単元25　円の性質の利用

教科書 P.172〜177

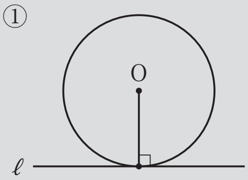
覚えよう！

1　円と接線

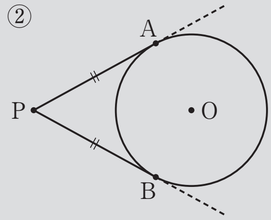
（1）　円の接線は，接点を通る半径に垂直である。（①）

（2）　円外の点から，その円にひいた２つの接線の長さは等しい。（②）

①

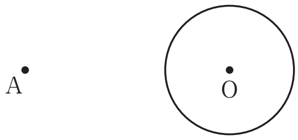


②



チェック1　円周角の定理と作図(1)

例題　**右の図で，点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。**



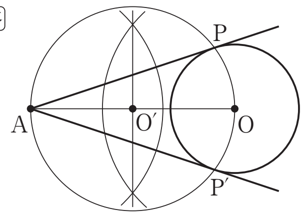
解　AP，AP′は円Oの接線だから，AP⊥OP，AP′⊥OP′となるので，PおよびP′はAOを直径とする円周上にあるといえる。

作図手順は，①AOの垂直二等分線をひき，AOの中点をO′とする。

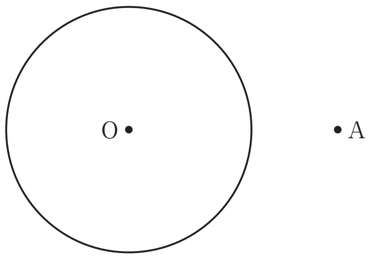
②中心がO′，半径がO′Aの円をかき，円Oとの交点をP，P′とする。

③AとPおよびAとP′を通る直線をひく。

答

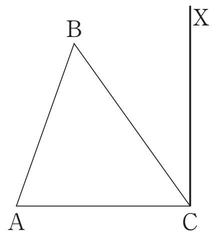


確認問題1　右の図で，点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。



チェック2　円周角の定理と作図(2)

例題　**右の図の半直線CX上に，∠ABC＝∠APCとなる点Pを作図しなさい。**

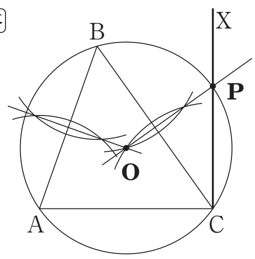


解　３点A，B，Cを通る円と半直線CXとの交点をPとすれば，円周角の定理より，∠ABC＝∠APC

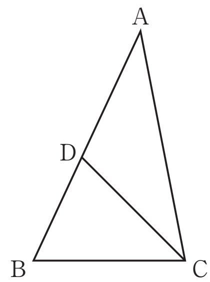
作図手順は，①AB，BCそれぞれについて垂直二等分線をかき，その交点をOとする。

②中心がO，半径OAの円をかき，半直線CXとの交点をPとする。

答

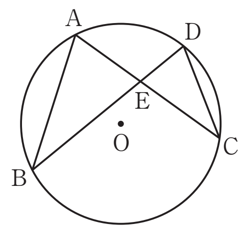


確認問題2　右の図の△ABCで，辺AB上に点Dをとる。辺AC上に，∠BPC＝∠BDCとなる点Pを作図しなさい。



チェック3　円周角の定理を使った証明

例題　**右の図のように，円Oの円周上に4点A，B，C，Dがある。弦ACとBDとの交点をEとすると，△AEB∽△DECであることを証明しなさい。**

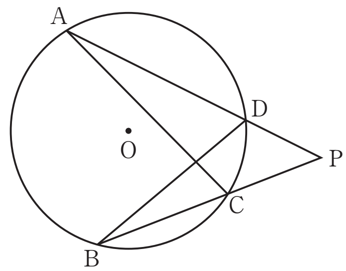


解　（証明）　△AEBと△DECで，
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので，
∠BAE＝∠CDE……①
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいので，
∠ABE＝∠DCE……②
①，②から，2組の角が，それぞれ等しいので，
△AEB∽△DEC

←対頂角は等しいから，∠AEB＝∠DEC としてもよい

確認問題3　右の図で，PA：PC＝PB：PDであることを次のように証明した。

□〔　〕をうめなさい。

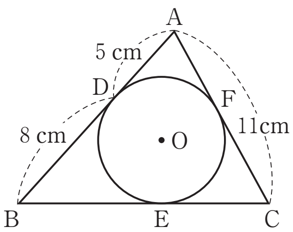


（証明）　△ACPと△BDPで，
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいので，
∠CAP＝〔**ア**　　　　　　〕……①
共通な角だから，∠APC＝∠BPD……②
①，②より，〔**イ**　　　　　　　　　　　　〕ので，
△ACP∽△BDP
対応する辺の比は等しいから，
PA：PB＝PC：PD
よって，PA：PC＝〔**ウ**　　　　　〕

チェック4　円と接線

例題　**右の図の△ABCで，3辺が円Oに，D，E，Fで接するとき，次の線分の長さを求めなさい。**

(1)　BE　　　　**(2)　BC**

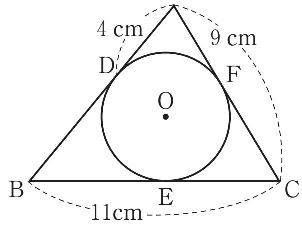


解　(1)　円外の1点から，その円にひいた2本の接線の長さは等しいので，
BE＝BD＝8 cm
(2)　AF＝AD＝5 cm，EC＝FC＝AC－AF＝11－5＝6(cm) だから，
BC＝BE＋EC＝8＋6＝14(cm)

答　(1)　8 cm　　(2)　14cm

確認問題4　右の図の△ABCで，3辺が円OにD，E，Fで接する。

□(1)　CEの長さを求めなさい。



〔　　　　　　　〕

□(2)　ABの長さを求めなさい。

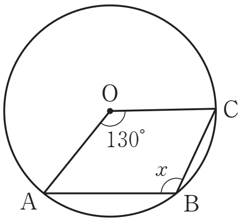
〔　　　　　　　〕

練　習　問　題　その1

単元24 1

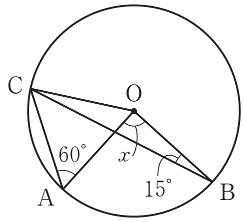
1 円周角の定理　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



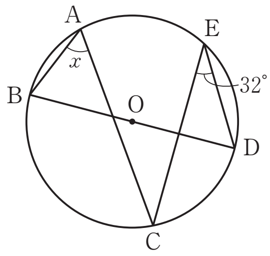
〔　　　　　〕

(2)



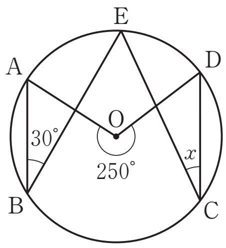
〔　　　　　〕

(3)



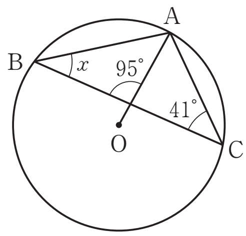
〔　　　　　〕

(4)



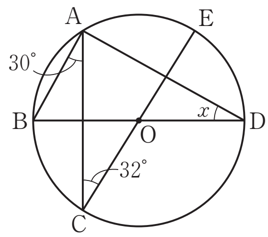
〔　　　　　〕

(5)



〔　　　　　〕

(6)

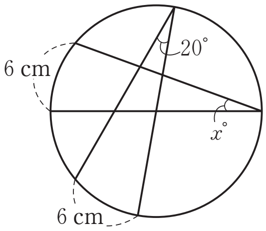


〔　　　　　〕

単元24 2

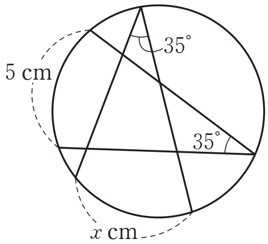
2 弧と円周角　次の x の値を求めなさい。

(1)



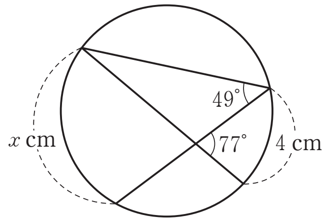
〔　　　　　〕

(2)



〔　　　　　〕

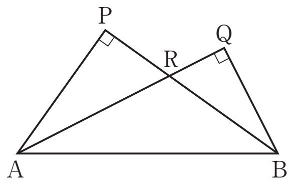
(3)



〔　　　　　〕

単元24 3

3 円周角の定理の逆　右の図で，$\angle APB = \angle AQB = 90°$ であり，点Rは線分 AQ，BP の交点である。この図形について，次の〔　〕をうめなさい。



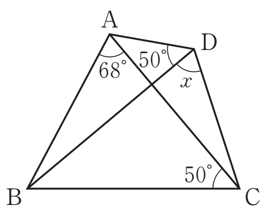
・4点P，A，B，〔ア　　　　〕は同じ円周上にある。

・点Pは線分〔イ　　　　〕または線分 AR を直径とする円周上にある。

単元24 3

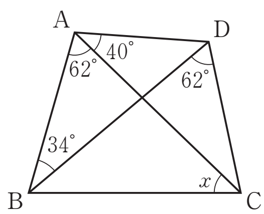
4 円周角の定理の逆　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



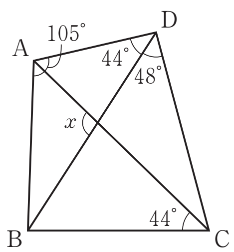
〔　　　　　〕

(2)



〔　　　　　〕

(3)



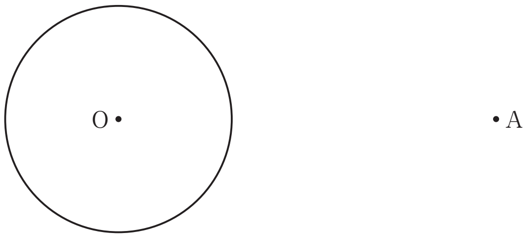
〔　　　　　〕

練　習　問　題　その2

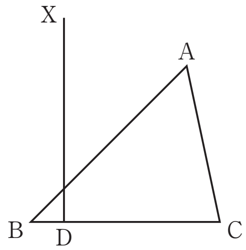
単元25 1，2

1 円周角の定理と作図　次の問いに答えなさい。

□(1)　下の図で，点Aを通る円Oの接線 AP，AP′ を作図しなさい。



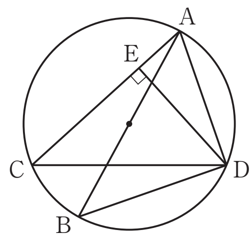
□(2)　下の図の半直線 DX 上に，∠BPC＝∠BAC となる点Pを作図しなさい。ただし，点Dは辺 BC 上の点である。



単元25 3

2 円周角の定理を使った証明　右の図で，線分 AB は円の直径であり，点C，Dはこの円の周上にある。点Dから線分 AC に垂線をひき，その交点をEとする。

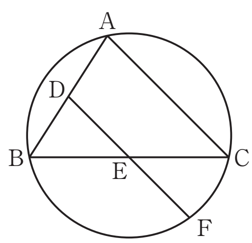
□このとき，△ABD∽△DCE であることを証明しなさい。



〔　　　　　　　　　　〕

単元25 3

3 円周角の定理を使った証明　右の図のように，３つの頂点が１つの円周上にある△ABC がある。辺 AB の中点をDとし，辺 BC 上に点Eをとって，DE の延長と円周との交点をFとする。次の問いに答えなさい。



□(1)　AD＝DE，∠BAE＝40° のとき，∠ABE の大きさを求めなさい。

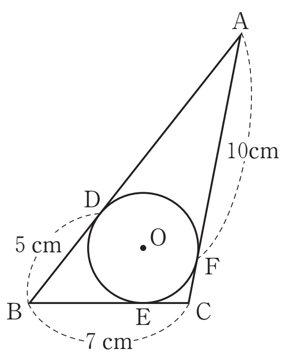
〔　　　　　　〕

□(2)　AC∥DF，AC＝DF のとき，∠ABC＝∠BAF であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

単元25 4

4 円と接線　右の図の△ABC で，３辺が円OにD，E，Fで接するとき，次の線分の長さを求めなさい。



□(1)　AB

〔　　　　　　〕

□(2)　AC

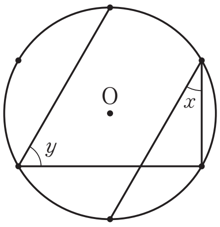
〔　　　　　　〕

Keyプラス

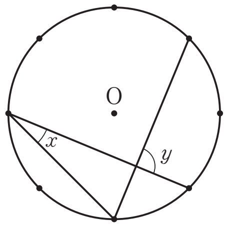
単元24 2

1 次の図で，円周上の点は円周をそれぞれ等分する。$\angle x$，$\angle y$の大きさを求めなさい。

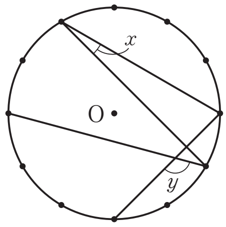
(1)



(2)



(3)

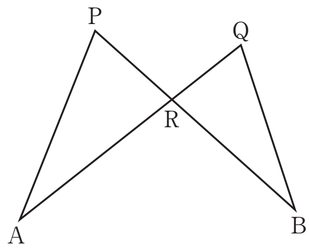


$\angle x$〔　　　〕　$\angle x$〔　　　〕　$\angle x$〔　　　〕

$\angle y$〔　　　〕　$\angle y$〔　　　〕　$\angle y$〔　　　〕

単元24 3

2 右の図で，次のような関係があるとき，点A，B，P，Qの位置関係はどのようになっていますか。下の**ア**～**ウ**から選びなさい。



(1)　$\angle$APB＝70°，$\angle$AQB＝60°

(2)　$\angle$APB＝70°，$\angle$BRQ＝80°，$\angle$PBQ＝30°

(3)　$\angle$PAR＝30°，$\angle$ARB＝100°，$\angle$AQB＝80°

ア　点Qは，３点A，B，Pを通る円周上にある。

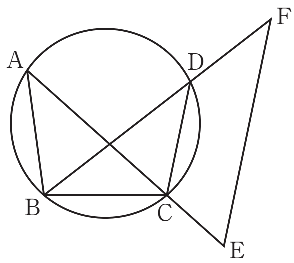
イ　点Qは，３点A，B，Pを通る円の内部にある。

ウ　点Qは，３点A，B，Pを通る円の外部にある。

(1)〔　　　〕　(2)〔　　　〕　(3)〔　　　〕

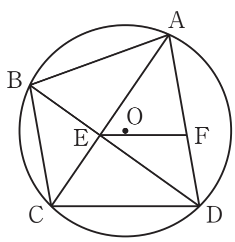
単元24 3

3 右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。Eは弦ACの延長上に，Fは弦BDの延長上にあり，CD∥EFである。このとき，４点A，B，E，Fは同じ円周上にあることを証明しなさい。



〔　　　〕

4 右の図のように，四角形ABCDの４つの頂点は円Oの周上にあり，EF∥CDである。このとき，△ABC∽△EFDであることを証明しなさい。

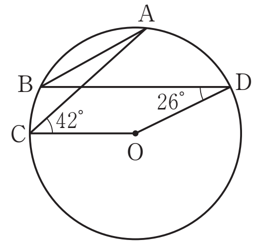


〔　　　〕

応用力UP！

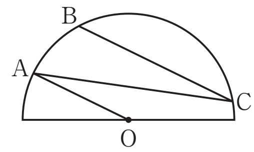
Key プラス　～円の性質～

1 右の図で，4点A，B，C，Dは，点Oを中心とする円の周上にあり，BD∥CO である。∠ACO＝42°，∠BDO＝26°であるとき，∠ABD の大きさを求めなさい。



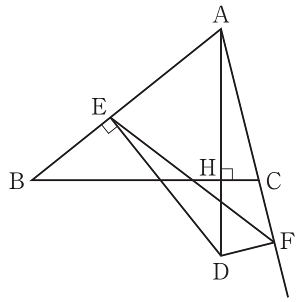
〔　　　　　　〕

2 右の図のように，半円Oの周上に3点A，B，Cがある。点Oと点A，点Aと点C，点Cと点Bをそれぞれ結ぶ。OA∥CB，$\overset{\frown}{AB}$：$\overset{\frown}{BC}$＝1：3 のとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



〔　　　　　　〕

3 右の図のように，△ABC の頂点Aから辺 BC に垂線 AH をひき，AH の延長上の点Dから辺 AB に垂線 DE をひく。次に，辺 AC の延長上に，∠DAF＝∠DEF となるように点Fをとる。次の問いに答えなさい。



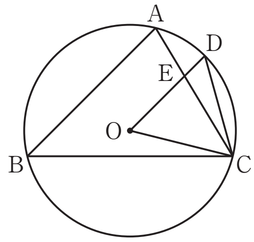
□(1) △ABH∽△ADE を証明しなさい。

〔　　　　　　〕

□(2) 4点B，F，C，Eは，同じ円周上にあることを証明しなさい。

〔　　　　　　〕

4 右の図のように，円Oの周上に4点A，B，C，Dがあり，∠ABC＝∠ACO，$\overset{\frown}{AB}$＝2$\overset{\frown}{CD}$ である。また，AC と DO との交点をEとする。次の問いに答えなさい。



□(1) △ABC∽△ECO であることを証明しなさい。

〔　　　　　　〕

□(2) ∠ABC の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　〕

知識・技能　重要用語と公式の穴うめ問題

次の空欄をうめなさい。

1　円周角と中心角

単元24

〈円周角の定理〉

円Oで，$\overset{\frown}{AB}$ を除いた円周上の点をPとするとき，∠APB を，$\overset{\frown}{AB}$ に対する $\boxed{\text{ア}}$ という。また，$\overset{\frown}{AB}$ を ∠APB に対する $\boxed{\text{イ}}$ という。

図1

1つの弧に対する $\boxed{\text{ウ}}$ の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの $\boxed{\text{エ}}$ である。

図2

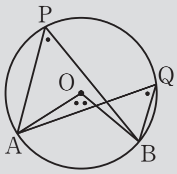


図2で，

$\angle APB=\frac{1}{2}\angle$ $\boxed{\text{オ}}$

同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

図2で，∠APB＝∠ $\boxed{\text{カ}}$

半円の弧に対する円周角は，$\boxed{\text{キ}}$ である。

図3

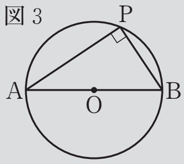


図3で，

∠APB＝ $\boxed{\text{ク}}$ °

〈弧と円周角〉

1つの円で，等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。

図4

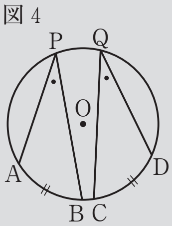


図4で，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，

∠APB＝∠ $\boxed{\text{ケ}}$

1つの円で，等しい円周角に対する弧の長さは等しい。

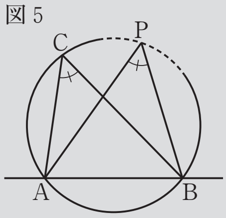
図4で，∠APB＝∠CQD ならば，

$\overset{\frown}{AB}=$ $\boxed{\text{コ}}$

〈円周角の定理の逆〉

図5のように，円周上に3点A，B，Cがあって，点Pが，直線ABについて点Cと同じ側にあるとき，

図5



∠APB＝∠ $\boxed{\text{サ}}$

ならば，点Pはこの円の $\boxed{\text{シ}}$ 上にある。

2　円の性質の利用

単元25

〈円と接線〉

円の接線は，その接点を通る $\boxed{\text{ア}}$ に垂直である。

図6

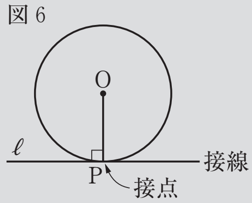


図6で，

$\ell\perp$ $\boxed{\text{イ}}$

円外の点から，その円にひいた2つの $\boxed{\text{ウ}}$ の長さは等しい。

図7

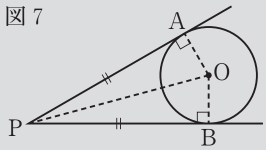


図7で，PA，PB が円Oの接線のとき，

PA＝ $\boxed{\text{エ}}$ となる。

このことは，次のように証明することができる。

△PAO と △PBO で，

PA，PB は円Oの接線だから，

∠PAO＝∠ $\boxed{\text{オ}}$ ＝ $\boxed{\text{カ}}$ °

円Oの半径だから，OA＝ $\boxed{\text{キ}}$

共通な辺だから，PO＝PO

よって，直角三角形の斜辺と他の $\boxed{\text{ク}}$ が，それぞれ等しいので，△PAO≡△ $\boxed{\text{ケ}}$

したがって，PA＝PB

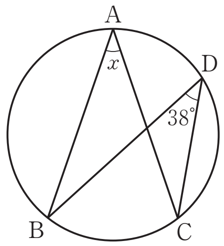
重要パターン問題

知識・技能

●円周角の定理

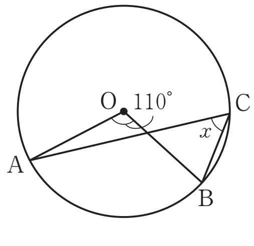
1 **円周角の定理**　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



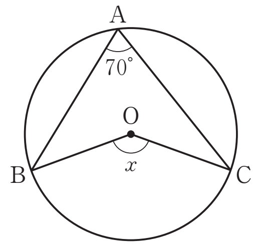
〔　　　　　　〕

□(2)



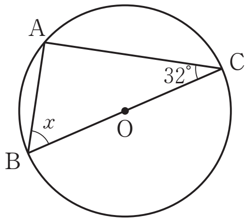
〔　　　　　　〕

□(3)



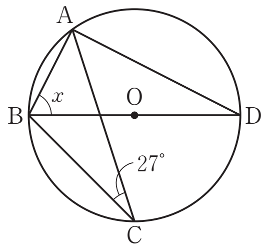
〔　　　　　　〕

□(4)



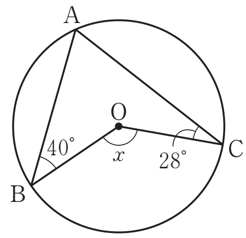
〔　　　　　　〕

□(5)



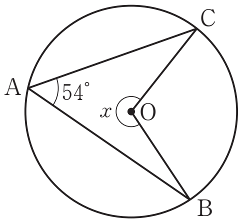
〔　　　　　　〕

□(6)



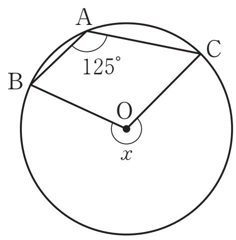
〔　　　　　　〕

□(7)



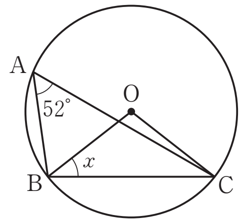
〔　　　　　　〕

□(8)



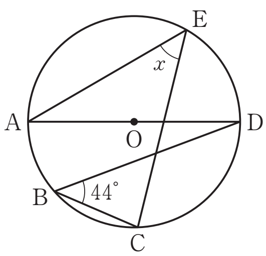
〔　　　　　　〕

□(9)



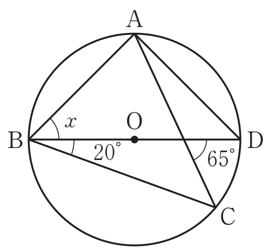
〔　　　　　　〕

□(10)



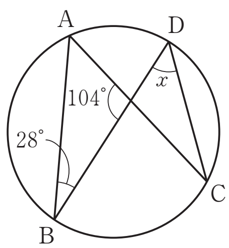
〔　　　　　　〕

□(11)



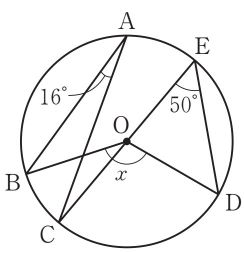
〔　　　　　　〕

□(12)



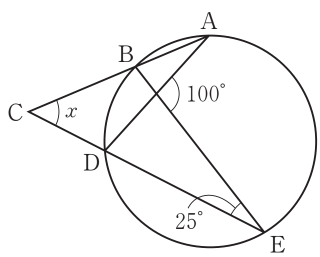
〔　　　　　　〕

□(13)



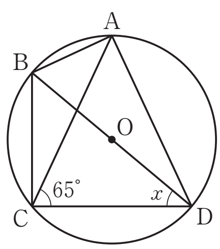
〔　　　　　　〕

□(14)



〔　　　　　　〕

□(15)



（AC＝AD）

〔　　　　　　〕

思考・判断・表現

思考と活用問題

●船の位置

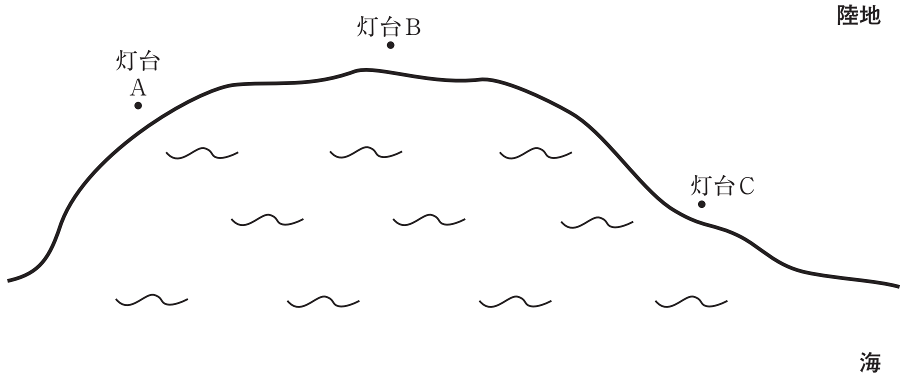
1 船の位置

1 海上の船に乗っている博さんが陸地をながめると，３つの灯台Ａ，Ｂ，Ｃが見えた。このとき，船の位置Ｐから角度を測定すると，

$\angle APB=60^\circ$，$\angle BPC=52^\circ$

でした。

博さんは，分度器，コンパス，定規を使って，下の地図で点Ｐの位置を求めようと考えた。その方法を説明した下の文の空欄をうめ，説明を完成させなさい。

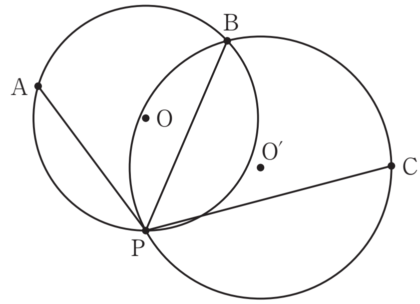


□① まず，$\angle APB=60^\circ$ となる点Ｐについて考える。

$\angle APB=60^\circ$ となる点Ｐは，$\overset{\frown}{AB}$ に対する［ア］が 60° となる円Ｏの周上にある。

また，同じように，$\angle BPC=52^\circ$ となる点Ｐを考えると，これは $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角が［イ］°となる円Ｏ′の周上にある。

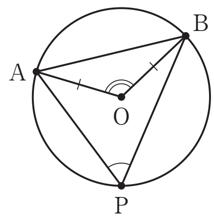
したがって，このような円Ｏと円Ｏ′をかくことができれば，それらの［ウ］の１つが点Ｐとなる。



□② $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角が 60° となるとき，$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角は［エ］°である。

このとき，二等辺三角形OABの２つの等しい角の大きさは［オ］°だから，

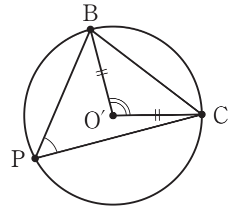
$\angle OAB=\angle OBA=$［オ］°となるような $\triangle OAB$ をかき，Ｏを中心とする半径OA(OB)の円をかく。



□③ $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角が 52° となるとき，$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角は［カ］°である。

このとき，二等辺三角形O′BCの２つの等しい角の大きさは［キ］°だから，

$\angle O'BC=\angle O'CB=$［キ］°となるような $\triangle O'BC$ をかき，Ｏ′を中心とする半径O′B(O′C)の円をかく。



□④ 円Ｏと円Ｏ′の２つの交点のうち，１つは点［ク］で，もう１つが点Ｐである。

ア〔　　〕	イ〔　　〕	ウ〔　　〕	エ〔　　〕
オ〔　　〕	カ〔　　〕	キ〔　　〕	ク〔　　〕

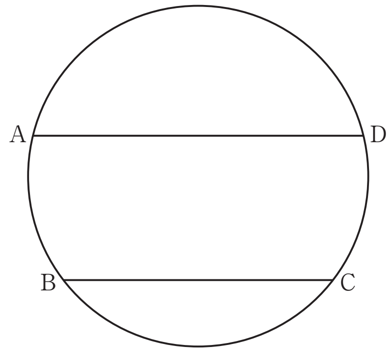
思考・判断・表現

高得点をめざす問題

●円の性質と証明

1　円の性質と証明

1 右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。次の問いに答えなさい。

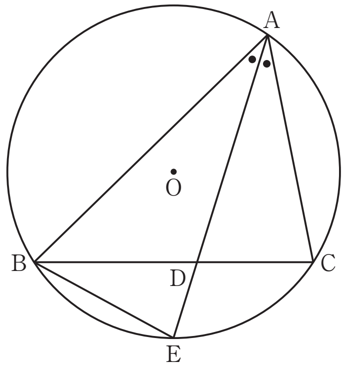


□(1)　AD∥BC ならば，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ であることを証明しなさい。

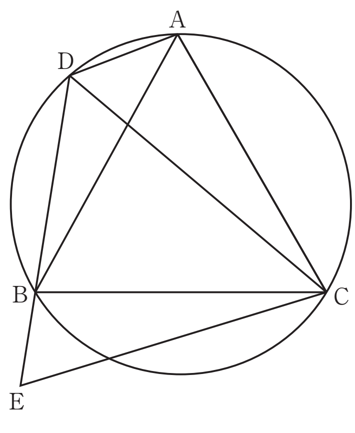
□(2)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，AD∥BC であることを証明しなさい。

2 右の図で，A，B，Cは円Oの周上の点である。∠A の二等分線と

□辺 BC，円Oとの交点をそれぞれD，Eとするとき，△ABE∽△BDE であることを証明しなさい。



3 右の図で，A，B，Cは円周上の点で，△ABC は正三角形である。$\overset{\frown}{AB}$ 上に点Dをとり，線分 DB の延長上に ED＝EC となる点Eをとるとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　△CDE は正三角形であることを証明しなさい。

□(2)　AD＝BE であることを証明しなさい。