単元 25 円周角の定理の利用

教科書 P.197〜199

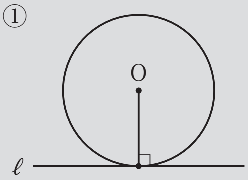
覚えよう！

1　円と接線

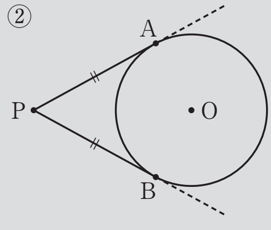
(1)　円の接線は，接点を通る半径に垂直である。(①)

(2)　円外の1点からその円にひいた2つの接線の長さは等しい。(②)

①

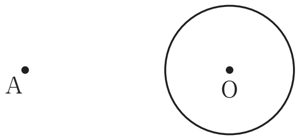


②



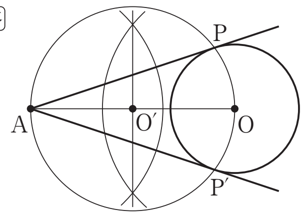
チェック1　円と作図(1)

例題　**右の図で，点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。**

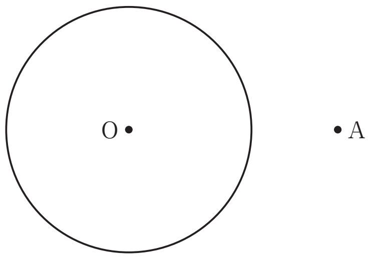


解　AP，AP′は円Oの接線だから，AP⊥OP，AP′⊥OP′となるので，PおよびP′はAOを直径とする円周上にあるといえる。作図手順は，
①線分AOの垂直二等分線をひき，線分AOの中点O′をとる。
②O′を中心として，線分O′Aを半径とする円をかき，円Oとの交点をP，P′とする。
③直線AP，AP′をひく。

答

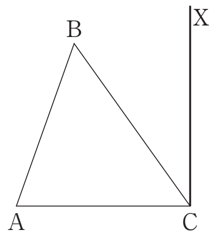


確認問題1　右の図で，点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。



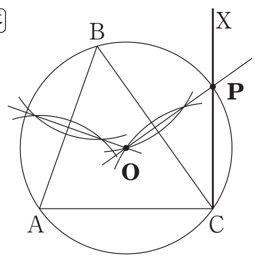
チェック2　円と作図(2)

例題　**右の図の半直線CX上に，∠ABC＝∠APCとなる点Pを作図しなさい。**

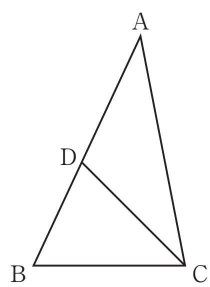


解　3点A，B，Cを通る円と半直線CXとの交点をPとすれば，円周角の定理より，∠ABC＝∠APC
作図手順は，①AB，BCそれぞれについて垂直二等分線をかき，その交点をOとする。
②中心がO，半径OAの円をかき，半直線CXとの交点をPとする。

答

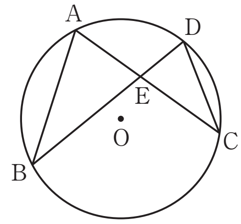


確認問題2　右の図の△ABCで，辺AB上に点Dをとる。辺AC上に，∠BPC＝∠BDCとなる点Pを作図しなさい。



チェック3　円周角の定理と証明

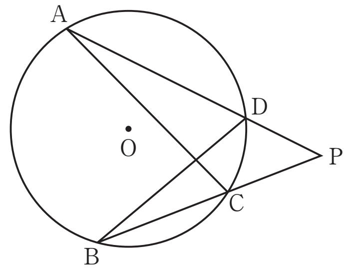
例題　**右の図のように，円Oの円周上に4点A，B，C，Dがある。弦ACとBDとの交点をEとすると，△AEB∽△DECであることを証明しなさい。**



解　（証明）△AEBと△DECで，
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから，
∠BAE＝∠CDE……①
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから，
∠ABE＝∠DCE……②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△AEB∽△DEC

←対頂角は等しいから，∠AEB＝∠DECとしてもよい

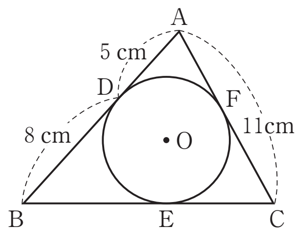
確認問題3　右の図で，PA：PC＝PB：PDであることを次のように証明した。〔　〕をうめなさい。



（証明）△ACPと△BDPで，
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいから，
∠CAP＝〔**ア**　　　　　〕……①
共通な角だから，∠APC＝∠BPD……②
①，②より，〔**イ**　　　　　　　　　〕から，
△ACP∽△BDP
対応する辺の比は等しいから，
PA：PB＝PC：PD
よって，PA：PC＝〔**ウ**　　　　〕

チェック4　円と接線

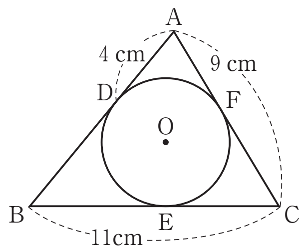
例題　**右の図の△ABCで，3辺が円Oに，D，E，Fで接するとき，次の線分の長さを求めなさい。**
(1)　BE　　　　**(2)　BC**



解　(1)　円外の1点からその円にひいた2つの接線の長さは等しいので，
BE＝BD＝8 cm
(2)　AF＝AD＝5 cm，EC＝FC＝AC－AF＝11－5＝6(cm) だから，
BC＝BE＋EC＝8＋6＝14(cm)

答　(1)　8 cm　　(2)　14cm

確認問題4　右の図の△ABCで，３辺が円OにD，E，Fで接する。



(1)　CEの長さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　ABの長さを求めなさい。

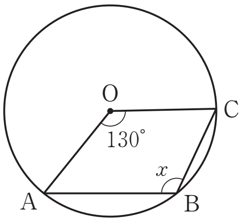
〔　　　　　　〕

練　習　問　題　その1

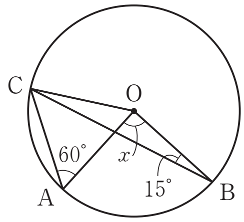
単元24 1

1 円周角の定理　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

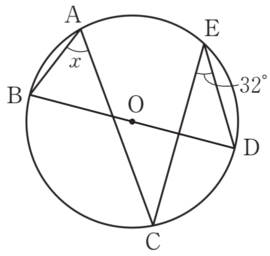
(1)



(2)

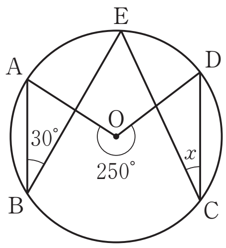


(3)

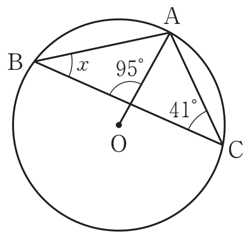


〔　　　　　〕　〔　　　　　〕　〔　　　　　〕

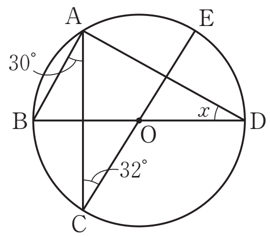
(4)



(5)



(6)

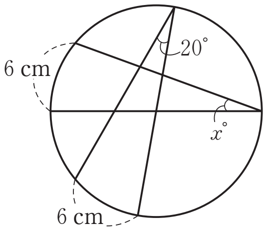


〔　　　　　〕　〔　　　　　〕　〔　　　　　〕

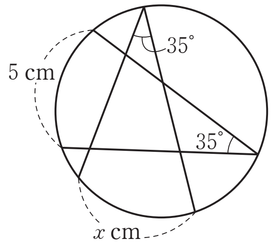
単元24 2

2 円周角と弧　次の x の値を求めなさい。

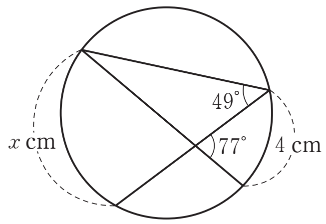
(1)



(2)



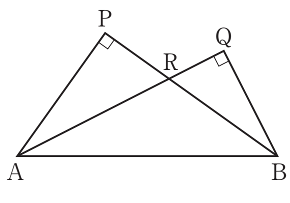
(3)



〔　　　　　〕　〔　　　　　〕　〔　　　　　〕

単元24 3

3 円周角の定理の逆　右の図で，$\angle APB=\angle AQB=90°$ であり，点Rは線分 AQ, BP の交点である。この図形について，次の〔　〕をうめなさい。



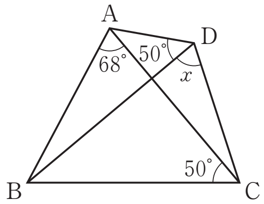
・4点P，A，B，〔**ア**　　　　〕は1つの円周上にある。

・点Pは線分〔**イ**　　　　〕または線分 AR を直径とする円周上にある。

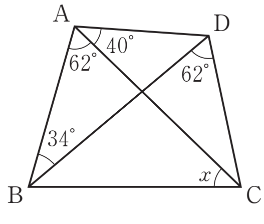
単元24 3

4 円周角の定理の逆　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

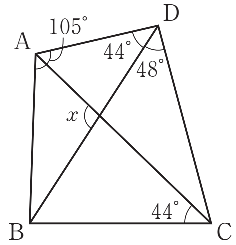
(1)



(2)



(3)



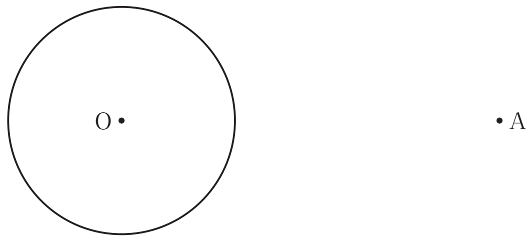
〔　　　　　〕　〔　　　　　〕　〔　　　　　〕

練　習　問　題　その2

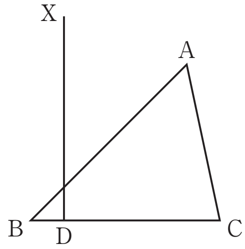
単元25 1，2

1 円周角の定理と作図　次の問いに答えなさい。

□(1)　下の図で，点Aを通る円Oの接線 AP，AP′ を作図しなさい。



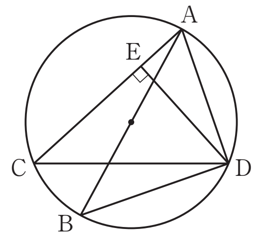
□(2)　下の図の半直線 DX 上に，∠BPC＝∠BAC となる点Pを作図しなさい。ただし，点Dは辺 BC 上の点とする。



単元25 3

2 円周角の定理を使った証明　右の図で，線分 AB は円の直径であり，点C，Dはこの円の周上にある。点Dから線分 AC に垂線をひき，その交点をEとする。

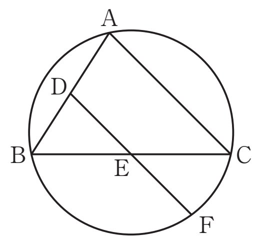
□このとき，△ABD∽△DCE であることを証明しなさい。



〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

単元25 3

3 円周角の定理を使った証明　右の図のように，３つの頂点が１つの円周上にある△ABC がある。辺 AB の中点をDとし，辺 BC 上に点Eをとって，DE の延長と円周との交点をFとする。次の問いに答えなさい。



□(1)　AD＝DE，∠BAE＝40° のとき，∠ABE の大きさを求めなさい。

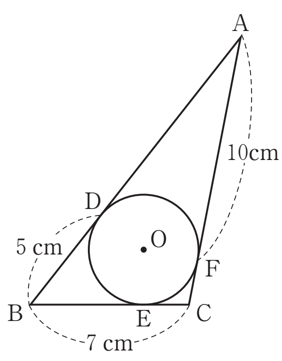
〔　　　　　　〕

□(2)　AC∥DF，AC＝DF のとき，∠ABC＝∠BAF であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

単元25 4

4 円と接線　右の図の△ABC で，３辺が円Oに D，E，F で接するとき，次の線分の長さを求めなさい。



□(1)　AB

〔　　　　　　〕

□(2)　AC

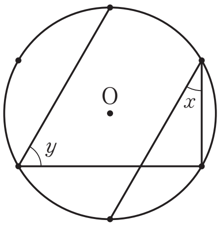
〔　　　　　　〕

Keyプラス

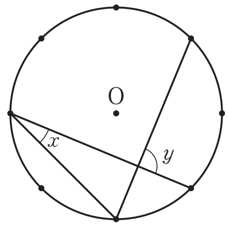
単元24 2

1 次の図で，円周上の点は円周をそれぞれ等分する。$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

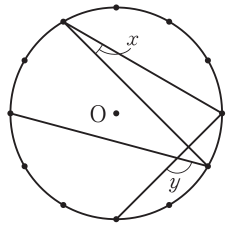
(1)



(2)



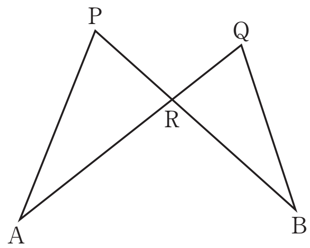
(3)



(1) $\angle x$〔　　　　〕 $\angle y$〔　　　　〕　(2) $\angle x$〔　　　　〕 $\angle y$〔　　　　〕　(3) $\angle x$〔　　　　〕 $\angle y$〔　　　　〕

単元24 3

2 右の図で，次のような関係があるとき，点A，B，P，Qの位置関係はどのようになっていますか。下の**ア**〜**ウ**から選びなさい。



(1)　$\angle$APB$=70°$，$\angle$AQB$=60°$

(2)　$\angle$APB$=70°$，$\angle$BRQ$=80°$，$\angle$PBQ$=30°$

(3)　$\angle$PAR$=30°$，$\angle$ARB$=100°$，$\angle$AQB$=80°$

ア　点Qは，3点A，B，Pを通る円周上にある。

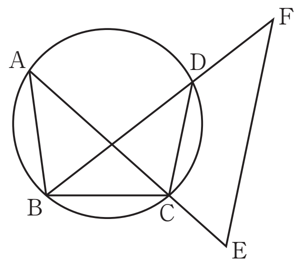
イ　点Qは，3点A，B，Pを通る円の内部にある。

ウ　点Qは，3点A，B，Pを通る円の外部にある。

(1)〔　　　　〕 (2)〔　　　　〕 (3)〔　　　　〕

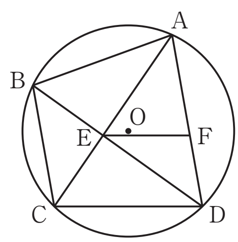
単元24 3

3 右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。Eは弦 AC の延長上に，Fは弦 BD の延長上にあり，CD∥EF である。このとき，4点A，B，E，Fは1つの円周上にあることを証明しなさい。



〔　　　　〕

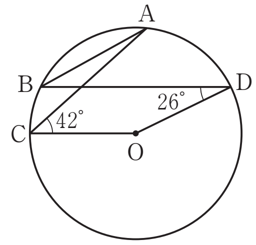
4 右の図のように，四角形 ABCD の4つの頂点は円Oの周上にあり，EF∥CD である。このとき，△ABC∽△EFD であることを証明しなさい。



〔　　　　〕

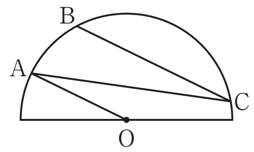
応用力UP！　Keyプラス　〜円の性質〜

1　右の図で，４点A，B，C，Dは，点Oを中心とする円の周上にあり，BD∥CO である。∠ACO＝42°，∠BDO＝26° であるとき，∠ABD の大きさを求めなさい。



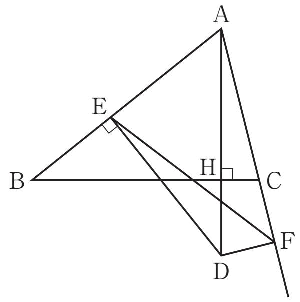
〔　　　　　　　　　〕

2　右の図のように，半円Oの周上に３点A，B，Cがある。点Oと点A，点Aと点C，点Cと点Bをそれぞれ結ぶ。OA∥CB，$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=1:3$ のとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



〔　　　　　　　　　〕

3　右の図のように，△ABC の頂点Aから辺 BC に垂線 AH をひき，AH の延長上の点Dから辺 AB に垂線 DE をひく。次に，辺 AC の延長上に，∠DAF＝∠DEF となるように点Fをとる。次の問いに答えなさい。



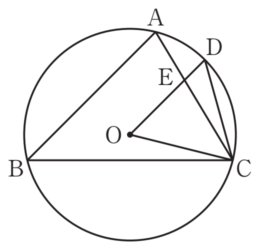
□(1)　△ABH∽△ADE を証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□(2)　４点B，F，C，Eは，１つの円周上にあることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

4　右の図のように，円Oの周上に４点A，B，C，Dがあり，∠ABC＝∠ACO，$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$ である。また，AC と DO との交点をEとする。次の問いに答えなさい。



□(1)　△ABC∽△ECO であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□(2)　∠ABC の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

知識・技能

重要用語と公式の穴うめ問題

次の空欄をうめなさい。

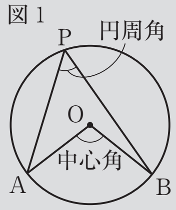
1　円周角の定理

単元24

〈円周角の定理〉

円Oで$\overset{\frown}{AB}$を除いた円周上の点をPとするとき，$\angle APB$を，$\overset{\frown}{AB}$に対する$\boxed{\text{ア}}$という。また，$\overset{\frown}{AB}$を$\angle APB$に対する$\boxed{\text{イ}}$という。

図1

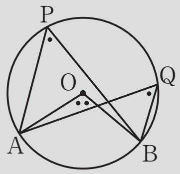


1つの弧に対する$\boxed{\text{ウ}}$の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの$\boxed{\text{エ}}$である。

図2で，

$\angle APB=\dfrac{1}{2}\angle\boxed{\text{オ}}$

図2



1つの弧に対する円周角の大きさは等しい。

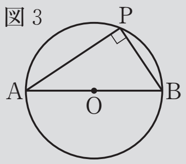
図2で，$\angle APB=\angle\boxed{\text{カ}}$

半円の弧に対する円周角は，$\boxed{\text{キ}}$°である。

図3で，

$\angle APB=\boxed{\text{ク}}$°

図3



〈円周角と弧〉

1つの円で，等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。

図4で，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ならば，

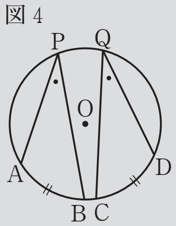
$\angle APB=\angle\boxed{\text{ケ}}$

1つの円で，大きさの等しい円周角に対する弧の長さは等しい。

図4で，$\angle APB=\angle CQD$ならば，

$\overset{\frown}{AB}=\boxed{\text{コ}}$

図4



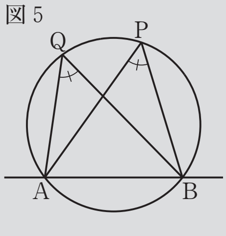
〈円周角の定理の逆〉

図5のように，2点P，Qが直線ABについて同じ側にあるとき，

$\angle APB=\angle\boxed{\text{サ}}$

ならば，4点A，B，P，Qは1つの$\boxed{\text{シ}}$上にある。

図5



2　円周角の定理の利用

単元25

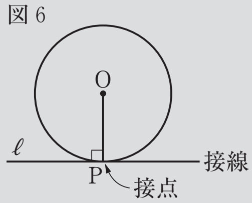
〈円と接線〉

円の接線は，その接点を通る$\boxed{\text{ア}}$に垂直である。

図6で，

$\ell\perp\boxed{\text{イ}}$

図6

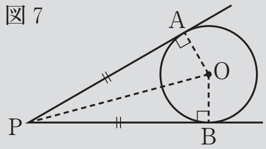


円外の1点からその円にひいた2つの$\boxed{\text{ウ}}$の長さは等しい。

図7で，PA，PBが円Oの接線のとき，

$PA=\boxed{\text{エ}}$となる。

図7



このことは，次のように証明することができる。

△PAOと△PBOで，

PA，PBは円Oの接線だから，

$\angle PAO=\angle\boxed{\text{オ}}=\boxed{\text{カ}}$°

円Oの半径だから，$OA=\boxed{\text{キ}}$

共通な辺だから，$PO=PO$

よって，直角三角形の斜辺と他の$\boxed{\text{ク}}$が，それぞれ等しいので，$\triangle PAO\equiv\triangle\boxed{\text{ケ}}$

したがって，$PA=PB$

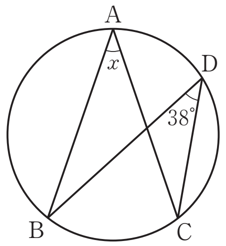
知識・技能

重要パターン問題

●円周角の定理

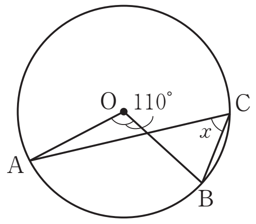
1 円周角の定理　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



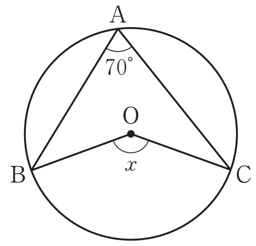
〔　　　　　　〕

(2)



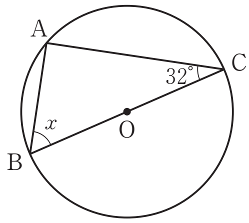
〔　　　　　　〕

(3)



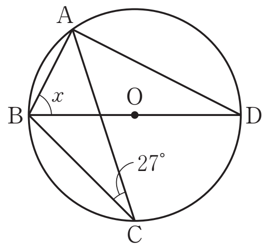
〔　　　　　　〕

(4)



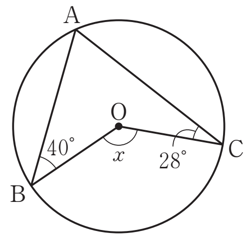
〔　　　　　　〕

(5)



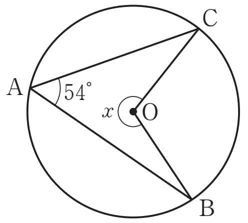
〔　　　　　　〕

(6)



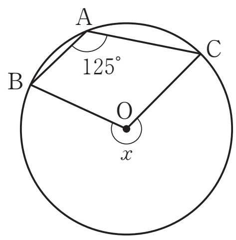
〔　　　　　　〕

(7)



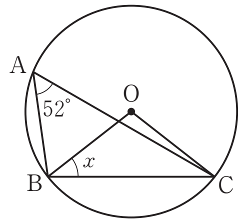
〔　　　　　　〕

(8)



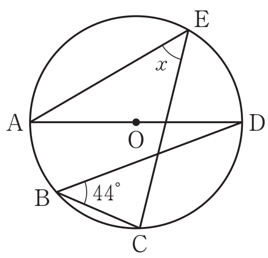
〔　　　　　　〕

(9)



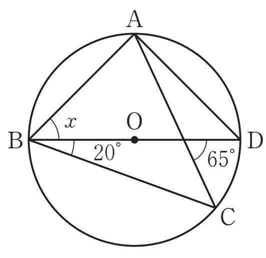
〔　　　　　　〕

(10)



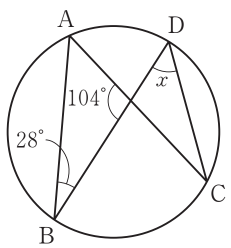
〔　　　　　　〕

(11)



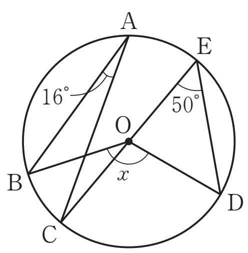
〔　　　　　　〕

(12)



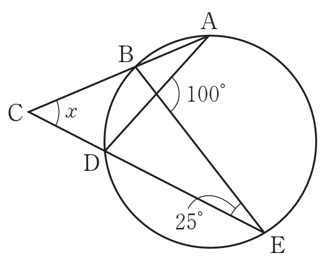
〔　　　　　　〕

(13)



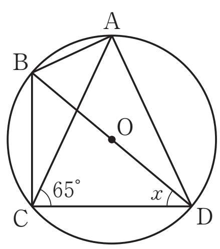
〔　　　　　　〕

(14)



〔　　　　　　〕

(15)



（AC＝AD）

〔　　　　　　〕

思考・判断・表現

思考と活用問題

●三角定規と円の中心
●円周角の定理の逆の利用

1 三角定規と円の中心

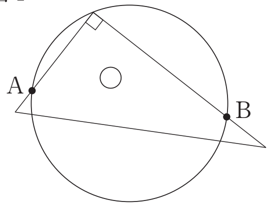
三角定規を使って，円の直径や中心を見つける方法があります。
円の上に三角定規を置き，どのような定理や図形の性質が利用できるかを考えます。

1 次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図1のように三角定規をあてると，線分ABは円の直径になる。その理由を説明しなさい。

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

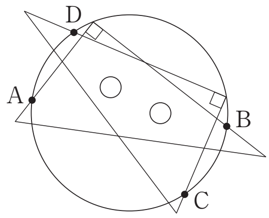
図1



□(2)　右の図2のように，さらに，もう1つ三角定規をあてると，線分ABと線分CDの交点は円の中心となる。その理由を説明しなさい。

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

図2



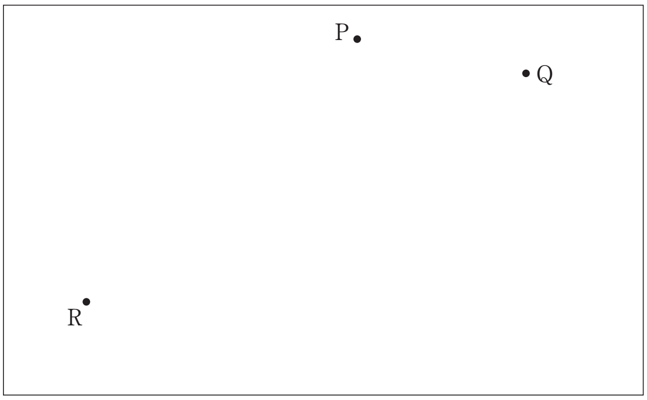
2 円周角の定理の逆の利用

2 Aさんが休日に出かけた公園の図を見て，昼の弁当を食べた場所がどこなのかを考えている。

□次の［　　］内は，公園で弁当を食べたときのようすについて話している，AさんとBさんの会話である。

Aさん：わたしが休日に出かけた公園は，下の図のように長方形の形をしていたよ。
Bさん：図の中にあるP，Q，Rは，3本の大きな木だね。
Aさん：そうだよ。わたしは，昼の弁当を食べた場所で，木Pが正面になるように体を向けたあと，体を30°右に動かしたら，木Qが正面にあったんだ。
Bさん：そのあとはどうしたの？
Aさん：そのあと，さらに体を150°右に動かしたら，木Rが正面にあったんだ。
Bさん：なるほど。これで，Aさんが昼の弁当を食べた場所がわかるね。

Aさんが昼の弁当を食べた場所はどこですか。Aさんが昼の弁当を食べた場所をSとして，点Sを作図によって求めなさい。



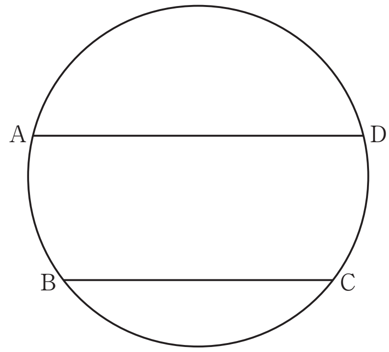
思考・判断・表現

高得点をめざす問題

●円の性質と証明

1　円の性質と証明

1 右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。次の問いに答えなさい。



□(1)　AD∥BC ならば，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ であることを証明しなさい。

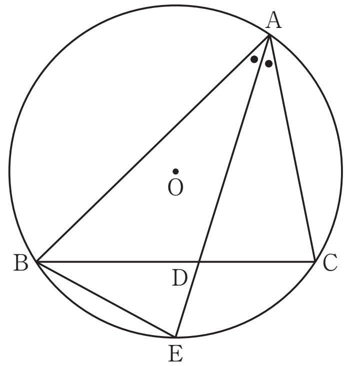
［　　　　］

□(2)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，AD∥BC であることを証明しなさい。

［　　　　］

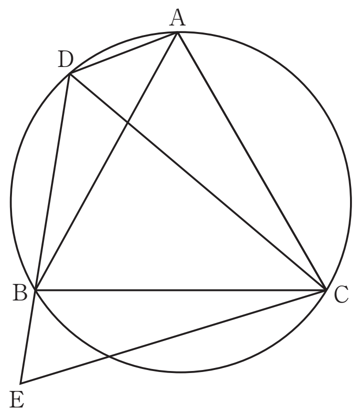
2 右の図で，A，B，Cは円Oの周上の点である。∠A の二等分線と

□辺 BC，円Oとの交点をそれぞれD，Eとするとき，△ABE∽△BDE であることを証明しなさい。



［　　　　］

3 右の図で，A，B，Cは円周上の点で，△ABC は正三角形である。$\overset{\frown}{AB}$ 上に点Dをとり，線分 DB の延長上に ED＝EC となる点Eをとるとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　△CDE は正三角形であることを証明しなさい。

［　　　　］

□(2)　AD＝BE であることを証明しなさい。

［　　　　］