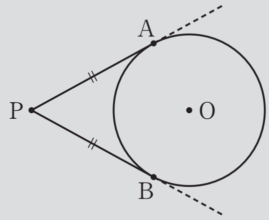
単元 25　円周角の定理の利用

教科書 P.201～207

覚えよう！

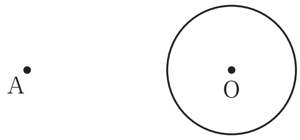
1　円と接線

円の外部にある１点から，この円に引いた２本の接線の長さは等しい。



チェック1　円周角と作図(1)

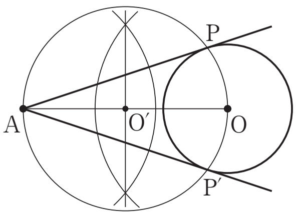
例題　**右の図で，点Aを通る円Oの接線 AP，AP′ を作図しなさい。**



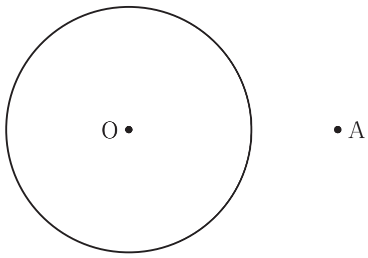
解　AP，AP′ は円Oの接線だから，AP⊥OP，AP′⊥OP′となるので，PおよびP′ は AO を直径とする円周上にあるといえる。

作図手順は，①AO の垂直二等分線をひき，AO の中点を O′ とする。
②中心が O′，半径が O′A の円をかき，円Oとの交点をP，P′ とする。
③AとPおよびAとP′ を通る直線をひく。

答

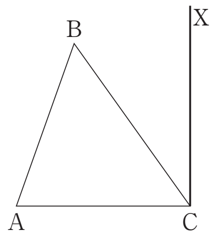


確認問題１　右の図で，点Aを通る円Oの接線 AP，AP′ を作図しなさい。



チェック2　円周角と作図(2)

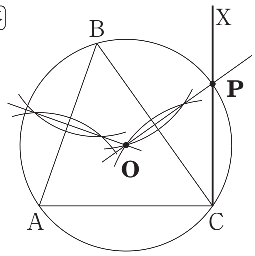
例題　**右の図の半直線 CX 上に，∠ABC＝∠APC となる点Pを作図しなさい。**



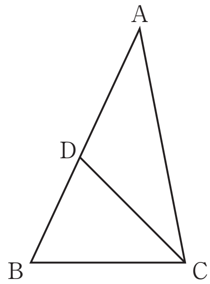
解　３点A，B，Cを通る円と半直線 CX との交点をPとすれば，円周角の定理より，∠ABC＝∠APC

作図手順は，①AB，BC それぞれについて垂直二等分線をかき，その交点をOとする。
②中心がO，半径 OA の円をかき，半直線 CX との交点をPとする。

答

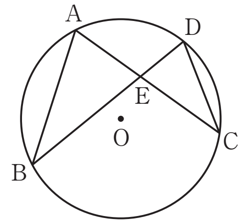


確認問題２　右の図の △ABC で，辺 AB 上に点Dをとる。辺 AC 上に，∠BPC＝∠BDC となる点Pを作図しなさい。



チェック3　円周角と図形の証明

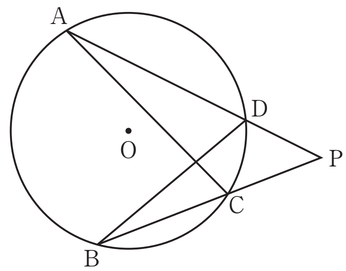
例題　**右の図のように，円Oの円周上に4点A，B，C，Dがある。弦ACとBDとの交点をEとすると，△AEB∽△DECであることを証明しなさい。**



解　（証明）　△AEBと△DECにおいて，
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから，
∠BAE＝∠CDE……①
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから，
∠ABE＝∠DCE……②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△AEB∽△DEC

←対頂角は等しいから，
∠AEB＝∠DEC
としてもよい

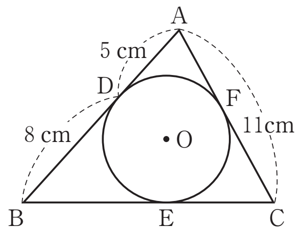
確認問題３　右の図で，PA：PC＝PB：PDであることを次のように証明した。
□〔　〕をうめなさい。



（証明）　△ACPと△BDPにおいて，
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいから，
∠CAP＝〔**ア**　　　　　　〕……①
また，　∠Pは共通……②
①，②より，〔**イ**　　　　　　　　　　　　〕から，
△ACP∽△BDP
よって，PA：PB＝PC：PD
したがって，PA：PC＝〔**ウ**　　　　　　〕

チェック4　円と接線

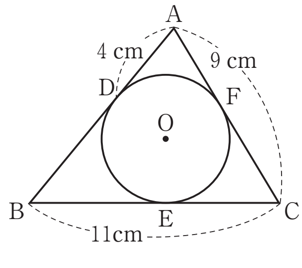
例題　**右の図の△ABCで，3辺が円Oに，D，E，Fで接するとき，次の線分の長さを求めなさい。**
(1)　**BE**　　　　　　(2)　**BC**



解　(1)　円外の１点から，その円に引いた２本の接線の長さは等しいので，
BE＝BD＝8 cm
(2)　AF＝AD＝5 cm，EC＝FC＝AC－AF＝11－5＝6(cm) だから，
BC＝BE＋EC＝8＋6＝14(cm)

答　(1)　8 cm　　(2)　14cm

確認問題４　右の図の△ABCで，３辺が円OにD，E，Fで接する。



□(1)　CEの長さを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

□(2)　ABの長さを求めなさい。

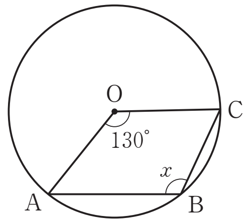
〔　　　　　　　〕

練　習　問　題　その1

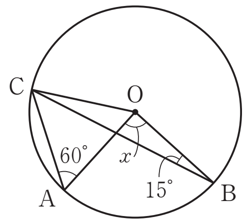
単元24 1

1 円周角の定理　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

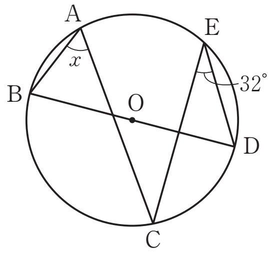
□(1)



□(2)

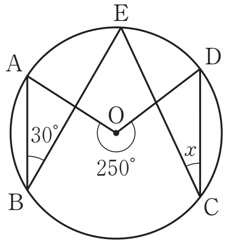


□(3)

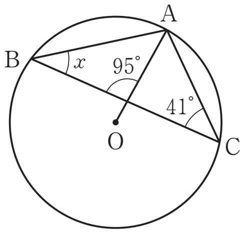


〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

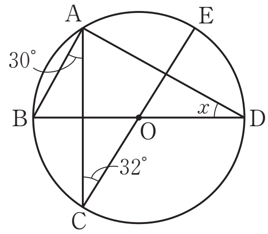
□(4)



□(5)



□(6)

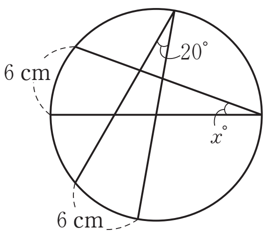


〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

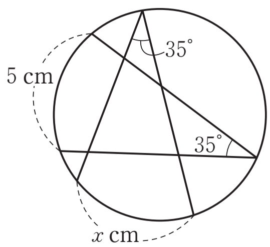
単元24 2

2 等しい弧と円周角　次の x の値を求めなさい。

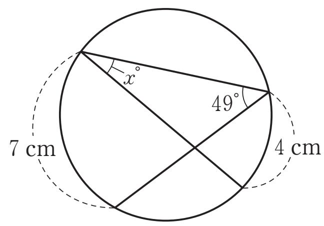
□(1)



□(2)



□(3)

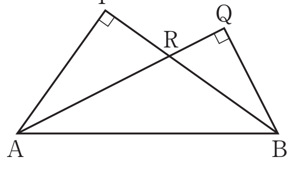


〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

単元24 3

3 円周角の定理の逆　右の図で，$\angle APB = \angle AQB = 90°$ であり，点Rは線分 AQ，

□BP の交点である。この図形について，次の〔　〕をうめなさい。



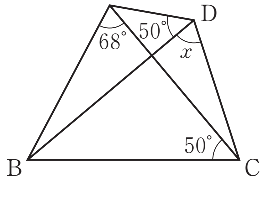
・４点P，A，B，〔**ア**　　　　〕は１つの円周上にある。

・点Pは線分〔**イ**　　　　〕または線分 AR を直径とする円周上にある。

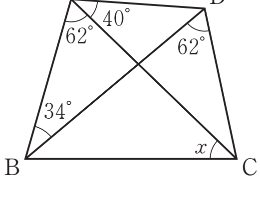
単元24 3

4 円周角の定理の逆　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

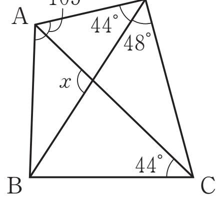
□(1)



□(2)



□(3)



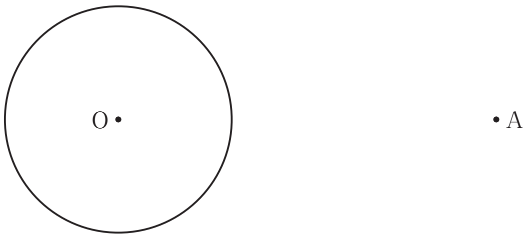
〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

練　習　問　題　その2

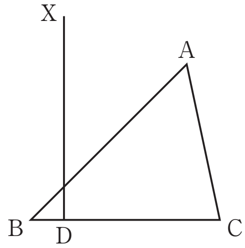
単元25 1, 2

1 **円周角と作図**　次の問いに答えなさい。

(1)　点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。



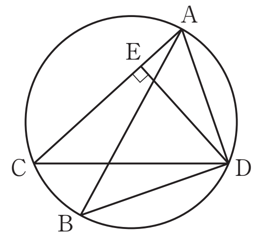
(2)　下の図の半直線DX上に，∠BPC＝∠BACとなる点Pを作図しなさい。ただし，点Dは辺BC上の点とする。



単元25 3

2 **円周角と図形の証明**　右の図で，線分ABは円の直径であり，点C，Dはこの円の周上にある。点Dから線分ACに垂線を引き，その交点をEとする。

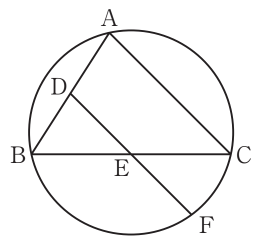
このとき，△ABD∽△DCEであることを証明しなさい。



〔　　〕

単元25 3

3 **円周角と図形の証明**　右の図のように，3つの頂点が1つの円周上にある△ABCがある。辺ABの中点をDとし，辺BC上に点Eをとって，DEの延長と円周との交点をFとする。次の問いに答えなさい。



(1)　AD＝DE，∠BAE＝40°のとき，∠ABEの大きさを求めなさい。

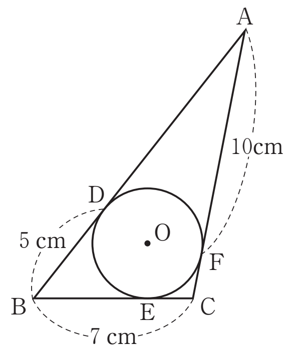
〔　　〕

(2)　AC∥DF，AC＝DFのとき，∠ABC＝∠BAFであることを証明しなさい。

〔　　〕

単元25 4

4 **円と接線**　右の図の△ABCで，3辺が円OにD，E，Fで接するとき，次の線分の長さを求めなさい。



(1)　AB

〔　　〕

(2)　AC

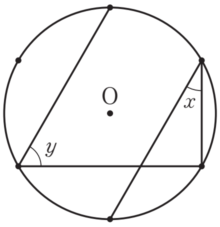
〔　　〕

Key プラス

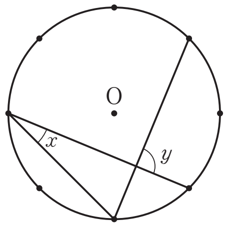
単元24 2

1 次の図で，円周上の点は円周をそれぞれ等分する。$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

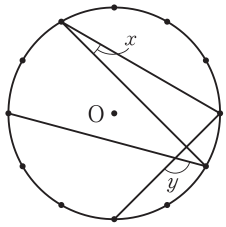
(1)



(2)



(3)

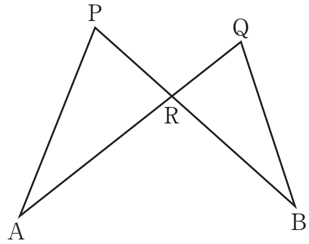


$\angle x$〔　　　　〕　$\angle x$〔　　　　〕　$\angle x$〔　　　　〕

$\angle y$〔　　　　〕　$\angle y$〔　　　　〕　$\angle y$〔　　　　〕

単元24 3

2 右の図で，次のような関係があるとき，点A，B，P，Qの位置関係はどのようになっていますか。下の**ア**～**ウ**から選びなさい。



(1)　∠APB＝70°，∠AQB＝60°

(2)　∠APB＝70°，∠BRQ＝80°，∠PBQ＝30°

(3)　∠PAR＝30°，∠ARB＝100°，∠AQB＝80°

ア　点Qは，３点A，B，Pを通る円の周上にある。

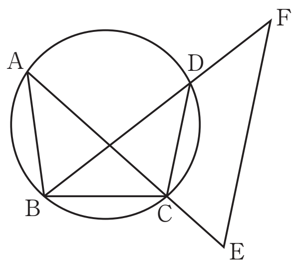
イ　点Qは，３点A，B，Pを通る円の内部にある。

ウ　点Qは，３点A，B，Pを通る円の外部にある。

(1)〔　　　　〕(2)〔　　　　〕(3)〔　　　　〕

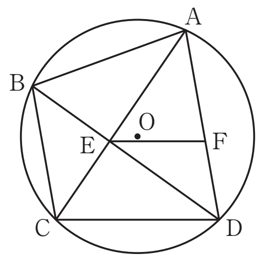
単元24 3

3 右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。Eは弦ACの延長上に，Fは弦BDの延長上にあり，CD∥EFである。このとき，４点A，B，E，Fは１つの円周上にあることを証明しなさい。



〔　　　　〕

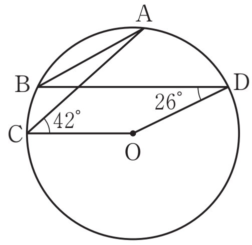
4 右の図のように，四角形ABCDの４つの頂点は円Oの周上にあり，EF∥CDである。このとき，△ABC∽△EFDであることを証明しなさい。



〔　　　　〕

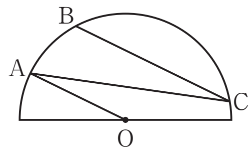
応用力UP！　Key プラス　～円の性質～

1　右の図で，４点A，B，C，Dは，点Oを中心とする円の周上にあり，BD∥CO である。∠ACO＝42°，∠BDO＝26°であるとき，∠ABD の大きさを求めなさい。



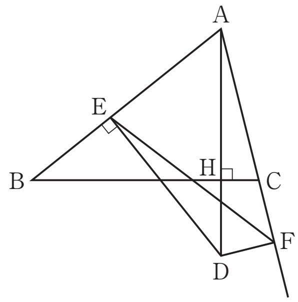
〔　　　　　　〕

2　右の図のように，半円Oの周上に３点A，B，Cがある。点Oと点A，点Aと点C，点Cと点Bをそれぞれ結ぶ。OA∥CB，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$：$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$＝1：3 のとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



〔　　　　　　〕

3　右の図のように，△ABC の頂点Aから辺 BC に垂線 AH を引き，AH の延長上の点Dから辺 AB に垂線 DE を引く。次に，辺 AC の延長上に，∠DAF＝∠DEF となるように点Fをとる。次の問いに答えなさい。



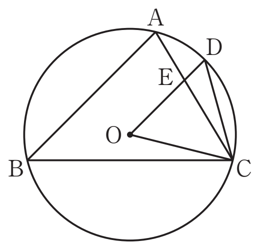
(1)　△ABH∽△ADE を証明しなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　４点B，F，C，Eは，１つの円周上にあることを証明しなさい。

〔　　　　　　〕

4　右の図のように，円Oの周上に４点A，B，C，Dがあり，∠ABC＝∠ACO，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$＝2$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ である。また，AC と DO との交点をEとする。次の問いに答えなさい。



(1)　△ABC∽△ECO であることを証明しなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　∠ABC の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　〕

知識・技能　重要用語と公式の穴うめ問題

次の空欄をうめなさい。

1　円周角と中心角

単元24

〈円周角の定理〉

図1のように，円Oの$\overset{\frown}{AB}$に対して，$\overset{\frown}{AB}$を除いた円周上に点Pをとるとき，∠APBを$\overset{\frown}{AB}$に対する［ア］という。

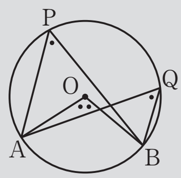
図1

1つの弧に対する円周角は，その弧に対する中心角の［イ］である。

図2で，

∠APB＝$\frac{1}{2}$∠［ウ］

図2



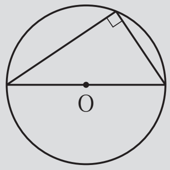
1つの弧に対する円周角はすべて［エ］。

図2で，

∠APB＝∠［オ］

半円の弧に対する円周角は［カ］°である。（図3）

図3



〈弧と円周角〉

1つの円において，等しい弧に対する円周角は［キ］。

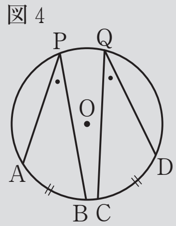
等しい円周角に対する弧は［ク］。

図4で，

∠APB＝∠CQDならば，$\overset{\frown}{AB}$＝［ケ］

$\overset{\frown}{AB}$＝$\overset{\frown}{CD}$ならば，∠APB＝∠［コ］

図4



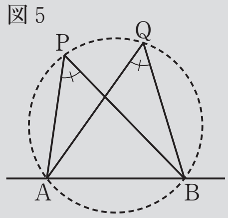
〈円周角の定理の逆〉（図5）

2点P，Qが直線ABについて同じ側にあるとき，

∠APB＝∠［サ］

ならば，4点A，P，Q，Bは1つの円周上にある。

図5



2　円周角の定理の利用

単元25

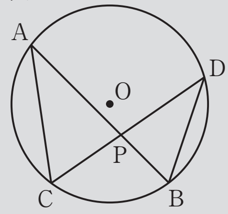
〈円周角と図形の証明〉

円周角の定理を利用すると，いろいろな図形の性質を証明することができる。

図6で，△ACPと△DBPは相似である。

このことは次のように証明することができる。

図6



△ACPと△DBPにおいて，

［ア］の定理より，

$\overset{\frown}{CB}$に対する円周角は等しいから，

∠A＝［イ］……①

同様にして，

∠C＝［ウ］……②

①，②より，2組の［エ］がそれぞれ等しいから，

△ACP∽△［オ］

〈円と接線〉

円の外部にある1点から，この円に引いた2本の［カ］の長さは等しい。

図7

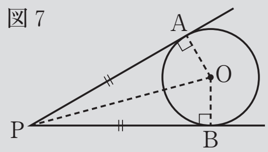


図7で，PA，PBが円Oの接線のとき，

PA＝［キ］となる。

このことは，次のように証明することができる。

△PAOと△PBOにおいて，

PA，PBは円Oの接線だから，

∠PAO＝∠［ク］＝［ケ］°

円Oの半径だから，OA＝［コ］

また，POは共通

よって，直角三角形の斜辺と他の［サ］がそれぞれ等しいから，△PAO≡△［シ］

したがって，PA＝PB

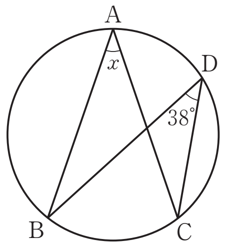
知識・技能

重要パターン問題

●円周角の定理

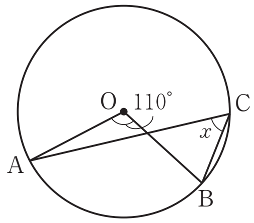
1 **円周角の定理**　次の図で，∠xの大きさを求めなさい。

(1)



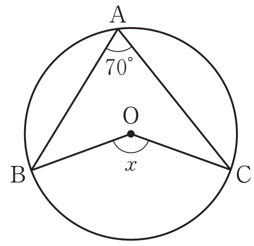
〔　　　　〕

(2)



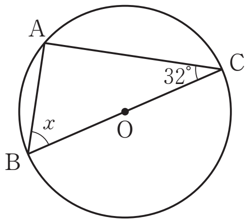
〔　　　　〕

(3)



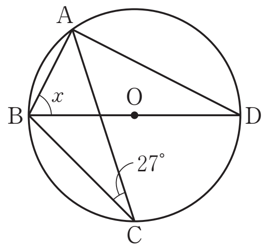
〔　　　　〕

(4)



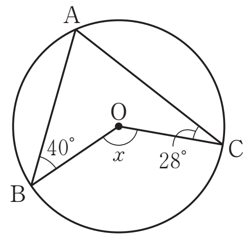
〔　　　　〕

(5)



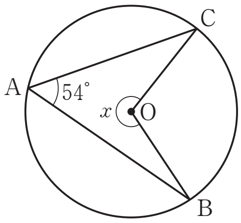
〔　　　　〕

(6)



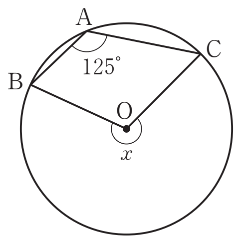
〔　　　　〕

(7)



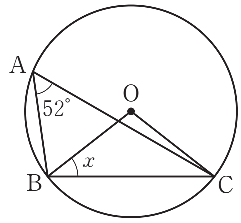
〔　　　　〕

(8)



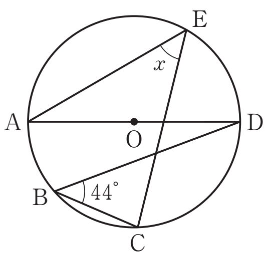
〔　　　　〕

(9)



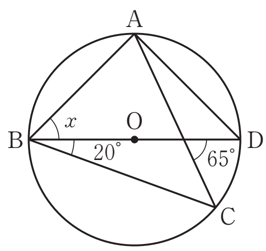
〔　　　　〕

(10)



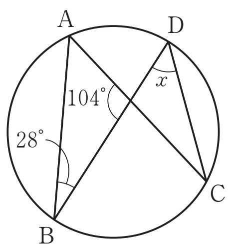
〔　　　　〕

(11)



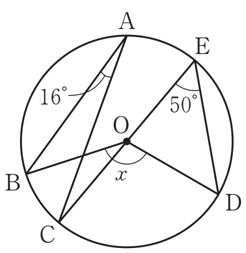
〔　　　　〕

(12)



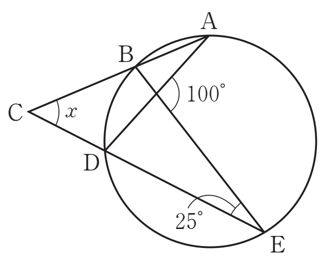
〔　　　　〕

(13)



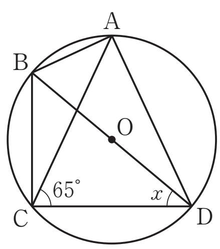
〔　　　　〕

(14)



〔　　　　〕

(15)



（AC＝AD）

〔　　　　〕

思考・判断・表現

思考と活用問題

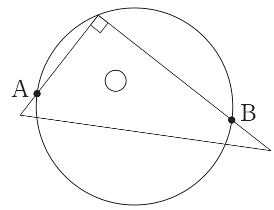
●三角定規と円の中心
●撮影の位置

1　三角定規と円の中心

1 次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図1のように三角定規をあてると，線分ABは円の直径になる。その理由を説明しなさい。

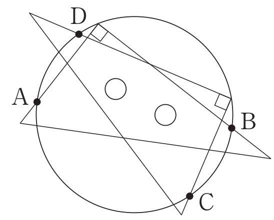
図1



[　　　　]

□(2)　右の図2のように，さらに，もう1つ三角定規をあてると，線分ABと線分CDの交点は円の中心となる。その理由を説明しなさい。

図2



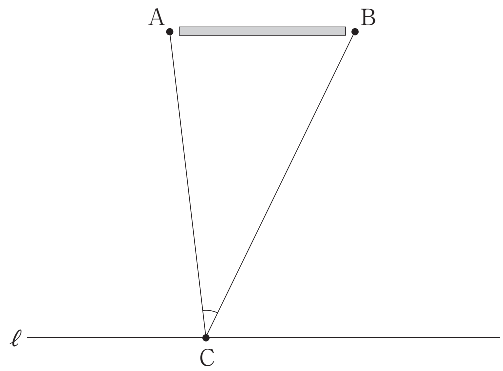
[　　　　]

2　撮影の位置

2 ある看板を，看板全体がぴったり入るように撮影（さつえい）する。

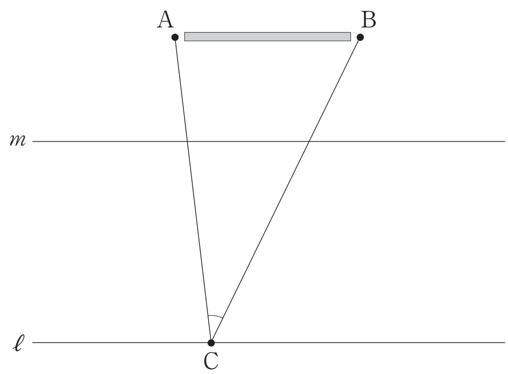
□(1)　撮影位置は，図1の直線ℓ上とし，直線ℓ上の点Cから撮影したとき，看板全体がぴったり入るとする。直線ℓ上で看板全体がぴったり入る撮影位置は，点C以外にもあり，その撮影位置を点Dとする。点Dを右の図に作図しなさい。ただし，撮影位置が変わっても，カメラで撮影できる角度（図1の$\angle$ACB）は一定とする。

図1



□(2)　撮影位置を，直線ℓと直線mの間とした場合の撮影位置を，図2に作図しなさい。ただし，直線ℓ，m上の点をふくむものとする。また，カメラで撮影できる角度は(1)同様に，一定とする。

図2



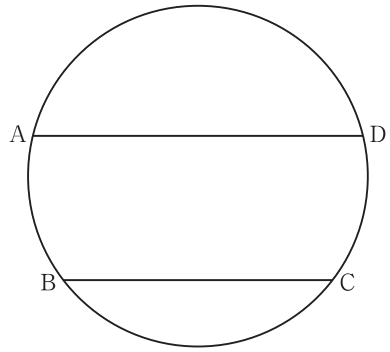
思考・判断・表現

高得点をめざす問題

●円の性質と証明

1　円の性質と証明

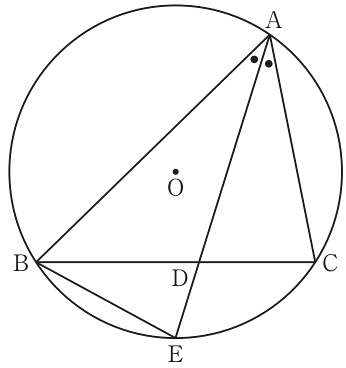
1　右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。次の問いに答えなさい。



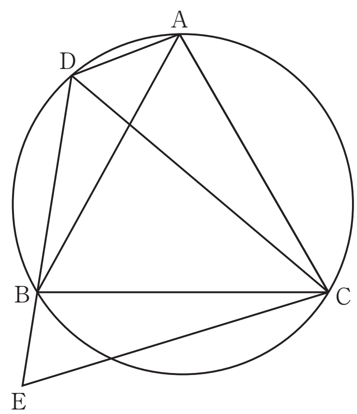
□(1)　AD∥BC ならば，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ であることを証明しなさい。

□(2)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，AD∥BC であることを証明しなさい。

2　右の図で，A，B，Cは円Oの周上の点である。∠A の二等分線と
□辺 BC, 円Oとの交点をそれぞれD，Eとするとき，△ABE∽△BDE であることを証明しなさい。



3　右の図で，A，B，Cは円周上の点で，△ABC は正三角形である。$\overset{\frown}{AB}$ 上に点Dをとり，線分 DB の延長上に ED＝EC となる点Eをとるとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　△CDE は正三角形であることを証明しなさい。

□(2)　AD＝BE であることを証明しなさい。