



単元
31

立体の体積と表面積(3)

教科書
P.220~224

覚えよう！

- 1 立体のすべての面の面積の和を^{ひょうめんせき}表面積という。また、すべての側面の面積の和を^{そくめんせき}側面積といい、1つの底面の面積を^{ていめんせき}底面積という。
- 2 (角柱, 円柱の表面積) = (側面積) + (底面積) × 2 (角錐, 円錐の表面積) = (側面積) + (底面積)
- 3 半径が r の球の表面積を S とすると, $S = 4\pi r^2$



チェック1 角柱や角錐の表面積

例題1 右の三角柱の表面積を求めなさい。

右下の展開図で考える。

解 側面積 $\cdots 6 \times (4 + 5 + 3) = 72(\text{cm}^2)$

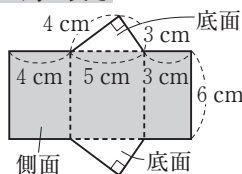
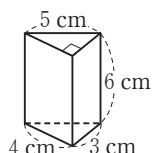
側面の横の長さは底面の周の長さ

底面積 $\cdots \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2)$

表面積 $\cdots 72 + 6 \times 2 = 84(\text{cm}^2)$

角柱の底面は2つ

答 84cm^2



例題2 右の正四角錐の表面積を求めなさい。

右下の展開図で考える。

解 側面積 $\cdots \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 7\right) \times 4 = 56(\text{cm}^2)$

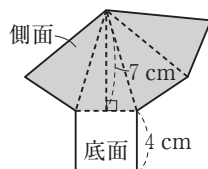
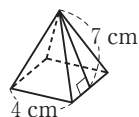
側面は底辺 4 cm, 高さ 7 cm の二等辺三角形4つ分

底面積 $\cdots 4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

表面積 $\cdots 56 + 16 = 72(\text{cm}^2)$

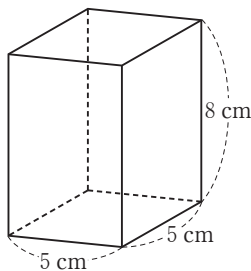
角錐の底面は1つ

答 72cm^2



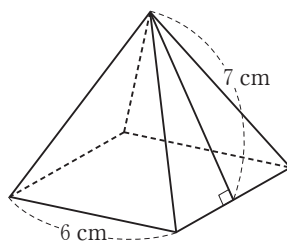
確認問題1 次の図の立体の表面積を求めなさい。ただし, (1)は正四角柱, (2)は正四角錐である。

■(1)



[]

■(2)



[]



チェック2 円柱の表面積

例題 右の円柱の表面積を求めなさい。

解 右の展開図で考える。

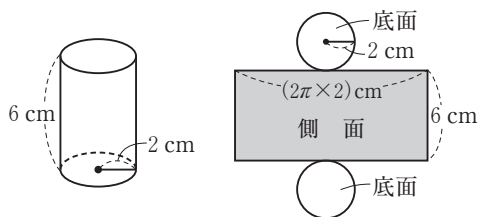
側面積 $\cdots 6 \times (2\pi \times 2) = 24\pi(\text{cm}^2)$

側面の横の長さは底面の円周の長さに等しい。

底面積 $\cdots \pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$

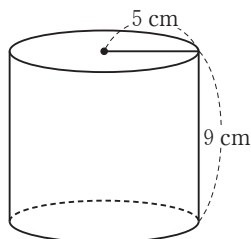
表面積 $\cdots 24\pi + 4\pi \times 2 = 32\pi(\text{cm}^2)$ ← 円柱の底面は2つ

答 $32\pi\text{cm}^2$



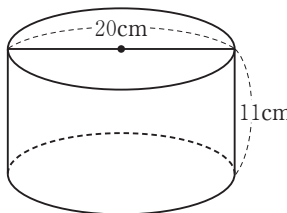
確認問題2 次の図の円柱の表面積を求めなさい。

■(1)



[]

□(2)



[]



チェック3 円錐の表面積

例題 右の図のような、底面の半径が3 cm、母線が5 cmの円錐の表面積を求めなさい。

解 右下の展開図で考える。

側面のおうぎ形の中心角は、 $360^\circ \times \frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5} = 216^\circ$ だから、

$$\text{側面積} \cdots \pi \times 5^2 \times \frac{216}{360} = 15\pi (\text{cm}^2)$$

$$\text{底面積} \cdots \pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$$

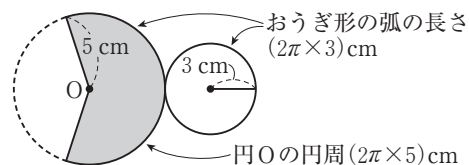
おうぎ形の弧の長さは中心角に比例するから、 $\frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5}$ におきかえて求めてもよい。

$$\text{表面積} \cdots 15\pi + 9\pi = 24\pi (\text{cm}^2) \leftarrow \text{円錐の底面は1つ}$$

〔別解〕 おうぎ形の面積 $\cdots S = \frac{1}{2} \ell r$ ($r \cdots$ 半径, $\ell \cdots$ 弧の長さ) を利用して、側面積を求めることができる。

$$\text{側面積} \cdots \frac{1}{2} \times (2\pi \times 3) \times 5 = 15\pi (\text{cm}^2)$$

弧の長さは、底面の円周の長さと等しい。



〔答〕 $24\pi \text{ cm}^2$

確認問題3 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図2は、図1の円錐の展開図である。

■① 展開図の側面のおうぎ形の弧の長さと中心角の大きさを求めなさい。

弧の長さ〔 〕
中心角〔 〕

■② 図1の円錐の側面積と表面積を求めなさい。

側面積〔 〕
表面積〔 〕

■(2) $S = \frac{1}{2} \ell r$ を用いて、右の図の円錐の側面積と表面積を求めなさい。

側面積〔 〕 表面積〔 〕

図1

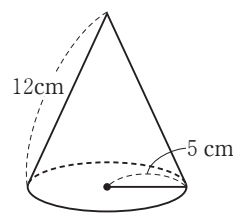
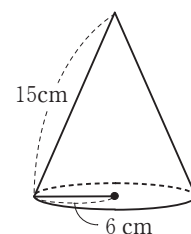
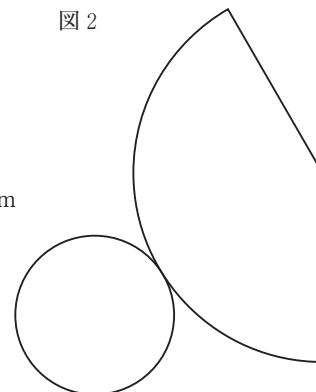


図2



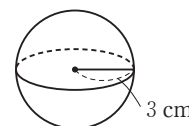
チェック4 球の表面積

例題 右の球の表面積を求めなさい。

解 半径 r の球の表面積を S とすると、 $S = 4\pi r^2$ だから、半径 3 cm の球の表面積は、

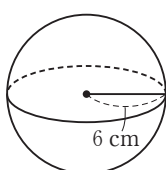
$$4\pi \times 3^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$$

〔答〕 $36\pi \text{ cm}^2$

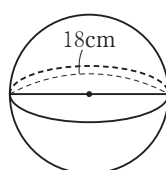


確認問題4 次の図の立体の表面積を求めなさい。

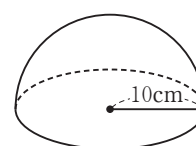
■(1) 球



□(2) 球



□(3) 半球



〔 〕 〔 〕 〔 〕

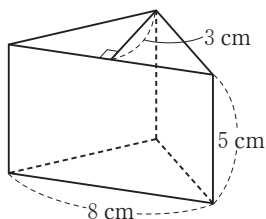
練習問題

その1

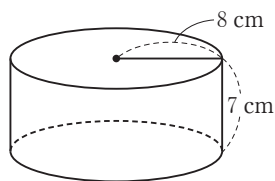
29
①

1 柱体・錐体の体積 次の図の立体の体積を求めなさい。

■(1) 三角柱



■(2) 円柱



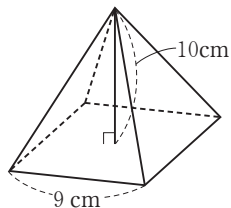
〔

〕

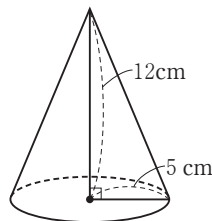
〔

〕

■(3) 正四角錐



■(4) 円錐



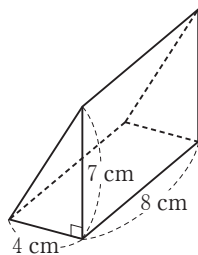
〔

〕

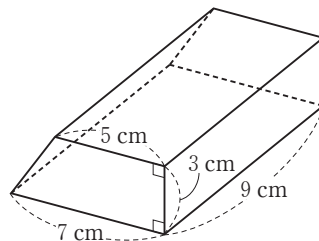
〔

〕

□(5) 三角柱



□(6) 四角柱



〔

〕

〔

〕

29
②

2 球の体積 次の立体の体積を求めなさい。

■(1) 半径 4 cm の球

□(2) 半径 12 cm の半球

〔

〕

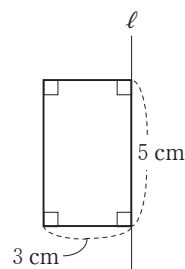
〔

〕

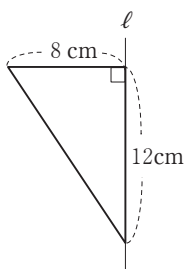
29
③

3 回転体の体積 次の図形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

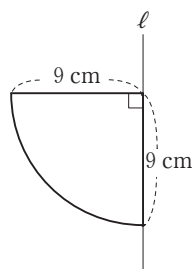
■(1)



■(2)



□(3)



〔

〕

〔

〕

〔

〕

練習問題

その2

単元30
[2]

1 おうぎ形の弧の長さや面積 次のようなおうぎ形の弧の長さや面積を求めなさい。

■(1) 半径 15cm, 中心角 72°

□(2) 半径 12cm, 中心角 225°

弧の長さ〔 〕

弧の長さ〔 〕

面積〔 〕

面積〔 〕

単元30
[3]

2 中心角の求め方 次のようなおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

■(1) 半径 18cm, 弧の長さ 12π cm

■(2) 半径 6 cm, 面積 21π cm²

〔 〕

〔 〕

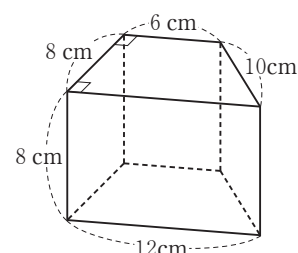
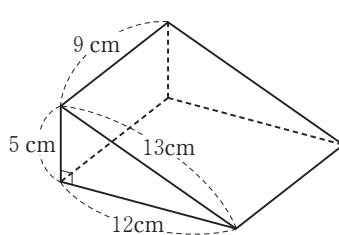
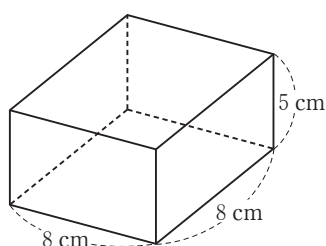
単元31
[1, 2]

3 角柱, 円柱, 角錐の表面積 次の図の立体の表面積を求めなさい。

□(1) 正四角柱

■(2) 三角柱

□(3) 四角柱



〔 〕

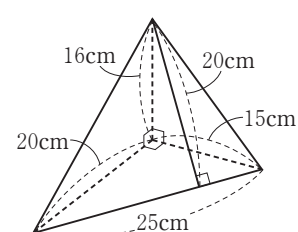
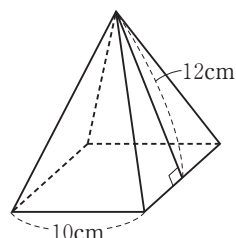
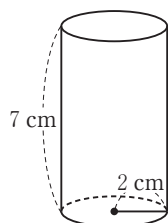
〔 〕

〔 〕

■(4) 円柱

■(5) 正四角錐

□(6) 三角錐



〔 〕

〔 〕

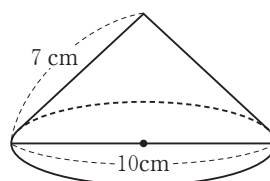
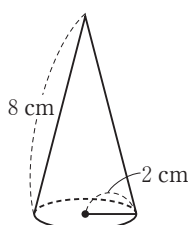
〔 〕

単元31
[3]

4 円錐の表面積 次の図の円錐の表面積を求めなさい。

■(1)

□(2)



(2)は、側面になる
おうぎ形の中心角
が分数になるので
注意。

〔 〕

〔 〕

〔 〕

単元31
[4]

5 球の表面積 次の立体の表面積を求めなさい。

■(1) 半径 4 cm の球

□(2) 半径 12cm の半球

〔 〕

〔 〕

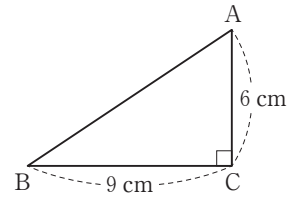
〔 〕

Key プラス

その1

29
③

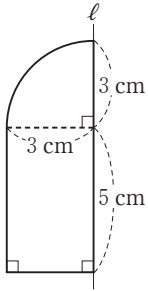
- 1 右の三角形を、AC を軸として1回転させてできる立体を立体P、BC を軸として1回転させてできる立体を立体Qとする。立体の体積はどちらが何 cm^3 大きいか答えなさい。



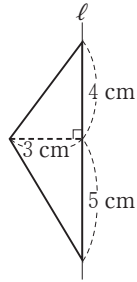
29
③

- 2 次の図形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

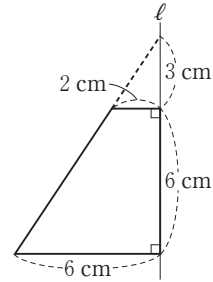
■(1)



□(2)

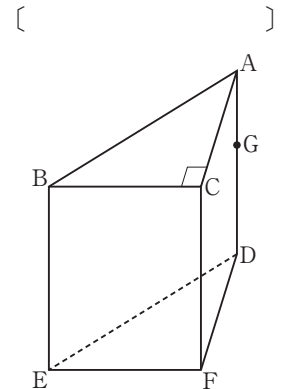


■(3)



29
①

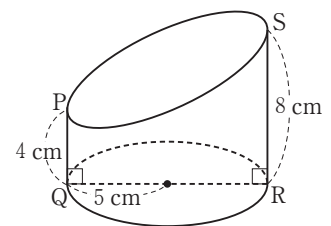
- 3 右の図は、 $BC=CA=8\text{cm}$ 、 $\angle C=90^\circ$ の $\triangle ABC$ を底面とする三角柱で、 $AD=10\text{cm}$ である。また、点Gは辺AD上の点で、 $AG=4\text{cm}$ である。この三角柱から、4点D、E、F、Gを頂点とする立体を取り除いたときに残った立体の体積を求めなさい。



- 4 右の図は、底面の半径が5 cm、高さが8 cm の円柱を平面で切ったものであり、切り口の面は平面 PQRS に垂直である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) この立体の体積を求めなさい。

同じ立体をもう
1つ重ねると、
円柱になる。



- (2) この立体を、点Q、Sを通り、平面PQRSに垂直な平面で切るとき、点Pをふくむ方の立体の体積を求めなさい。

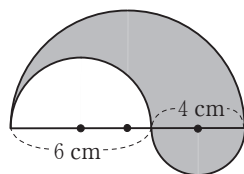
Key プラス

その2

30
単元
2

1 次の図は、おうぎ形や正方形を組み合わせたものである。影をつけた部分の周の長さや面積を求めなさい。

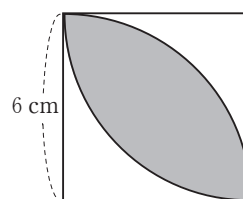
■(1)



周の長さ〔 〕

面積〔 〕

□(2)



周の長さ〔 〕

面積〔 〕

30
単元
3

2 弧の長さ 7π cm, 面積 42π cm² のおうぎ形の半径と中心角の大きさを求めなさい。

□

半径〔 〕 中心角〔 〕



3 右の図2は、図1の直方体の展開図である。

図1の直方体に、点Aから辺BFを通して点Gまでひもをかける。ひもの長さをもっとも短くするには、どのようにかければよいですか。

ひものようすを、図2の展開図にかき入れて示しなさい。

図1

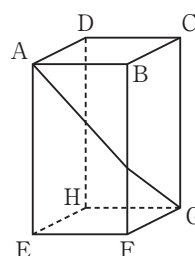
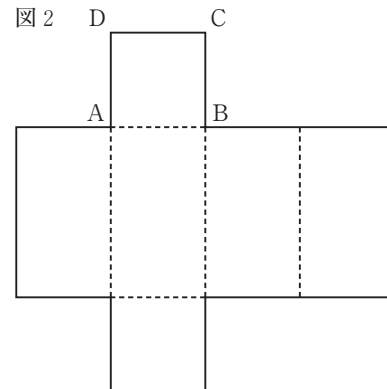
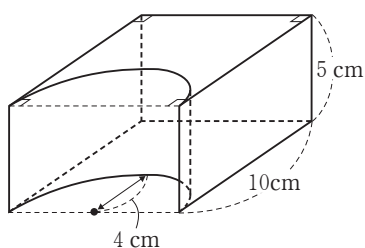


図2



4 次の立体の体積と表面積を求めなさい。

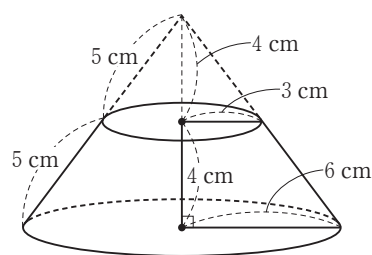
□(1) 直方体から円柱の半分をくりぬいた形



体積〔 〕

表面積〔 〕

■(2) 円錐から円錐を切り取った形



体積〔 〕

表面積〔 〕



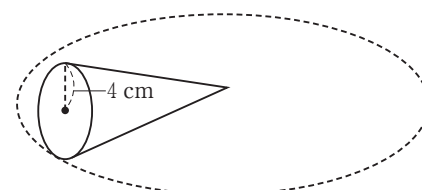
5 底面の半径が4 cmの円錐を、頂点を中心にして平面上で転がしたところ、4回転してもとの位置にもどった。次の問いに答えなさい。

□(1) 円錐の母線の長さを求めなさい。

〔 〕

□(2) 円錐の表面積を求めなさい。

〔 〕





次の空欄をうめなさい。

1 空間図形(1)

🔄単元26

底面が正三角形, 正方形, …である角柱を, それぞれ **ア**, **イ**, …という。

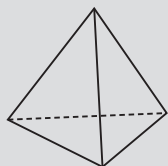
底面が正三角形, 正方形, …で, 側面がすべて合同な二等辺三角形である角錐を, それぞれ

ウ, **エ**, …という。

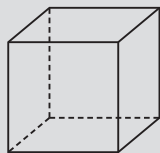
平面だけで囲まれた立体を **オ** という。

多面体のうち, すべての面が合同な正多角形で, どの頂点に集まる面の数も等しく, へこみのない立体を **カ** という。

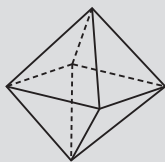
正多面体には, 次の5種類がある。



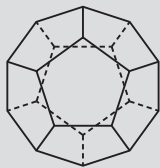
キ



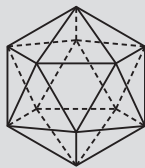
正六面体(立方体)



ク



ケ



正二十面体

2 空間図形(2)

🔄単元27

空間において, 平行でなく, 交わらない2直線は **ア** にあるという。

直線と平面が交わらないとき, その直線と平面は **イ** であるという。直線 ℓ と平面 P が平行であるとき, ℓ **ウ** P と表す。

直線 ℓ が平面 P 上のすべての直線と垂直であるとき, ℓ と P は **エ** であるといい, ℓ **オ** P と表す。

3 空間図形(3)

🔄単元28

2平面が交わらないとき, 2平面は **ア** であるという。2平面が交わる時, 交わってできる直線のことを **イ** という。

円柱や円錐のように, 1つの直線を軸として図形を1回転させてできる立体を **ウ** という。

立体をある方向から見て平面に表した図を

エ といい, 正面から見た図を

オ, 真上から見た図を **カ** という。

4 立体の体積と表面積(1)

🔄単元29

(角柱, 円柱の体積)

$= (\text{ア}) \times (\text{イ})$

(角錐, 円錐の体積)

$= \frac{1}{3} \times (\text{ウ}) \times (\text{エ})$

半径が r の球の体積を V とすると,

$V = \text{オ}$

5 立体の体積と表面積(2)

🔄単元30

半径が r , 中心角が a° のおうぎ形の弧の長さを ℓ , 面積を S とすると,

$\ell = 2\pi r \times \text{ア}$, $S = \pi r^2 \times \text{イ}$

6 立体の体積と表面積(3)

🔄単元31

立体のすべての面の面積の和を **ア** といい, すべての側面の面積の和を **イ**, 1つの底面の面積を **ウ** という。

(角柱, 円柱の表面積)

$= (\text{エ}) + (\text{オ}) \times 2$

(角錐, 円錐の表面積)

$= (\text{カ}) + (\text{底面積})$

半径が r の球の表面積を S とすると,

$S = \text{キ}$

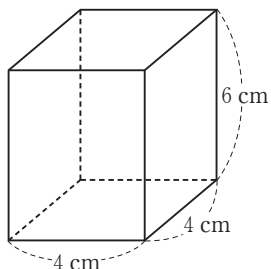
知識・技能

重要パターン問題①

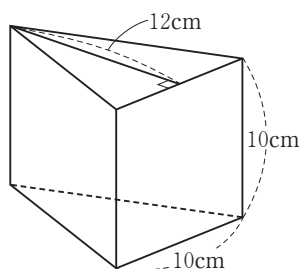
- 立体の体積
- 立体の表面積

1 体積 次の立体の体積を求めなさい。

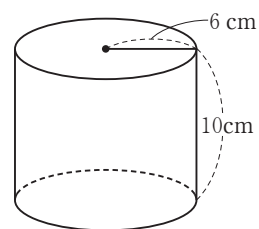
■(1) 正四角柱 (直方体)



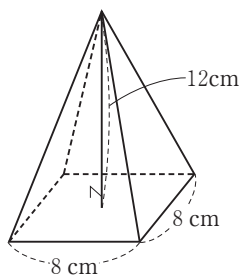
■(2) 三角柱



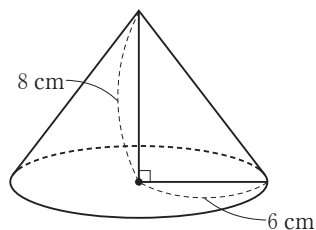
■(3) 円柱



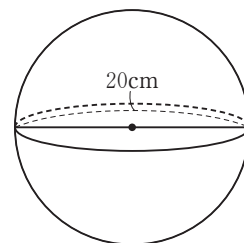
□(4) 正四角錐



□(5) 円錐

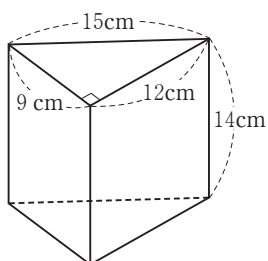


■(6) 球

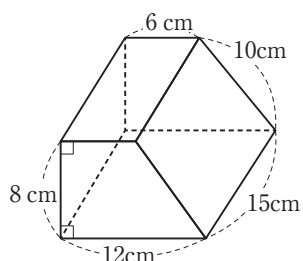


2 表面積 次の立体の表面積を求めなさい。

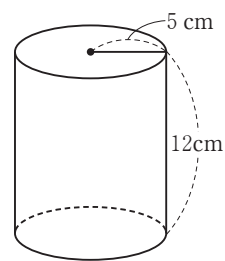
■(1) 三角柱



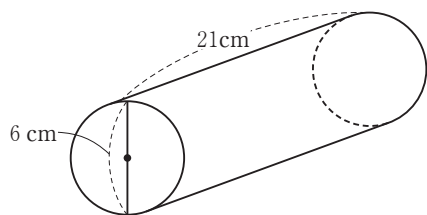
□(2) 四角柱



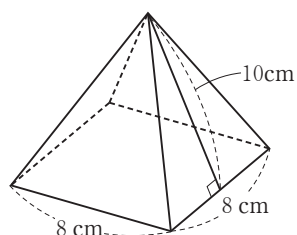
■(3) 円柱



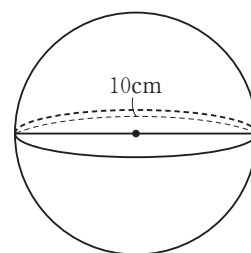
■(4) 円柱



■(5) 正四角錐



■(6) 球

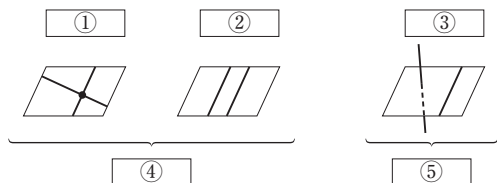




重要パターン問題②

- 直線の位置関係
- 立体の体積と表面積

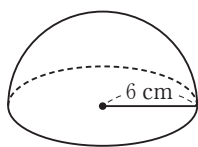
1 直線の位置関係 下の図を見て、2直線の位置関係について、□にあてはまる言葉を答えなさい。



- ①〔 〕
 ②〔 〕
 ③〔 〕
 ④〔 〕
 ⑤〔 〕

2 球の切断 次の立体は、球を切断してできたものである。体積と表面積を求めなさい。

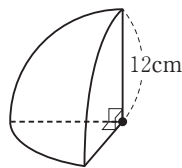
■(1) 半球



体積〔 〕

表面積〔 〕

□(2) 球を中心を通る平面で切った立体

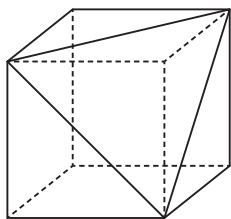


体積〔 〕

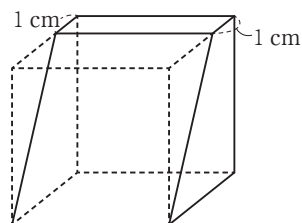
表面積〔 〕

3 立方体の切断 次の立体は、1辺3cmの立方体の一部を切り取ったときの残りの立体である。体積を求めなさい。

■(1)



□(2)

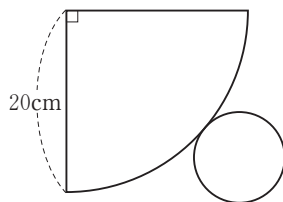


〔 〕

〔 〕

4 円錐の表面積 次の図は円錐の展開図である。(1)、(2)は、円錐の底面の半径と表面積を、(3)は、おうぎ形の中心角と表面積を求めなさい。

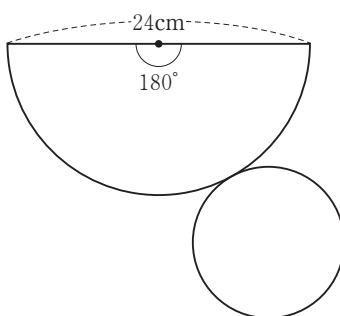
■(1)



半径〔 〕

表面積〔 〕

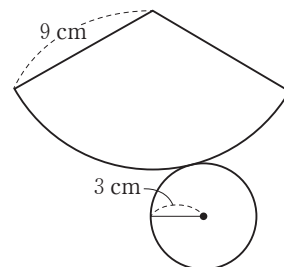
■(2)



半径〔 〕

表面積〔 〕

□(3)



中心角〔 〕

表面積〔 〕

1 古代ギリシャの数学者アルキメデスは、円柱にちょうど入る球の体積と表面積について、右のようなことを発見したといわれている。

次の会話を読み、あとの問いに答えなさい。

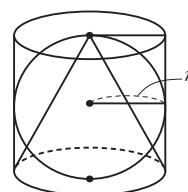
こうた「球の半径を6cmとすると、球がちょうど入る円柱の底面の半径は6cm、高さは12cmだから、円柱の体積は $\boxed{\text{ア}}$ cm³、表面積は $\boxed{\text{イ}}$ cm²だね。」

のぞみ「授業では、半径 r の球の体積を V 、表面積を S とすると、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 、 $S = 4\pi r^2$ という公式を習ったよ。

これらの公式に $r=6$ を代入すると、球の体積は $\boxed{\text{ウ}}$ cm³、表面積は $\boxed{\text{エ}}$ cm²になるから、確かにそれぞれ円柱の体積、表面積の $\frac{2}{3}$ になっているね。」

こうた「今度は右の図のように、半径 r の球がちょうど入る円柱に、ぴったり入る円錐を考えるよ。このとき、円錐と球と円柱の体積の比は、どうなるかな？」

のぞみ「 $\boxed{\text{オ}}$ だから、円錐と球と円柱の体積の比は、 $\boxed{\text{カ}}$ になることがわかるね。」



□(1) 会話文中の $\text{ア} \sim \text{エ}$ にあてはまる π を使った式を答えなさい。

$\text{ア} [\quad]$ $\text{イ} [\quad]$ $\text{ウ} [\quad]$ $\text{エ} [\quad]$

□(2) 会話文中の オ にあてはまる説明と、 カ にあてはまる比をそれぞれ答えなさい。

$\text{オ} [\quad]$
 $\text{カ} [\quad]$

2 18世紀の数学者レオンハルト・オイラー(1707～1783)は、平面だけで囲まれた穴のない多面体の頂点の数、辺の数、面の数について、右のような関係が成り立つことを発見した。次の問いに答えなさい。

□(1) 次の表は、正多面体の頂点の数、辺の数、面の数をまとめたものである。右の定理を参考にして、表の $\text{a} \sim \text{c}$ の空欄にあてはまる数を書きなさい。

	頂点の数(v)	辺の数(e)	面の数(f)
正四面体	4	6	4
正六面体	8	12	6
正八面体	6	a	8
正十二面体	b	30	12
正二十面体	12	c	20

もオイラーの多面体定理

穴のない多面体の頂点の数を v 、辺の数を e 、面の数を f とすると、 $v - e + f = 2$ が成り立つ。

※ v , e , f はそれぞれ、点…vertex, 辺…edge, 面…faceの略である。



(2) 右上の図に示すサッカーボールは、正五角形の面を12、正六角形の面を20貼り合わせた多面体をふくらませたもので、この多面体のどの頂点にも、正五角形の面が1つと正六角形の面が2つ集まっている。

□① この多面体の頂点の数は、 $(\boxed{\text{ア}} \times 12 + \boxed{\text{イ}} \times 20) \div \boxed{\text{ウ}} = \boxed{\text{エ}}$ という計算によって、求められる。 $\text{ア} \sim \text{エ}$ にあてはまる数を答えなさい。

$\text{ア} [\quad]$ $\text{イ} [\quad]$ $\text{ウ} [\quad]$ $\text{エ} [\quad]$

□② オイラーの多面体定理を利用して、この多面体の辺の数を求めなさい。

$[\quad]$

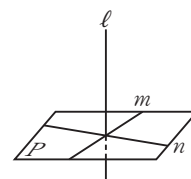


- 1** カメラの三脚の足が3本である理由を説明しなさい。また、足が4本だとどんなことが
☐ 起こると考えられるかも説明しなさい。



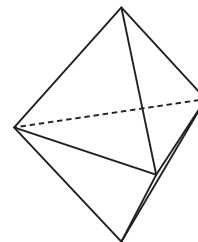
- 2** ☐ にあてはまるものを記号を使って答えなさい。

- ☐ 右の図で、直線 ℓ が平面 P と垂直であることをいうには、平面 P 上にある2直線 m , n を利用して、☐ ①, ☐ ② がいえればよい。

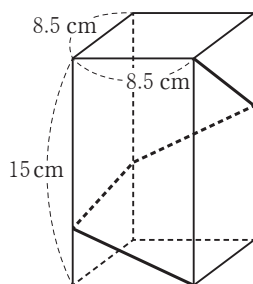
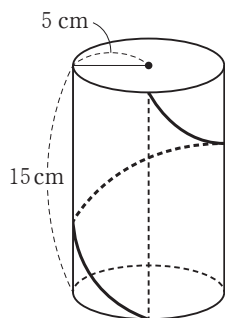


①[] ②[]

- 3** 右の図は、正三角形を6つ使ってできた立体であるが、正多面体ではない。
☐ その理由を説明しなさい。



- 4** 高さが同じ円柱と直方体の表面に、図のように最短になるようにひもをかける。ひもの長さが長くなるのは、
☐ どちらの立体ですか。その理由を展開図を使って説明しなさい。



ひもの長さが長くなる立体[]

理由

- 5** 右の図の直角三角形を、直線 ℓ を回転の軸として回転させると円錐ができる。
☐ この円錐を平面で切ると切り口が円になる場合や二等辺三角形になる場合がある。
 それはどのように切ったときか。「回転の軸」という言葉を使って説明しなさい。

円になる場合 []
 二等辺三角形になる場合 []



高得点をめざす問題

1 次の(1)~(3)のように、それぞれの立方体を平面で切るとき、その切り口を[手順]にしたがって、図にかき入れなさい。また、[]にあてはまる図形の名前を書きなさい。

なお、立方体の辺上の点は、その辺の中点である。

□(1) 図1の立方体を、3点B, P, Qを通る平面で切るとき

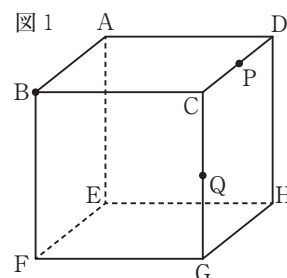
同じ面上にある2点を結ぶ線分は切り口の図形の辺になる。

[手順] ①BとPは同じ面ABCD上にある→BとPを線分で結ぶ。

②BとQ, PとQもそれぞれ同じ面上にある

→BとQ, PとQを線分で結ぶ。

→BP=BQより、切り口の図形は[]である。



□(2) 図2の立方体を、3点D, F, Pを通る平面で切るとき

平行な面にできる切り口の辺は平行である。

[手順] ①DとP, PとFはそれぞれ同じ面上にある

→DとP, PとFを線分で結ぶ。

※DとFは同じ面上にないから、線分DFは切り口の辺ではない。

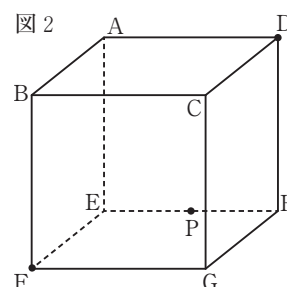
②切り口の平面とBCとの交点をQとする。

③DとQ, QとFはそれぞれ同じ面上にある

→DとQ, QとFを線分で結ぶ。

→DQ//PF, DP//QFより、2組の向かい合う辺がそれぞれ平行だから、四角形DQFPは平行四辺形である。

さらに、DP=FPより、4つの辺の長さが等しくなるから、切り口の図形は[]である。



□(3) 図3の立方体を、3点A, P, Qを通る平面で切るとき

立方体の辺や切り口の線の延長線が交わる点を利用する。

[手順] ①PとQは同じ面EFGH上にある→PとQを線分で結ぶ。

②EFとQPの延長線の交点をI, EHとPQの延長線の

交点をJとする。※3点A, P, Qをふくむ△AIJができる。

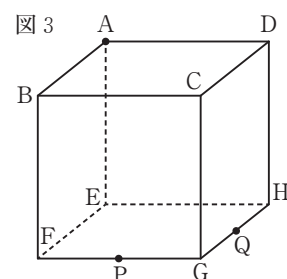
③AIとBFの交点をR, AJとDHの交点をSとする。

④AとR, RとP, QとS, SとAはそれぞれ同じ面上に

ある→AとR, RとP, QとS, SとAを線分で結ぶ。

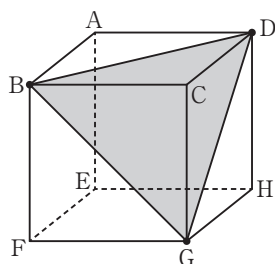
→切り口の図形は、5つの線分AR, RP, PQ, QS, SAで囲まれた[]である。

この図形は、AR=AS, RP=SQになっている。

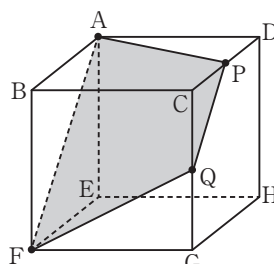


[参考] 立方体を平面で切ったときの切り口には次のようなものもある。

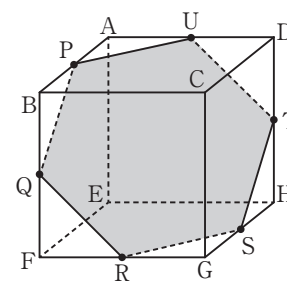
なお、立方体の辺上の点は、その辺の中点である。



→ 正三角形



→ 台形(等脚台形)



→ 正六角形

定期テスト対策 Ⅲ 応用編 Ⅲ

6章 空間図形

得点

/100点

教科書 P.190~230

実施時間のめやす⇒18分

1 空間内で、次のことがらのうち正しいものには○，そうとは限らないものには×を書きなさい。（各10点）

□(1) 1つの平面に平行な2つの直線は平行である。

[]

□(2) 1つの直線に平行な平面と，その直線に垂直な平面は，たがいに垂直である。

[]

□(3) 1つの平面に垂直な2つの平面は平行である。

[]

□(4) 1つの直線に垂直な2つの平面は平行である。

[]

2 右の図2は，図1の立方体の展開図である。

次の問いに答えなさい。（各10点）

□(1) 図2の㊦が表す立方体の頂点はどれですか。

A～Hの記号で答えなさい。

[]

□(2) 図1の立方体の辺EHの中点をMとする。

辺CD上に点P，辺GH上に点Qをとり，

4点B，P，Q，Mの順にひもをかけて，ひもの長さが最短になるようにしたい。

このときのひものようすと，点P，Q，Mの位置を，図2にかき入れなさい。

図1

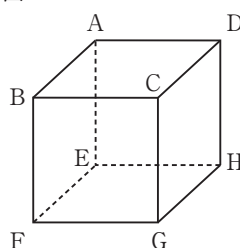
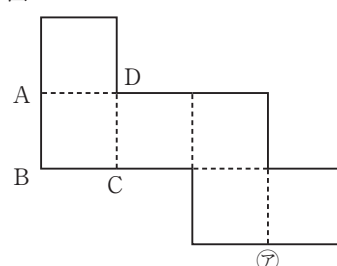


図2



3 右の図の△ABCは，AB=20cm，AC=16cm，∠C=90°の直角三角形である。

この△ABCを，辺ACを軸として1回転させてできる立体の展開図の側面は，

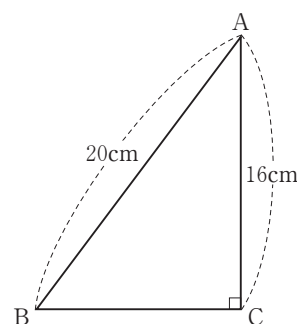
中心角が216°のおうぎ形になった。次の問いに答えなさい。（各10点）

□(1) この立体の表面積を求めなさい。

[]

□(2) この立体の体積を求めなさい。

[]



4 1辺が12cmの正方形ABCDで，辺AB，ADの中点をそれぞれM，Nとする。

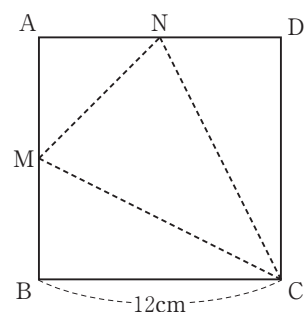
この正方形を線分MN，MC，CNを折り目として折り曲げ，3点A，B，

Dを1点に重ねて立体を作るとき，次の問いに答えなさい。（各10点）

□(1) この立体の体積を求めなさい。

[]

□(2) この立体の底面を△MCNとみたとき，高さは何cmですか。



[]