側面積} \cdots 6 \times (4 + 5 + 3) = 72 (\text{cm}^2)$$

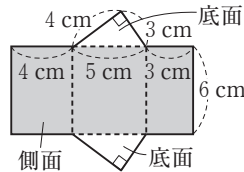
側面の横の長さ=底面の周の長さ

$$\text{底面積} \cdots \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 (\text{cm}^2)$$

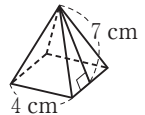
$$\text{表面積} \cdots 72 + 6 \times 2 = 84 (\text{cm}^2)$$

角柱の底面は2つ

答 84cm^2



例題2 右の正四角錐の表面積を求めなさい。



解 右下の展開図で考える。

$$\text{側面積} \cdots \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 7 \right) \times 4 = 56 (\text{cm}^2)$$

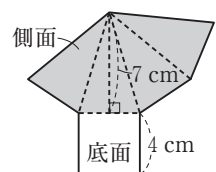
側面は底辺4 cm、高さ7 cmの二等辺三角形4つ分

$$\text{底面積} \cdots 4 \times 4 = 16 (\text{cm}^2)$$

$$\text{表面積} \cdots 56 + 16 = 72 (\text{cm}^2)$$

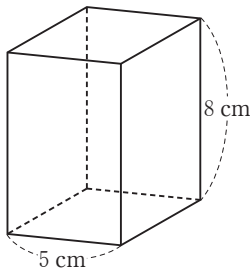
角錐の底面は1つ

答 72cm^2



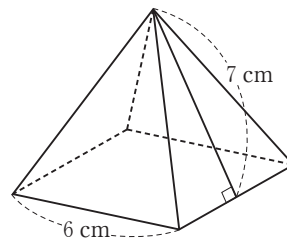
確認問題1 下の図の立体の表面積を求めなさい。ただし、(1)は正四角柱、(2)は正四角錐である。

■(1)



[]

■(2)



[]



チェック② 円柱の表面積

例題 右の円柱の表面積を求めなさい。

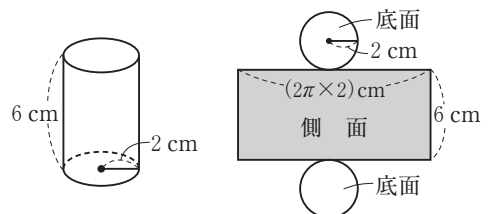
解 右の展開図で考える。

$$\text{側面積} \cdots 6 \times (2\pi \times 2) = 24\pi (\text{cm}^2)$$

側面の横の長さは底面の円周の長さに等しい。

$$\text{底面積} \cdots \pi \times 2^2 = 4\pi (\text{cm}^2)$$

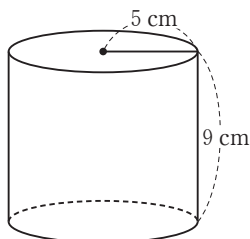
$$\text{表面積} \cdots 24\pi + 4\pi \times 2 = 32\pi (\text{cm}^2) \leftarrow \text{円柱の底面は2つ}$$



答 $32\pi \text{cm}^2$

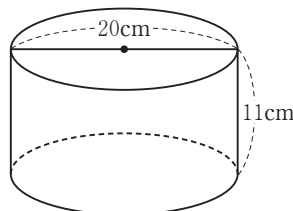
確認問題2 下の円柱の表面積を求めなさい。

■(1)



[]

■(2)

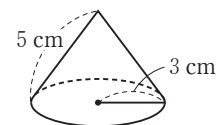


[]



チェック3 円錐の表面積

例題 右の図のような、底面の半径が3 cm、母線が5 cm の円錐の表面積を求めなさい。



解 右下の展開図で考える。

側面のおうぎ形の中心角は、 $360^\circ \times \frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5} = 216^\circ$ だから、

$$\text{側面積} \cdots \pi \times 5^2 \times \frac{216}{360} = 15\pi (\text{cm}^2)$$

$$\text{底面積} \cdots \pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$$

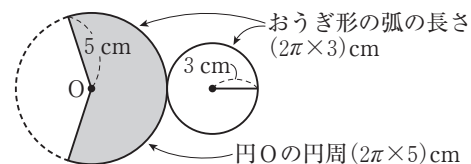
おうぎ形の弧の長さは中心角に比例するから、 $\frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5}$ におきかえて求めてもよい。

$$\text{表面積} \cdots 15\pi + 9\pi = 24\pi (\text{cm}^2) \quad \leftarrow \text{円錐の底面は1つ。}$$

〔別解〕 おうぎ形の面積 $\cdots S = \frac{1}{2} \ell r$ ($r \cdots$ 半径、 $\ell \cdots$ 弧の長さ) を利用して、側面積を求めることができる。

$$\text{側面積} \cdots \frac{1}{2} \times (2\pi \times 3) \times 5 = 15\pi (\text{cm}^2)$$

弧の長さは、底面の円周の長さと等しい。



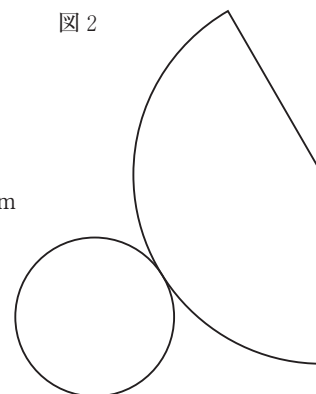
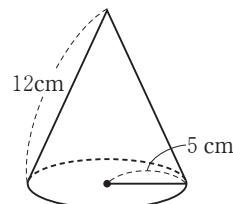
答 $24\pi \text{ cm}^2$

確認問題3 右の図2は、図1の円錐の展開図である。

- (1) 展開図の側面のおうぎ形の弧の長さと中心角を求めなさい。

図1

図2



弧の長さ[]
中心角[]

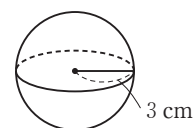
- (2) 図1の円錐の側面積と表面積を求めなさい。

側面積[]
表面積[]



チェック4 球の表面積

例題 右の球の表面積を求めなさい。



解 半径 r の球の表面積を S とすると、 $S = 4\pi r^2$ だから、半径 3 cm の球の表面積は、 $4\pi \times 3^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$

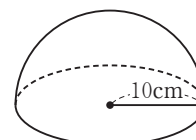
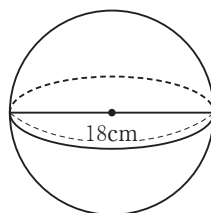
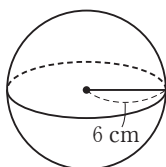
答 $36\pi \text{ cm}^2$

確認問題4 下の図の立体の表面積を求めなさい。

- (1) 球

- (2) 球

- (3) 半球



[] [] []

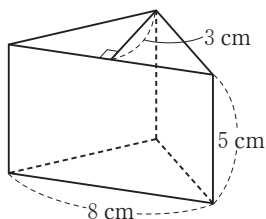
練習問題

その1

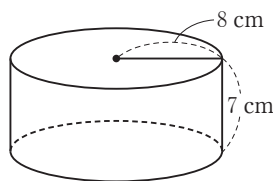
30
単元
①

1 柱体、錐体の体積 下の図の立体の体積を求めなさい。

■(1) 三角柱



■(2) 円柱



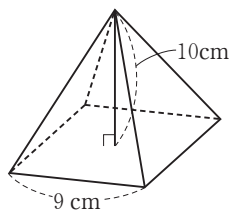
[

]

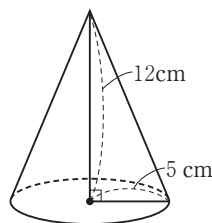
[

]

■(3) 正四角錐



■(4) 円錐



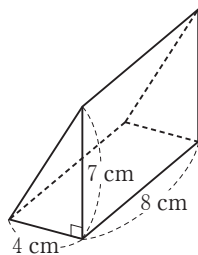
[

]

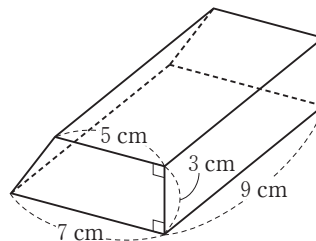
[

]

□(5) 三角柱



□(6) 四角柱



[

]

[

]

30
単元
②

2 球の体積 次の立体の体積を求めなさい。

■(1) 半径 9 cm の球

□(2) 半径 8 cm の半球

[

]

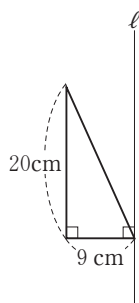
[

]

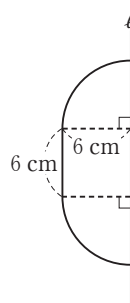
30
単元
③

3 回転体の体積 下の図形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

■(1)



□(2)



[

]

[

]

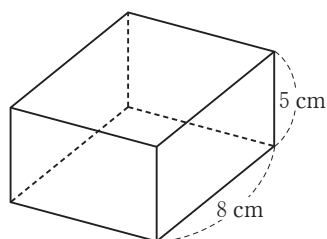
練習問題

その2

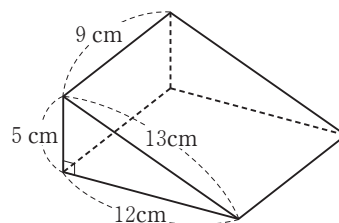
単元31
①、②

1 角柱、円柱、角錐の表面積 下の図の立体の表面積を求めなさい。

■(1) 正四角柱

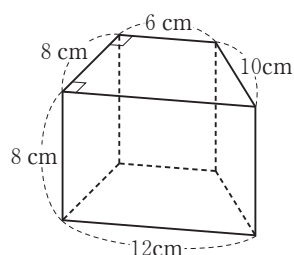


□(2) 三角柱

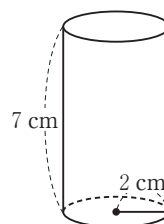


[]

□(3) 四角柱

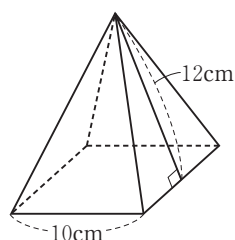


■(4) 円柱

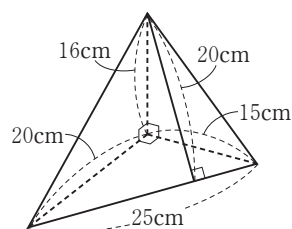


[]

■(5) 正四角錐



□(6) 三角錐

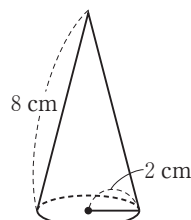


[]

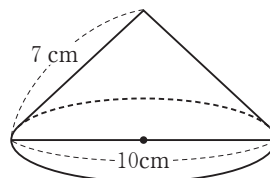
単元31
③

2 円錐の表面積 下の円錐の表面積をそれぞれ求めなさい。

■(1)



□(2)



(2)は、側面になる
おうぎ形の中心角
が分数になるので
注意。

[]

単元31
④

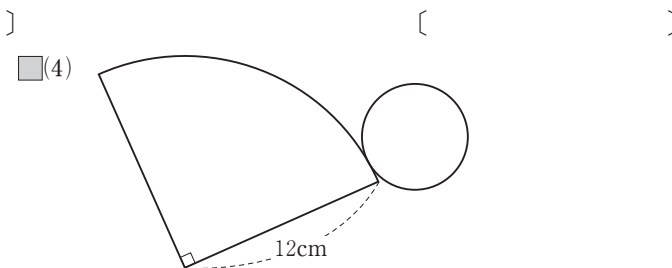
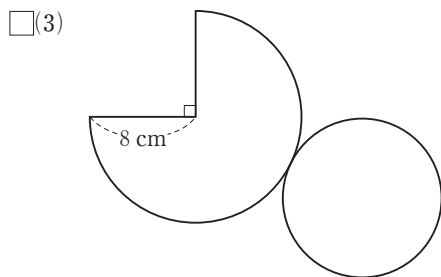
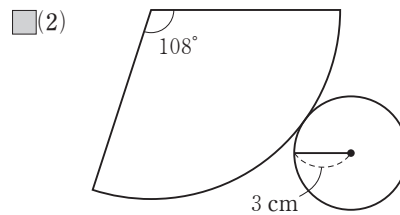
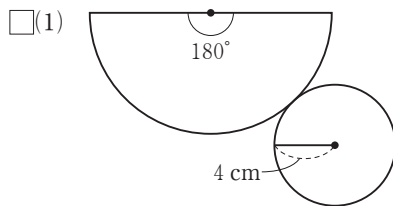
3 球の表面積 次の立体の表面積を求めなさい。

■(1) 半径 4 cm の球

□(2) 半径 12 cm の半球

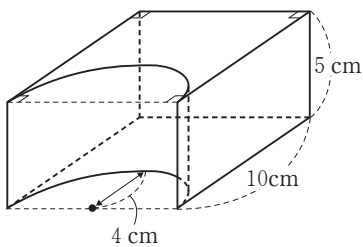
[]

1 下の図は円錐の展開図である。それぞれの円錐の表面積を求めなさい。



2 次の立体の体積と表面積を求めなさい。

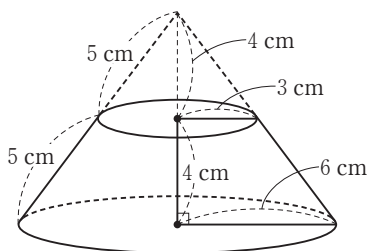
■(1) 直方体から円柱の半分をくりぬいた形



体積〔 〕

表面積〔 〕

□(2) 円錐から円錐を切り取った形



体積〔 〕

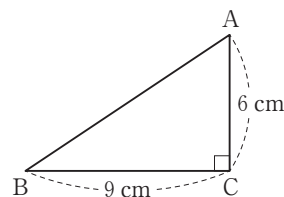
表面積〔 〕

Key プラス

その2

単元30
3

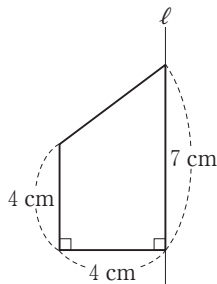
- 1 右の三角形を、AC を軸として1回転させてできる立体を立体P、BC を軸として1回転させてできる立体を立体Q とする。立体の体積はどちらが何 cm^3 大きいかなさい。



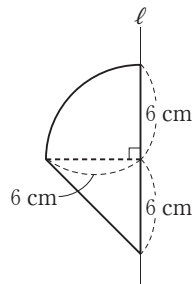
単元30
3

- 2 下の図形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

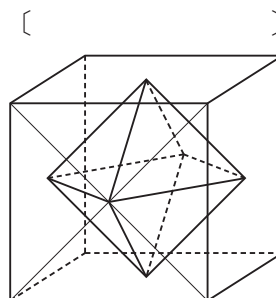
(1)



(2)



- 3 1辺が6 cm の立方体の各面の対角線の交点を、右の図のように結んでできる立体の体積を求めなさい。



できる立体を、正四角錐を2つ合わせた立体とみる。



- 4 右の図で、図2は図1の円錐の展開図である。図1の円錐に、点Aから円錐の側面にそって、1周するようにひもをかける。次の間に答えなさい。

- (1) ひもの長さがもっとも短くなる時のひものようすを、図2にかき入れなさい。

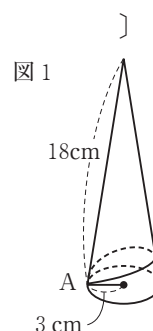
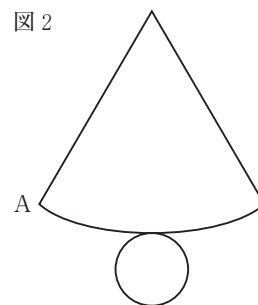


図1

図2



- (2) (1)のときのひもの長さを求めなさい。

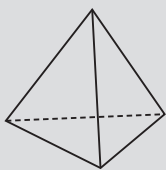
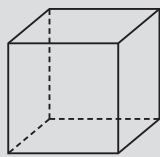


次の空欄をうめなさい。

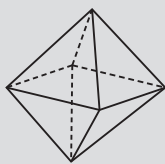
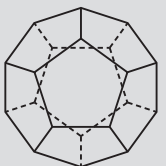
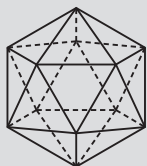
1 いろいろな立体

🔄 単元27

平面だけで囲まれた立体を **ア** という。
多面体のうち、どの面もすべて合同な正多角形で、どの頂点にも面が同じ数だけ集まっているもので、へこみのないものを **イ** という。
正多面体には、次の5種類がある。

**ウ**

正六面体(立方体)

**エ****オ**

正二十面体

底面が正三角形、正方形、…で、側面がすべて合同な長方形である角柱を、それぞれ **カ**、**キ**、…という。

底面が正三角形、正方形、…で、側面がすべて合同な二等辺三角形である角錐を、それぞれ **ク**、**ケ**、…という。

2 立体の見方と調べ方(1)

🔄 単元28

空間内で、平行でなく交わらない2つの直線は、**ア** という。

直線と平面が出あわないとき、その直線と平面は **イ** であるという。

平面Pと交わる直線 l が、その交点Oを通るP上の2つの直線 m 、 n に垂直になっていれば、直線 l は平面Pに **ウ** であるという。また、直線 l 上に点Aをとるとき、線分AOの長さを点Aと平面Pとの **エ** という。

3 立体の見方と調べ方(2)

🔄 単元29

2平面が交わらないとき、**ア** であるという。
2平面が交わったところにある線は直線となり、この直線を **イ** という。

円柱や円錐のように、1つの直線を軸として平面図形を回転させてできる立体を **ウ** といい、円柱や円錐の側面をえがく線分を、その円柱や円錐の **エ** という。

立体をある方向から見て平面に表した図を

オ といい、真上から見た図を

カ、正面から見た図を **キ** という。

4 立体の体積と表面積(1)

🔄 単元30

(角柱、円柱の体積)

$$= (\text{ア}) \times (\text{イ})$$

(角錐、円錐の体積)

$$= \frac{1}{3} \times (\text{ウ}) \times (\text{エ})$$

球の半径を r 、体積を V とすると、

$$V = \text{オ}$$

5 立体の体積と表面積(2)

🔄 単元31

立体のすべての面の面積の和を **ア** という。
また、1つの底面の面積を **イ**、側面全体の面積を **ウ** という。

(角柱、円柱の表面積)

$$= (\text{エ}) + (\text{オ}) \times 2$$

(角錐、円錐の表面積)

$$= (\text{カ}) + (\text{底面積})$$

球の半径を r 、表面積を S とすると、

$$S = \text{キ}$$

知識・技能

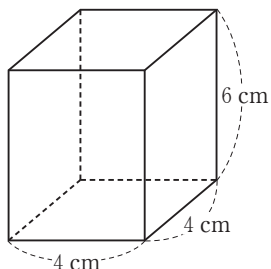


重要パターン問題 ①

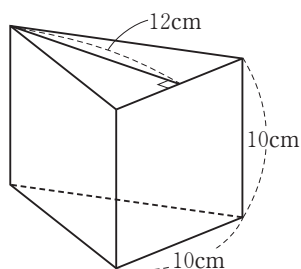
- 立体の体積
- 立体の表面積

1 体積 次の立体の体積を求めなさい。

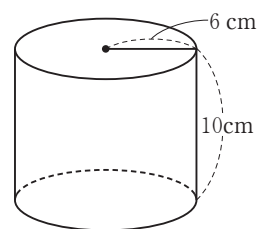
■(1) 正四角柱 (直方体)



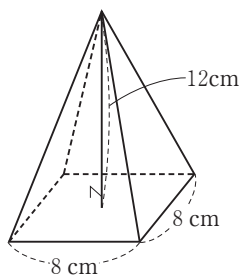
■(2) 三角柱



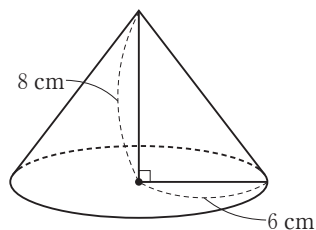
■(3) 円柱



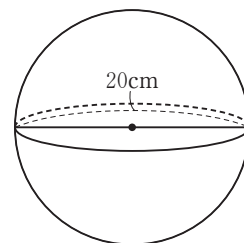
□(4) 正四角錐



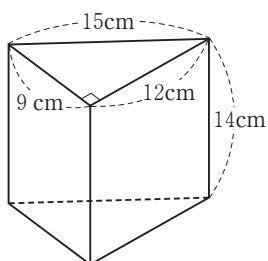
□(5) 円錐



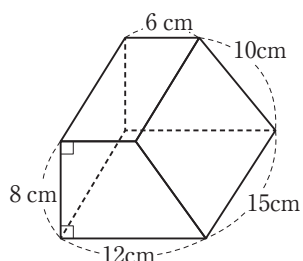
■(6) 球

**2 表面積** 次の立体の表面積を求めなさい。

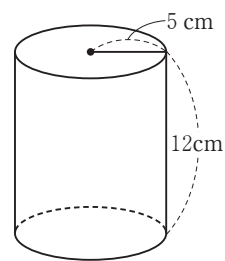
■(1) 三角柱



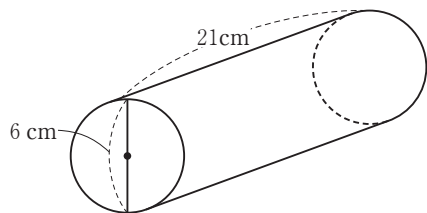
□(2) 四角柱



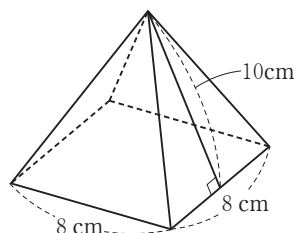
■(3) 円柱



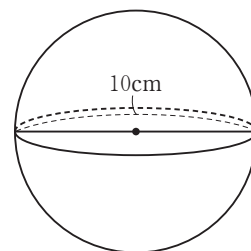
■(4) 円柱



■(5) 正四角錐



■(6) 球



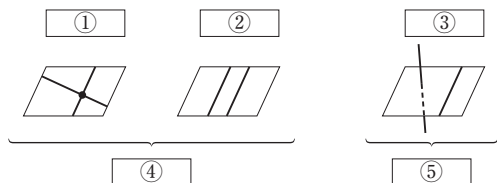


重要パターン問題②

- 直線の位置関係
- 立体の体積と表面積

1 直線の位置関係 下の図を見て、2直線の位置関係について、□にあてはまる言葉を答えなさい。

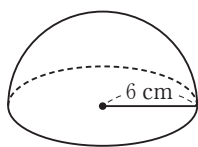
■



- ①〔 〕
 ②〔 〕
 ③〔 〕
 ④〔 〕
 ⑤〔 〕

2 球の切断 次の立体は、球を切断してできたものである。体積と表面積を求めなさい。

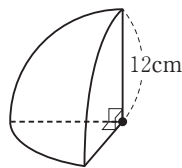
■(1) 半球



体積〔 〕

表面積〔 〕

□(2) 球を中心を通る平面で切った立体

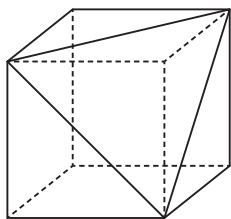


体積〔 〕

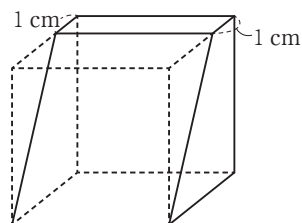
表面積〔 〕

3 立方体の切断 次の立体は、1辺3cmの立方体の一部を切り取ったときの残りの立体である。体積を求めなさい。

■(1)



□(2)

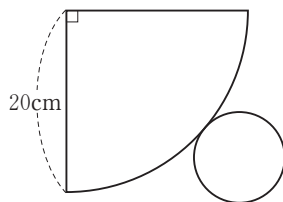


〔 〕

〔 〕

4 円錐の表面積 次の図は円錐の展開図である。(1)、(2)は、円錐の底面の半径と表面積を、(3)は、おうぎ形の中心角と表面積を求めなさい。

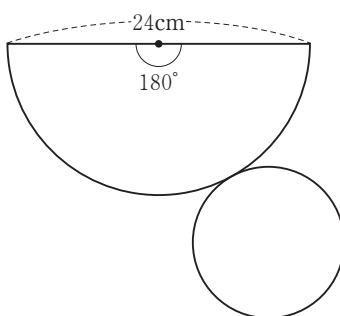
■(1)



半径〔 〕

表面積〔 〕

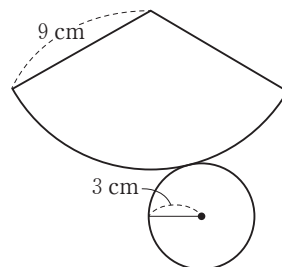
■(2)



半径〔 〕

表面積〔 〕

□(3)



中心角〔 〕

表面積〔 〕

思考と活用問題①

- アルキメデスの発見
- オイラーの多面体定理

1 古代ギリシャの数学者アルキメデスは、円柱にちょうど入る球の体積と表面積について、右のようなことを発見したといわれている。

次の会話を読み、あとの間に答えなさい。

こうた「球の半径を6cmとすると、球がちょうど入る円柱の底面の半径は6cm、高さは12cmだから、円柱の体積は $\boxed{\text{ア}}$ cm³、表面積は $\boxed{\text{イ}}$ cm²だね。」

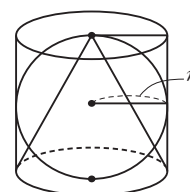
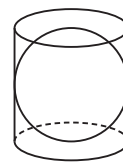
のぞみ「授業では、半径 r の球の体積を V 、表面積を S とすると、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 、 $S = 4\pi r^2$ という公式を習ったよ。

これらの公式に $r=6$ を代入すると、球の体積は $\boxed{\text{ウ}}$ cm³、表面積は $\boxed{\text{エ}}$ cm²になるから、確かに円柱の体積・表面積の $\frac{2}{3}$ になっているね。」

こうた「今度は右の図のように、半径 r の球がちょうど入る円柱に、ぴったり入る円錐を考えるよ。このとき、円錐と球と円柱の体積の比は、どうなるかな？」

のぞみ「 $\boxed{\text{オ}}$ 」だから、円錐と球と円柱の体積の比は、 $\boxed{\text{カ}}$ になることがわかるね。」

- ・球の体積は、円柱の体積の $\frac{2}{3}$
- ・球の表面積は、円柱の表面積の $\frac{2}{3}$



□(1) 会話文中の $\text{ア} \sim \text{エ}$ にあてはまる π を使った式を答えなさい。

$\text{ア} [\quad]$ $\text{イ} [\quad]$ $\text{ウ} [\quad]$ $\text{エ} [\quad]$

□(2) 会話文中の オ にあてはまる説明と、 カ にあてはまる比をそれぞれ答えなさい。

$\text{オ} [\quad]$
 $\text{カ} [\quad]$

2 18世紀の数学者レオンハルト・オイラー(1707～1783)は、平面だけで囲まれた穴のない多面体の頂点の数、辺の数、面の数について、右のような関係が成り立つことを発見した。次の間に答えなさい。

□(1) 次の表は、正多面体の頂点の数、辺の数、面の数をまとめたものである。右の定理を参考にして、表の空欄にあてはまる数を書きなさい。

	頂点の数	辺の数	面の数
正四面体	4	6	4
正六面体	8	12	6
正八面体	6	a	8
正十二面体	b	30	12
正二十面体	12	c	20

オイラーの多面体定理

穴のない多面体の頂点の数を v 、辺の数を e 、面の数を f とすると、 $v - e + f = 2$ が成り立つ。

※ v 、 e 、 f はそれぞれ、点…vertex、辺…edge、面…faceの略である。



(2) 右上の図に示すサッカーボールは、正五角形の面を12、正六角形の面を20貼りあわせた多面体をふくらませたもので、この多面体のどの頂点にも、正五角形の面が1つと正六角形の面が2つ集まっている。

□① この多面体の頂点の数は、 $(\boxed{\text{ア}} \times 12 + \boxed{\text{イ}} \times 20) \div \boxed{\text{ウ}} = \boxed{\text{エ}}$ という計算によって、求められる。 $\text{ア} \sim \text{エ}$ にあてはまる数を答えなさい。

$\text{ア} [\quad]$ $\text{イ} [\quad]$ $\text{ウ} [\quad]$ $\text{エ} [\quad]$

□② オイラーの多面体定理を利用して、この多面体の辺の数を求めなさい。

$[\quad]$

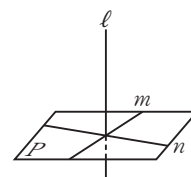


- 1** カメラの三脚の足が3本である理由を説明しなさい。また、足が4本だとどんなことが
☐ 起こると考えられるかも説明しなさい。



- 2** ☐ にあてはまるものを記号を使って答えなさい。

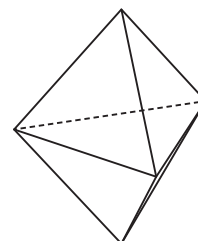
- ☐ 右の図で、直線 ℓ が平面 P と垂直であることをいうには、平面 P 上にある2直線 m 、 n を利用して、☐ ①、☐ ② がいえればよい。



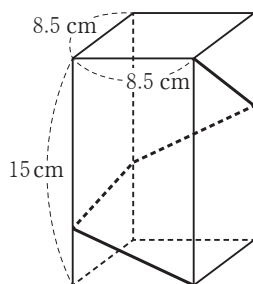
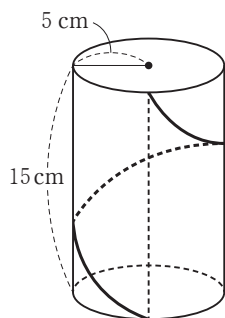
①〔 〕 ②〔 〕

- 3** 右の図は、正三角形を6つ使ってできた立体であるが、正多面体ではない。

- ☐ その理由を説明しなさい。



- 4** 高さが同じ円柱と直方体の表面に、図のように最短になるようにひもをかける。ひもの長さが長くなるのは、
☐ どちらの立体ですか。その理由を展開図を使って説明しなさい。



ひもの長さが長くなる立体〔 〕

理由

- 5** 右の図の直角三角形を、直線 ℓ を回転の軸として回転させると円錐ができる。
☐ この円錐を平面で切ると切り口が円になる場合や二等辺三角形になる場合がある。
 それはどのように切ったときか。「回転の軸」という言葉を使って説明しなさい。

円になる場合〔 〕
 二等辺三角形になる場合〔 〕



1 次の(1)~(3)のように、それぞれの立方体を平面で切るとき、その切り口を[手順]にしたがって、図にかき入れなさい。また、[]にあてはまる図形の名称を書きなさい。

なお、立方体の辺上の点は、その辺の中点である。

□(1) 図1の立方体を、3点B、P、Qを通る平面で切るとき

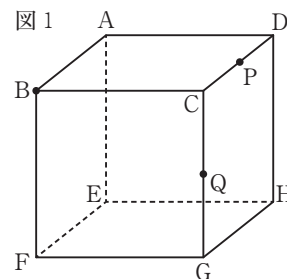
同じ面にある2点を結ぶ線分は切り口の図形の辺になる。

[手順] ①BとPは同じ面ABCDにあるから、BPを線分で結ぶ。

②BとQ、PとQもそれぞれ同じ面にあるから、

BQ、PQを線分で結ぶ。

→ BP=BQ より、切り口の図形は[]である。



□(2) 図2の立方体を、3点D、F、Pを通る平面で切るとき

平行な面にできる切り口の辺は平行である。

[手順] ①DとP、PとFはそれぞれ同じ面にあるから、

DP、PFを線分で結ぶ。

※DとFは同じ面がないから、線分DFは切り口の辺にならない。

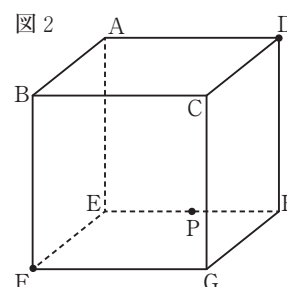
②面ABCDと面EFGHは平行だから、DQ//PFとなる

QをBC上にとり、DQを線分で結ぶ。

③QとFは同じ面BFGCにあるから、QFを線分で結ぶ。

→ DQ//PF、FQ//PD より、向かい合う2組の辺がそれぞれ平行だから、四角形DQFPは平行四辺形である。

さらにDQ=DPより、4つの辺の長さが等しくなるから、切り口の図形は[]である。



□(3) 図3の立方体を、3点A、P、Qを通る平面で切るとき

立方体の辺や切り口の線を延長して交わる点を利用する。

[手順] ①PとQは同じ面EFGHにあるから、PQを線分で結ぶ。

②EFとQPの延長線の交点をI、EHとPQの延長線の

交点をJとする。※3点A、P、Qをふくむ△AIJができる。

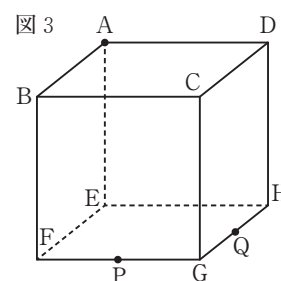
③AIとBFの交点をR、AJとDHの交点をSとする。

④AとR、RとP、AとS、SとQはそれぞれ同じ面に

あるから、AR、RP、AS、SQを線分で結ぶ。

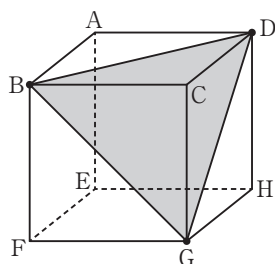
→ 切り口の図形は、5つの線分AR、RP、PQ、AS、SQで囲まれた[]である。

この図形は、AR=AS、RP=PQになっている。

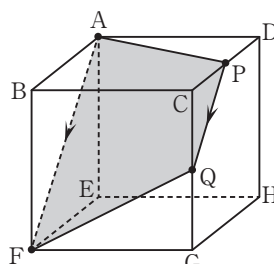


[参考] 次の図で、立方体を黒丸(●)で示した点を通る平面で切るとき、切り口はそれぞれ下のようになる。

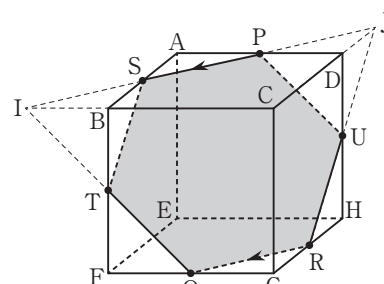
なお、立方体の辺上の点は、その辺の中点である。



→ 正三角形となる。



→ 台形(等脚台形)となる。



→ 正六角形となる。

定期テスト対策 Ⅲ 標準編 Ⅲ

6章 空間図形

得点

/100点

教科書 P.191~224

実施時間のめやす⇒15分

1 次のア～エの立体のうち、(1)～(4)にあてはまるものをすべて答えなさい。(各5点)

ア 円柱 イ 円錐 ウ 三角柱 エ 三角錐

□(1) 側面の形が長方形である立体

[]

□(2) 1つの直線を軸として平面図形を回転させてできる立体

[]

□(3) 底面が1つだけの立体

[]

□(4) 多面体である立体

[]

2 右の図の三角柱について、次の辺や面をすべて答えなさい。(各10点)

□(1) 面 ABC と平行な辺

□(2) 辺 BE と平行な面

[]

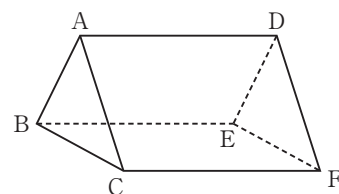
[]

□(3) 辺 AD と垂直な面

□(4) 辺 AB とねじれの位置にある辺

[]

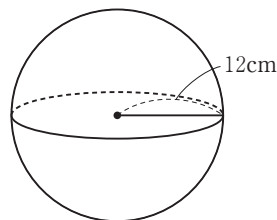
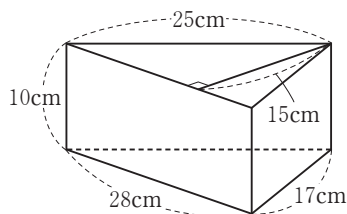
[]



3 下の図の立体の体積を求めなさい。(各10点)

□(1) 三角柱

□(2) 球



[]

[]

4 右の図2は、図1の円錐の展開図である。

次の問に答えなさい。(各10点)

□(1) 図2の展開図のあの角の大きさを求めなさい。

[]

□(2) 図1の円錐の表面積を求めなさい。

[]

図1

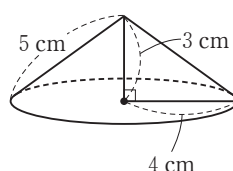
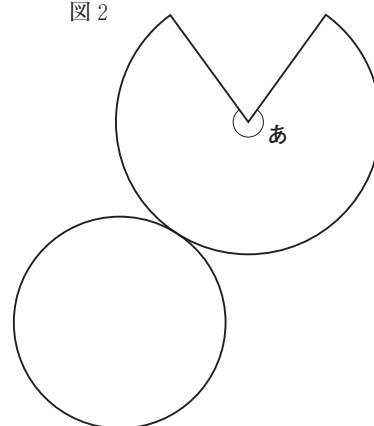


図2



定期テスト対策 III 応用編 III

6章 空間図形

得点

/100点

教科書 P.191~224

実施時間のめやす⇒ 18分

1 空間内で、次のことがらのうち正しいものには○、そうとはかぎらないものには×を書きなさい。(各8点)

☐ (1) 1つの直線と垂直に交わる2つの直線は平行である。

[]

☐ (2) 1つの平面に平行な2つの直線は平行である。

[]

☐ (3) 1つの直線に平行な平面、垂直な平面はたがいに垂直である。

[]

☐ (4) 1つの平面に垂直な2つの平面は平行である。

[]

☐ (5) 1つの直線に垂直な2つの平面は平行である。

[]

2 右の図のように、底面の半径が4cmの円錐を、頂点Oを中心として平面上で転がしたところ、図で示した円Oの上を1周してもとの場所にもどるまでに、3回だけ回転した。次の間に答えなさい。(各10点)

☐ (1) 円錐の母線の長さを求めなさい。

[]

☐ (2) 円錐の表面積を求めなさい。

[]

3 右の図のアのように、容積が900mLの立方体の容器に、水がいっぱいに入っている。この容器から水をこぼし、イやウの図になるようにする。図中の記号 } は同じ長さを表している。次の間に答えなさい。(各10点)

☐ (1) イに入っている水は何mLですか。

[]

☐ (2) ウに入っている水は何mLですか。

[]

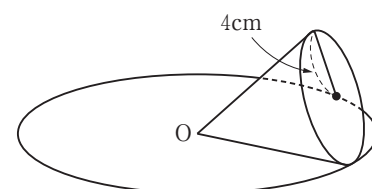
4 1辺が12cmの正方形の厚紙ABCDで、辺AB、ADの中点をそれぞれM、Nとする。線分MN、MC、CNを折り目として折り曲げ、3点A、B、Dを1点に重ねて立体を作るとき、次の間に答えなさい。(各10点)

☐ (1) 立体の体積を求めなさい。

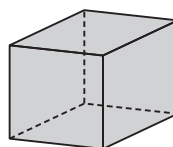
[]

☐ (2) $\triangle MCN$ を底面とみたとき、立体の高さは何cmですか。

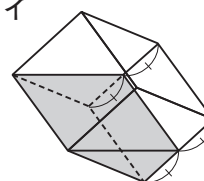
[]



ア



イ



ウ

