単元 25　円周角と中心角(2)

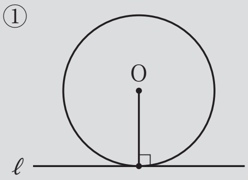
📖 教科書 P.170～176

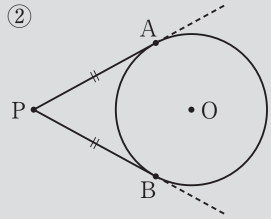
覚えよう！

1　円と接線

(1)　円の接線は、接点を通る半径に垂直である。(①)

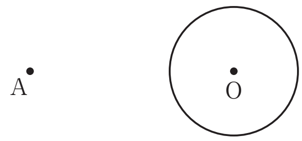
(2)　円の外部にある1点から、その円にひいた2本の接線の長さは等しい。(②)

①


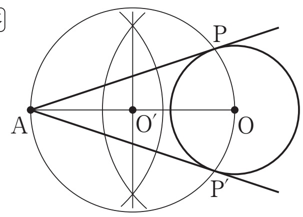
②


チェック1　円と作図(1)

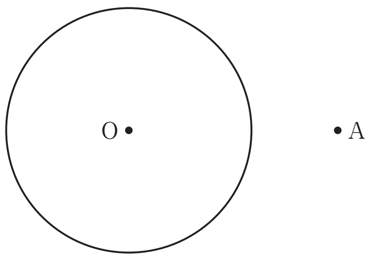
例題　右の図で、点Aを通る円Oの接線 AP、AP′ を作図しなさい。



解　AP、AP′ は円Oの接線だから、AP⊥OP、AP′⊥OP′ となるので、PおよびP′ は AO を直径とする円周上にあるといえる。
作図手順は、①AO の垂直二等分線をひき、AO の中点を O′ とする。
②中心が O′、半径が O′A の円をかき、円Oとの交点をP、P′ とする。
③AとPおよびAとP′ を通る直線をひく。

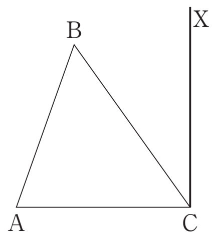
答


確認問題1　右の図で、点Aを通る円Oの接線 AP、AP′ を作図しなさい。

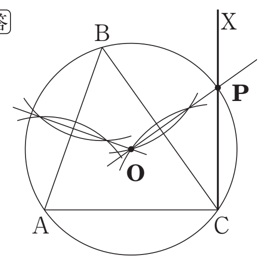


チェック2　円と作図(2)

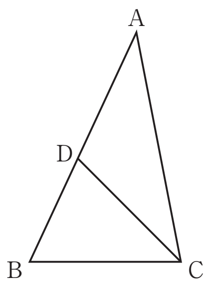
例題　右の図の半直線 CX 上に、∠ABC＝∠APC となる点Pを作図しなさい。



解　3点A、B、Cを通る円と半直線 CX との交点をPとすれば、円周角の定理より、∠ABC＝∠APC
作図手順は、①AB、BC それぞれについて垂直二等分線をかき、その交点をOとする。
②中心がO、半径が OA の円をかき、半直線 CXとの交点をPとする。

答


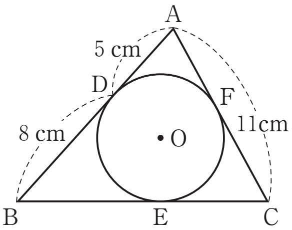
確認問題2　右の図の△ABC で、辺 AB 上に点Dをとる。辺 AC 上に、∠BPC＝∠BDC となる点Pを作図しなさい。



チェック3　円と接線

例題　**右の図の △ABC で、3 辺が円Oに、D、E、Fで接するとき、次の線分の長さを求めなさい。**

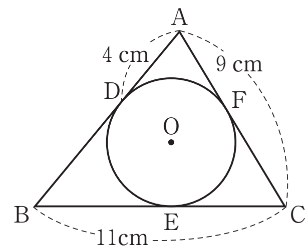
(1)　**BE**　　　　(2)　**BC**



解　(1)　円外の 1 点から、その円にひいた 2 本の接線の長さは等しいので、
BE＝BD＝8 cm
(2)　AF＝AD＝5 cm、EC＝FC＝AC－AF＝11－5＝6(cm) だから、
BC＝BE＋EC＝8＋6＝14(cm)

答　(1)　8 cm　　(2)　14cm

確認問題3　右の図の △ABC で、3 辺が円OにD、E、Fで接する。



□(1)　CE の長さを求めなさい。

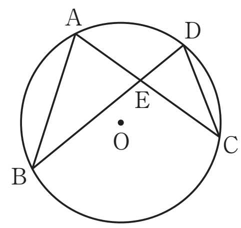
〔　　　　　　　〕

□(2)　AB の長さを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

チェック4　円周角の定理と証明

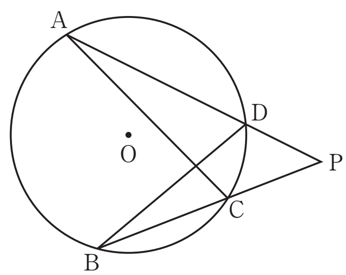
例題　**右の図のように、円Oの円周上に 4 点A、B、C、Dがある。弦 AC と BD との交点をEとすると、△AEB∽△DEC であることを証明しなさい。**



解　(証明)　△AEB と △DEC において
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから
∠BAE＝∠CDE……①
$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから
∠ABE＝∠DCE……②
①、②より、2 組の角がそれぞれ等しいから
△AEB∽△DEC

←対頂角は等しいから、
∠AEB＝∠DEC
としてもよい

確認問題4　右の図で、PA：PC＝PB：PD であることを次のように証明した。
□〔　〕をうめなさい。



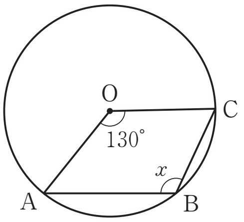
(証明)　△ACP と △BDP において
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから
∠CAP＝〔**ア**　　　　〕……①
また　∠P は共通……②
①、②より、〔**イ**　　　　　　　　〕から
△ACP∽△BDP
対応する辺の比は等しいから
PA：PB＝PC：PD
よって、PA：PC＝〔**ウ**　　　　〕

練　習　問　題　その1

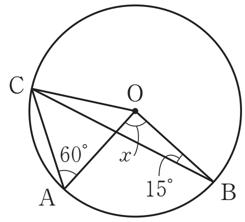
単元24 1

1 円周角の定理　次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

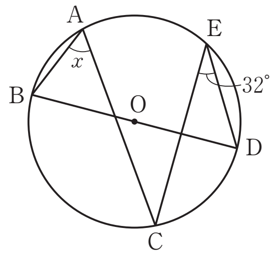
□(1)



□(2)

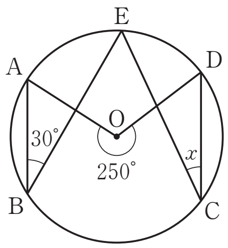


□(3)

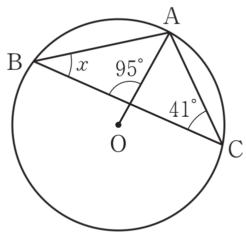


〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

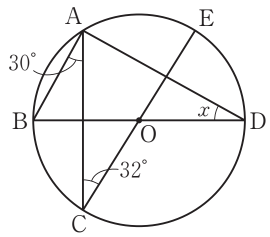
□(4)



□(5)



□(6)

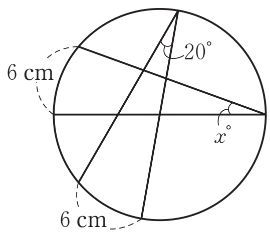


〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

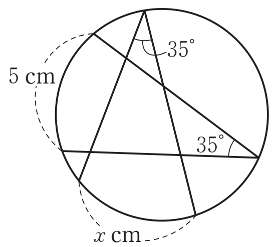
単元24 2

2 円周角と弧　次の x の値を求めなさい。

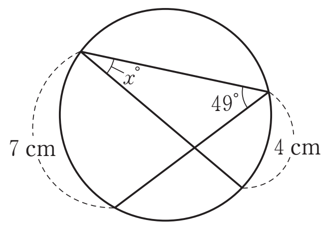
□(1)



□(2)



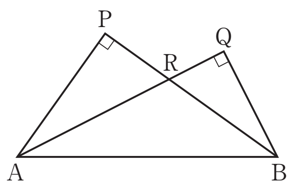
□(3)



〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

単元24 3

3 円周角の定理の逆　右の図で、$\angle APB = \angle AQB = 90°$ であり、点Rは線分 AQ、BP の交点である。この図形について、次の〔　〕をうめなさい。



□

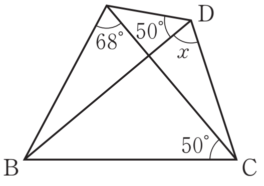
・4点P、A、B、〔**ア**　　　　〕は1つの円周上にある。

・点Pは線分〔**イ**　　　　〕または線分 AR を直径とする円周上にある。

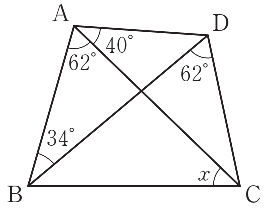
単元24 3

4 円周角の定理の逆　次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

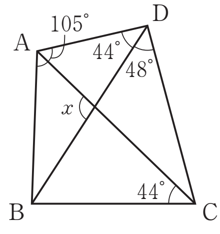
□(1)



□(2)



□(3)



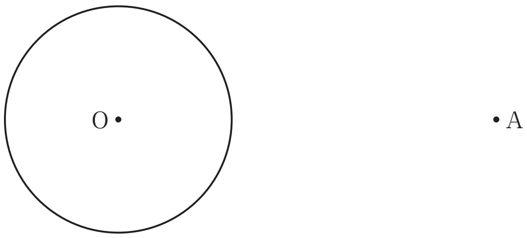
〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

練　習　問　題　その2

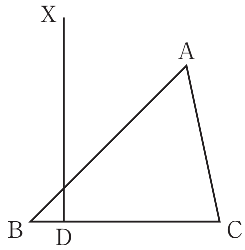
単元25 1、2

1 円と作図　次の問いに答えなさい。

□(1)　点Aを通る円Oの接線 AP、AP′ を作図しなさい。

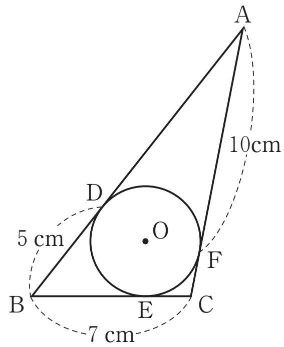


□(2)　下の図の半直線 DX 上に、∠BPC＝∠BAC となる点Pを作図しなさい。ただし、点Dは辺 BC 上の点である。



単元25 3

2 円と接線　右の図の △ABC で、3 辺が円OにD、E、Fで接するとき、次の線分の長さを求めなさい。



□(1)　AB

〔　　　　　　　　〕

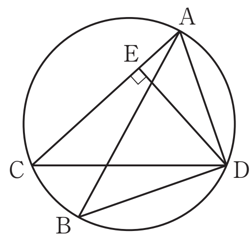
□(2)　AC

〔　　　　　　　　〕

単元25 4

3 円周角の定理と証明　右の図で、線分 AB は円の直径であり、点C、Dはこの円の周上にある。点Dから線分 AC に垂線をひき、その交点をEとする。

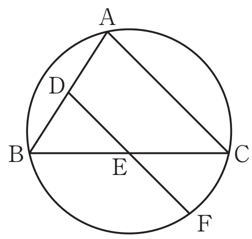
このとき、△ABD∽△DCE であることを証明しなさい。



〔　　　　　　　　〕

単元25 4

4 円周角の定理と証明　右の図のように、3 つの頂点が 1 つの円周上にある △ABC がある。辺 AB の中点をDとし、辺 BC 上に点Eをとって、DE の延長と円周との交点をFとする。次の問いに答えなさい。



□(1)　AD＝DE、∠BAE＝40° のとき、∠ABE の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

□(2)　AC∥DF、AC＝DF のとき、∠ABC＝∠BAF であることを証明しなさい。

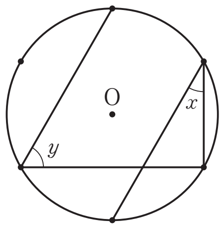
〔　　　　　　　　〕

Key プラス

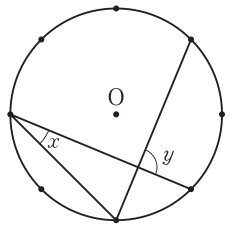
単元24 2

1 次の図で、円周上の点は円周をそれぞれ等分する。$\angle x$、$\angle y$ の大きさを求めなさい。

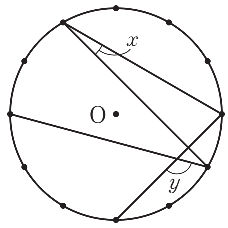
□(1)



□(2)



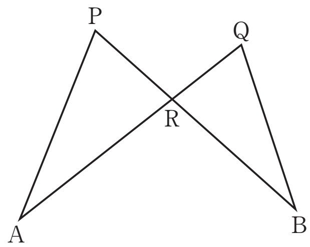
□(3)



(1) $\angle x$〔　　　　　　〕 $\angle y$〔　　　　　　〕
(2) $\angle x$〔　　　　　　〕 $\angle y$〔　　　　　　〕
(3) $\angle x$〔　　　　　　〕 $\angle y$〔　　　　　　〕

単元24 3

2 右の図で、次のような関係があるとき、点A、B、P、Qの位置関係はどのようになっていますか。下の**ア**～**ウ**から選びなさい。



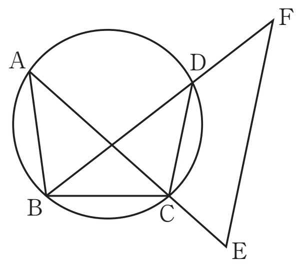
□(1)　∠APB＝70°、∠AQB＝60°
□(2)　∠APB＝70°、∠BRQ＝80°、∠PBQ＝30°
□(3)　∠PAR＝30°、∠ARB＝100°、∠AQB＝80°

ア　点Qは、3点A、B、Pを通る円の周上にある。
イ　点Qは、3点A、B、Pを通る円の内部にある。
ウ　点Qは、3点A、B、Pを通る円の外部にある。

(1)〔　　　　　　〕 (2)〔　　　　　　〕 (3)〔　　　　　　〕

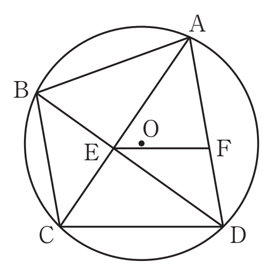
単元24 3

3 □ 右の図で、A、B、C、Dは円周上の点である。Eは弦ACの延長上に、Fは弦BDの延長上にあり、CD∥EFである。このとき、4点A、B、E、Fは1つの円周上にあることを証明しなさい。



〔　　　　　　〕

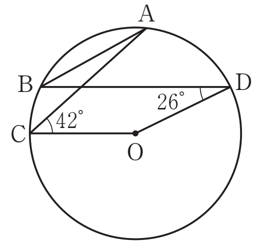
4 □ 右の図のように、四角形ABCDの4つの頂点は円Oの周上にあり、EF∥CDである。このとき、△ABC∽△EFDであることを証明しなさい。



〔　　　　　　〕

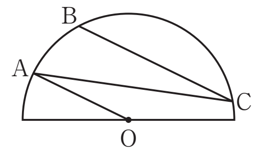
応用力UP！　Key プラス　～円の性質～

1 右の図で、4点A、B、C、Dは、点Oを中心とする円の周上にあり、BD∥CO である。∠ACO＝42°、∠BDO＝26°であるとき、∠ABD の大きさを求めなさい。



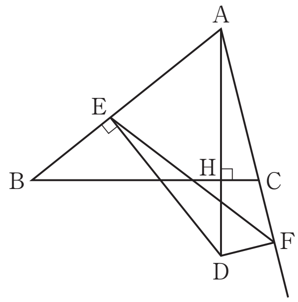
〔　　　　　〕

2 右の図のように、半円Oの周上に3点A、B、Cがある。点Oと点A、点Aと点C、点Cと点Bをそれぞれ結ぶ。OA∥CB、$\overset{\frown}{AB}$：$\overset{\frown}{BC}$＝1：3 のとき、∠ACB の大きさを求めなさい。



〔　　　　　〕

3 右の図のように、△ABC の頂点Aから辺 BC に垂線 AH をひき、AH の延長上の点Dから辺 AB に垂線 DE をひく。次に、辺 AC の延長上に、∠DAF＝∠DEF となるように点Fをとる。次の問いに答えなさい。



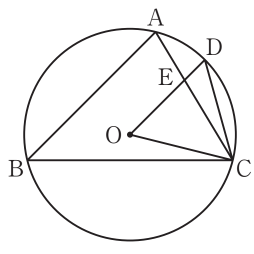
□(1) △ABH∽△ADE を証明しなさい。

〔　　　　　〕

□(2) 4点B、F、C、Eは、1つの円周上にあることを証明しなさい。

〔　　　　　〕

4 右の図のように、円Oの周上に4点A、B、C、Dがあり、∠ABC＝∠ACO、$\overset{\frown}{AB}$＝2$\overset{\frown}{CD}$ である。また、AC と DO との交点をEとする。次の問いに答えなさい。



□(1) △ABC∽△ECO であることを証明しなさい。

〔　　　　　〕

□(2) ∠ABC の大きさを求めなさい。

〔　　　　　〕

知識・技能

重要用語と公式の穴うめ問題

次の空欄をうめなさい。

1　円周角と中心角(1)

単元24

〈円周角の定理〉(図１)

円Oにおいて、$\overset{\frown}{AB}$ を除いた円周上に点Pをとるとき、∠APB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する［ア］という。

また、$\overset{\frown}{AB}$ を円周角 ∠APB に対する［イ］という。

１つの弧に対する円周角の大きさはその弧に対する中心角の大きさの［ウ］である。

図１

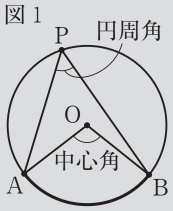
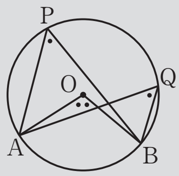


図２で、

∠APB＝∠［エ］

$=\dfrac{1}{2}$∠［オ］

図２

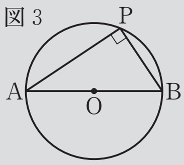


〈直径と円周角〉(図３)

半円の弧($\overset{\frown}{AB}$)に対する円周角は［カ］である。

逆に、$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の大きさが 90°ならば、弦 AB はその円の［キ］である。

図３



〈円周角と弧〉　１つの円で、

等しい弧に対する円周角は［ク］。

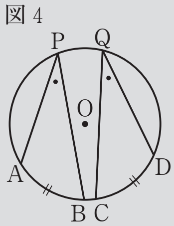
等しい円周角に対する弧は［ケ］。

図４で、

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば、∠APB＝∠［コ］

∠APB＝∠CQD ならば、$\overset{\frown}{AB}$＝［サ］

図４



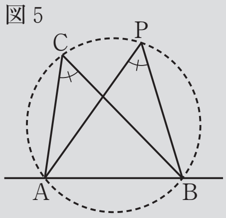
〈円周角の定理の逆〉(図５)

２点C、Pが直線 AB について同じ側にあって、

∠ACB＝∠［シ］

ならば、４点A、B、C、Pは１つの円周上にある。

図５



2　円周角と中心角(2)

単元25

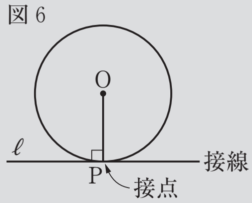
〈円と接線〉

円の接線は、接点を通る［ア］に垂直である。

図６で、

$\ell\perp$［イ］

図６



円の外部にある１点から、その円にひいた２本の［ウ］の長さは等しい。

図７

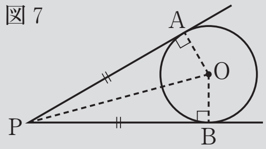


図７で、PA、PB が円Oの接線のとき、PA＝［エ］となる。

このことは、次のように証明することができる。

△PAO と △PBO において

PA、PB は円Oの接線だから

∠PAO＝∠［オ］＝［カ］。

円Oの半径だから　OA＝［キ］

また　PO は共通

よって、直角三角形の斜辺と他の［ク］がそれぞれ等しいから

△PAO≡△［ケ］

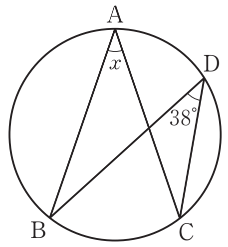
したがって　PA＝PB

知識・技能

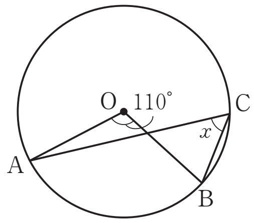
重要パターン問題

●円周角の定理

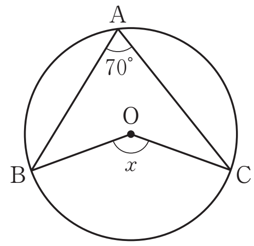
1 円周角の定理　次の図で、∠x の大きさを求めなさい。

(1)


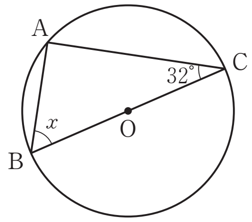
〔　　　　　　〕

(2)


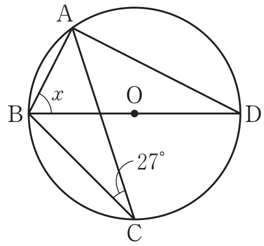
〔　　　　　　〕

(3)


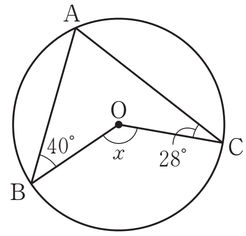
〔　　　　　　〕

(4)


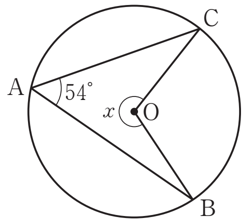
〔　　　　　　〕

(5)


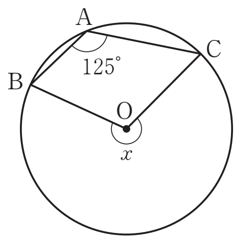
〔　　　　　　〕

(6)


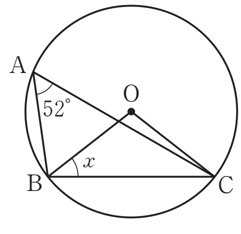
〔　　　　　　〕

(7)


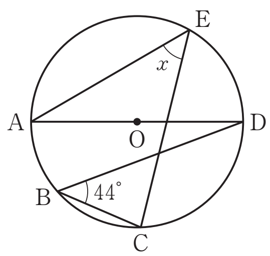
〔　　　　　　〕

(8)


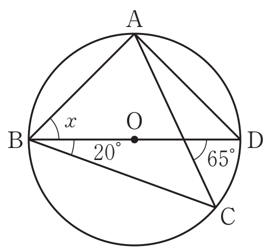
〔　　　　　　〕

(9)


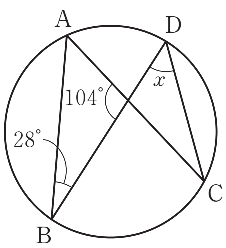
〔　　　　　　〕

(10)


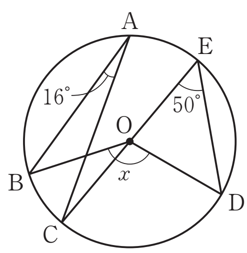
〔　　　　　　〕

(11)


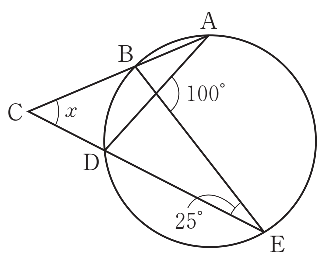
〔　　　　　　〕

(12)


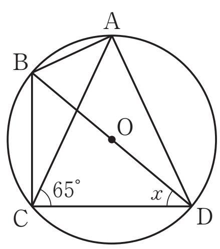
〔　　　　　　〕

(13)


〔　　　　　　〕

(14)


〔　　　　　　〕

(15)


（AC＝AD）

〔　　　　　　〕

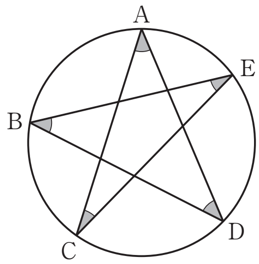
思考・判断・表現

思考と活用問題

●円周角と弧の利用
●円周角の定理の逆の利用

1 円周角と弧の利用

右の図は、円周上に5つの点をとり、1つおきに結んだものです。
このような図で、印をつけた角の和について、考えてみましょう。



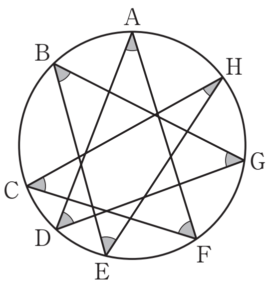
次のように角とそれに対応する弧を整理してみましょう。

$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	$\angle E$
$\overset{\frown}{CD}$	$\overset{\frown}{DE}$	$\overset{\frown}{EA}$	$\overset{\frown}{AB}$	$\overset{\frown}{BC}$

上の表で、弧の和を考えると円1周分になります。円1周分に対応する中心角は360°だから、
$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$、$\angle E$の円周角の和は、その半分の180°になります。

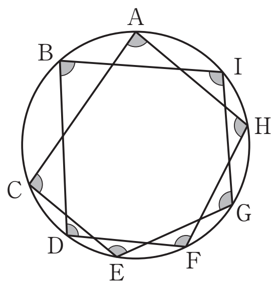
1 下の図は、円周上にいくつかの点をとり、その点をある規則にしたがって結んだものである。円周角の定理を使って、印をつけた角の和は何度になるか求めなさい。

□(1) 円周上に8つの点をとり、点を2つおきに結ぶ



〔　　　　　　　　〕

□(2) 円周上に9つの点をとり、点を1つおきに結ぶ



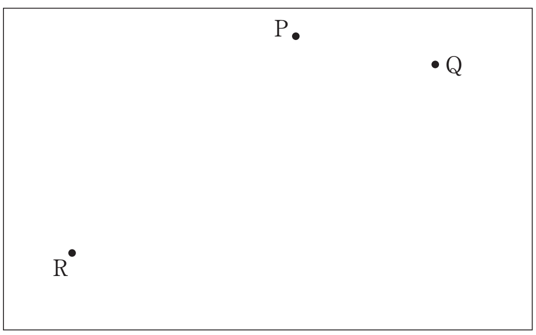
〔　　　　　　　　〕

2 円周角の定理の逆の利用

2 Aさんが休日に出かけた公園の図を見て、昼の弁当を食べた場所がどこなのかを考えている。
□次の□内は、公園で弁当を食べたときのようすについて話している、AさんとBさんの会話である。

Aさん：わたしが休日に出かけた公園は、下の図のように長方形の形をしていたよ。
Bさん：図の中にあるP、Q、Rは、3本の大きな木だね。
Aさん：そうだよ。わたしは、昼の弁当を食べた場所で、木Pが正面になるように体を向けたあと、体を30°右に動かしたら、木Qが正面にあったんだ。
Bさん：そのあとはどうしたの？
Aさん：そのあと、さらに体を150°右に動かしたら、木Rが正面にあったんだ。
Bさん：なるほど。これで、Aさんが昼の弁当を食べた場所がわかるね。

Aさんが昼の弁当を食べた場所はどこですか。Aさんが昼の弁当を食べた場所をSとして、点Sを作図によって求めなさい。



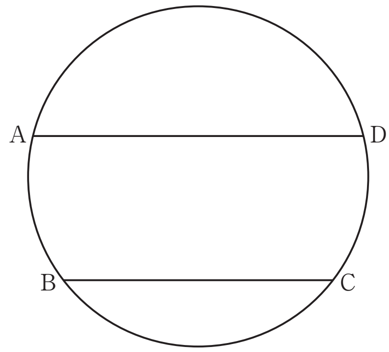
思考・判断・表現

高得点をめざす問題

●円の性質と証明

1　円の性質と証明

1 右の図で、A、B、C、Dは円周上の点である。次の問いに答えなさい。



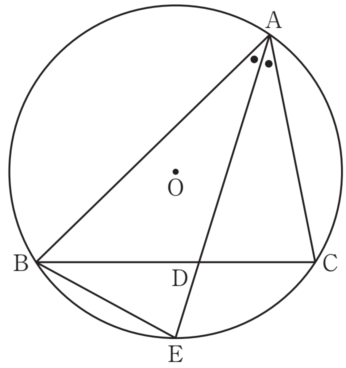
□(1)　AD∥BC ならば、$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ であることを証明しなさい。

［　　　　　］

□(2)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば、AD∥BC であることを証明しなさい。

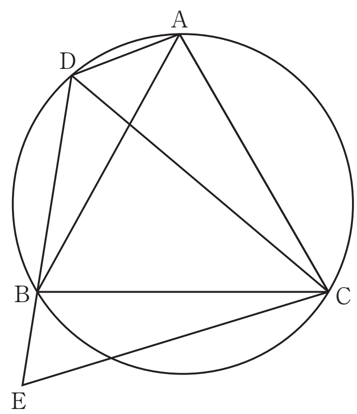
［　　　　　］

2 右の図で、A、B、Cは円Oの周上の点である。∠A の二等分線と
□辺 BC、円Oとの交点をそれぞれD、Eとするとき、△ABE∽△BDE であることを証明しなさい。



［　　　　　］

3 右の図で、A、B、Cは円周上の点で、△ABC は正三角形である。$\overset{\frown}{AB}$ 上に点Dをとり、線分 DB の延長上に ED＝EC となる点Eをとるとき、次の問いに答えなさい。



□(1)　△CDE は正三角形であることを証明しなさい。

［　　　　　］

□(2)　AD＝BE であることを証明しなさい。

［　　　　　］