



単元 25

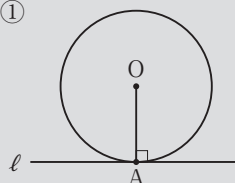
円と接線

覚えよう！

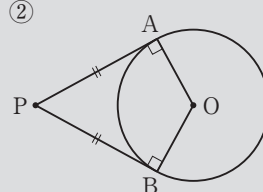
1 円と接線

- (1) 円の接線は、接点を通る半径に垂直である。(①)
 (2) 円の外部の点から、その円にひいた2つの接線の長さは等しい。(②)

①



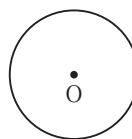
②



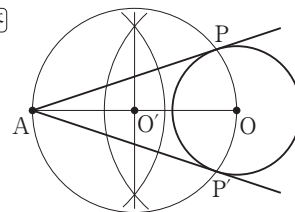
チェック① 円と作図(1)

例題 右の図で、点Aを通る円Oの接線AP, AP'を作図しなさい。

A



答



解 AP, AP' は円Oの接線だから、 $AP \perp OP$,
 $AP' \perp OP'$ となるので、PおよびP'はAOを
 直径とする円周上にあるといえる。

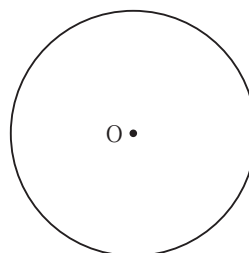
作図手順は、①AOの垂直二等分線をひき、AOの中点をO'とする。

②中心がO'、半径がO'Aの円をかき、円Oとの交点をP, P'とする。

③AとPおよびAとP'を通る直線をひく。

確認問題1 右の図で、点Aを通る円Oの接線AP, AP'

を作図しなさい。

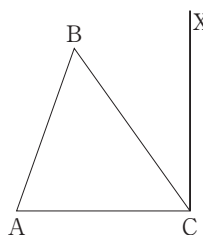


A

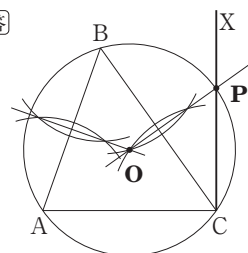


チェック② 円と作図(2)

例題 右の図の半直線CX上に、 $\angle ABC = \angle APC$ となる点Pを作図しなさい。



答



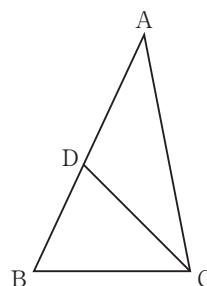
解 3点A, B, Cを通る円と半直線CXとの交点をPとすれば、
 円周角の定理より、 $\angle ABC = \angle APC$

作図手順は、①AB, BCそれぞれについて垂直二等分線をかき、その交点をOとする。

②中心がO、半径OAの円をかき、半直線CXとの交点をPとする。

確認問題2 右の図の△ABCで、辺AB上に点Dをとる。

辺AC上に、 $\angle BPC = \angle BDC$ となる点Pを作図しなさい。





チェック3 円と接線

【例題】 右の図の $\triangle ABC$ で、3 辺が円 O に、 D 、 E 、 F で接するとき、次の線分の長さを求めなさい。

(1) BE

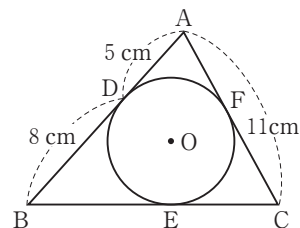
(2) BC

【解】 (1) 円の外部の点から、その円にひいた 2 本の接線の長さは等しいので、

$$BE = BD = 8 \text{ cm}$$

(2) $AF = AD = 5 \text{ cm}$ 、 $EC = FC = AC - AF = 11 - 5 = 6 \text{ (cm)}$ だから、

$$BC = BE + EC = 8 + 6 = 14 \text{ (cm)}$$



【答】 (1) 8 cm (2) 14 cm

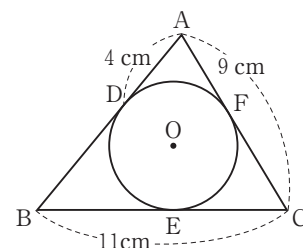
【確認問題3】 右の図の $\triangle ABC$ で、3 辺が円 O に D 、 E 、 F で接する。

□(1) CE の長さを求めなさい。

[]

□(2) AB の長さを求めなさい。

[]

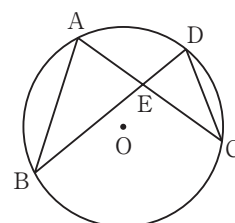


チェック4 相似な三角形と円

【例題】 右の図のように、円 O の円周上に 4 点 A 、 B 、 C 、 D がある。弦 AC と BD との交点を E とすると、 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$ であることを証明しなさい。

【解】 (証明) $\triangle AEB$ と $\triangle DEC$ において
 $\widehat{BC}$ に対する円周角について
 $\angle BAE = \angle CDE \cdots \cdots ①$
 $\widehat{AD}$ に対する円周角について
 $\angle ABE = \angle DCE \cdots \cdots ②$
 ①、②より、2 組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$

←対頂角は等しいから、
 $\angle AEB = \angle DEC$
 としてもよい



【確認問題4】 右の図で、 $PA : PC = PB : PD$ であることを次のように証明した。

□ [] をうめなさい。

(証明) $\triangle ACP$ と $\triangle BDP$ において

$\widehat{CD}$ に対する円周角について

$$\angle CAP = [\text{ア}] \cdots \cdots ①$$

共通な角であるから $\angle APC = \angle BPD \cdots \cdots ②$

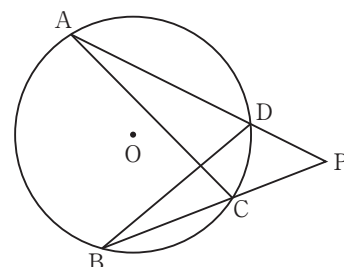
①、②より、[イ] から

$$\triangle ACP \sim \triangle BDP$$

相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから

$$PA : PB = PC : PD$$

よって $PA : PC = [\text{ウ}]$



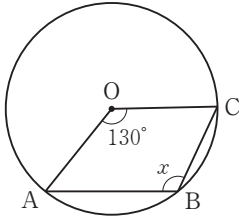
練習問題

その1

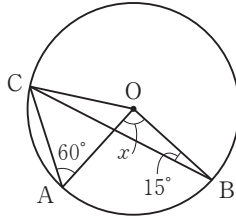
単元24
①

1 円周角の定理 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

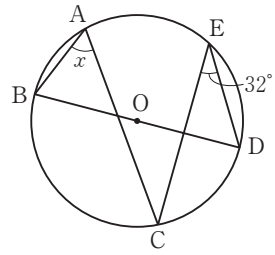
■(1)



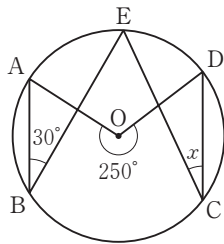
□(2)



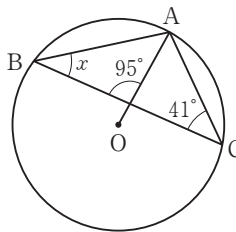
■(3)



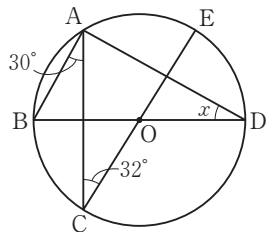
■(4)



□(5)



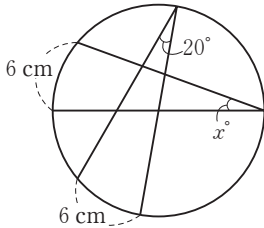
□(6)



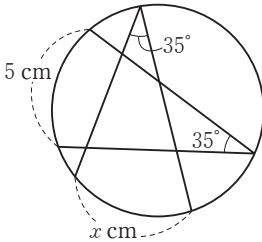
単元24
②

2 円周角と弧 次の x の値を求めなさい。

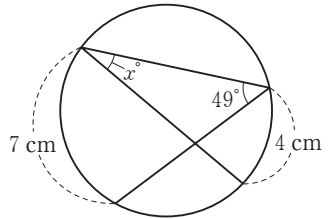
■(1)



■(2)



□(3)

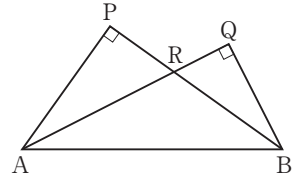


単元24
③

3 円周角の定理の逆 右の図で、 $\angle APB = \angle AQB = 90^\circ$ であり、点Rは線分AQ, BPの交点である。この図形について、次の[]をうめなさい。

■BPの交点である。この図形について、次の[]をうめなさい。

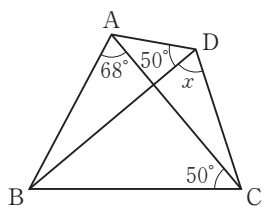
- ・ 4点P, A, B, [ア]は1つの円周上にある。
- ・ 点Pは線分[イ]または線分ARを直径とする円周上にある。



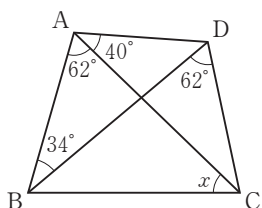
単元24
④

4 円周角の定理の逆 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

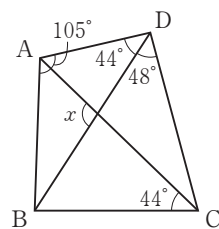
■(1)



■(2)



□(3)



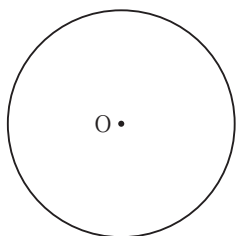
練習問題

その2

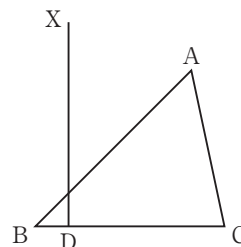
25
単元
1, 2

1 円と作図 次の問いに答えなさい。

- (1) 点Aを通る円Oの接線AP, AP'を作図しなさい。
 ■(2) 下の図の半直線DX上に, $\angle BPC = \angle BAC$ となる点Pを作図しなさい。ただし, 点Dは辺BC上の点とする。



•A



25
単元
3

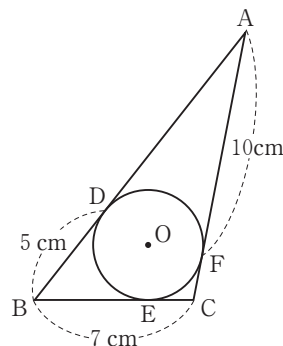
2 円と接線 右の図の $\triangle ABC$ で, 3 辺が円OにD, E, Fで接するとき, 次の線分の長さを求めなさい。

- (1) AB

[]

- (2) AC

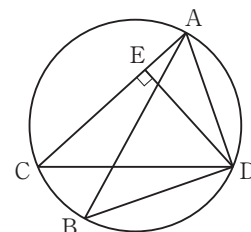
[]



25
単元
4

3 相似な三角形と円 右の図で, 線分ABは円の直径であり, 点C, Dはこの円の周上にある。点Dから線分ACに垂線をひき, その交点をEとする。このとき, $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ であることを証明しなさい。

[]



25
単元
4

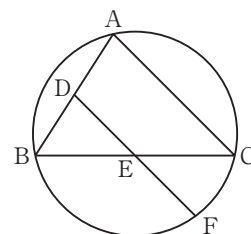
4 円の性質の利用 右の図のように, 3つの頂点が1つの円周上にある $\triangle ABC$ がある。辺ABの中点をDとし, 辺BC上に点Eをとって, DEの延長と円周との交点をFとする。次の問いに答えなさい。

- (1) $AD = DE$, $\angle BAE = 40^\circ$ のとき, $\angle ABE$ の大きさを求めなさい。

[]

- (2) $AC \parallel DF$, $AC = DF$ のとき, $\angle ABC = \angle BAF$ であることを証明しなさい。

[]

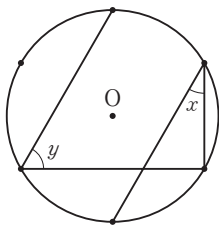


Key プラス

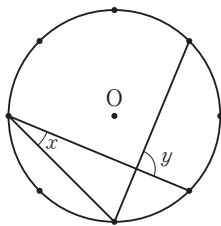
24
 2

1 次の図で、円周上の点は円周をそれぞれ等分する。 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。

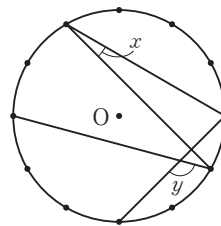
■(1)



□(2)



□(3)



$\angle x$ []

$\angle x$ []

$\angle x$ []

$\angle y$ []

$\angle y$ []

$\angle y$ []

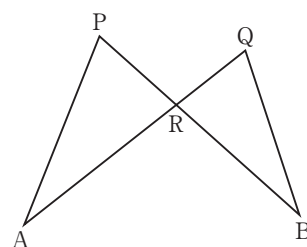
24
 3

2 右の図で、次のような関係があるとき、点A, B, P, Qの位置関係はどのようなになっていますか。下のア～ウから選びなさい。

■(1) $\angle APB = 70^\circ$, $\angle AQB = 60^\circ$

■(2) $\angle APB = 70^\circ$, $\angle BRQ = 80^\circ$, $\angle PBQ = 30^\circ$

■(3) $\angle PAR = 30^\circ$, $\angle ARB = 100^\circ$, $\angle AQB = 80^\circ$



ア 点Qは、3点A, B, Pを通る円の周上にある。

イ 点Qは、3点A, B, Pを通る円の内部にある。

ウ 点Qは、3点A, B, Pを通る円の外部にある。

(1)[

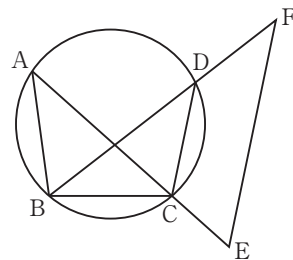
] (2)[

] (3)[

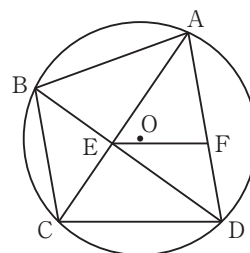
]

24
 3

3 右の図で、A, B, C, Dは円周上の点である。Eは弦ACの延長上に、Fは弦BDの延長上にあり、 $CD \parallel EF$ である。このとき、4点A, B, E, Fは1つの円周上にあることを証明しなさい。



4 右の図のように、四角形ABCDの4つの頂点は円Oの周上にあり、 $EF \parallel CD$ である。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle EFD$ であることを証明しなさい。





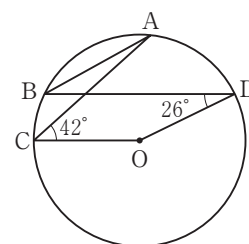
応用力UP!

Key プラス

～円の性質～

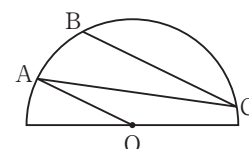


- 1** 右の図で、4点A, B, C, Dは、点Oを中心とする円の周上にあり、 $BD \parallel CO$ である。 $\angle ACO = 42^\circ$, $\angle BDO = 26^\circ$ であるとき、 $\angle ABD$ の大きさを求めなさい。



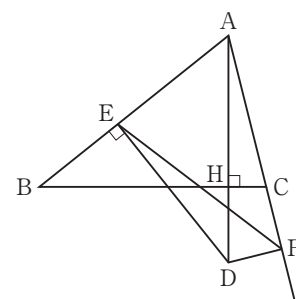
[]

- 2** 右の図のように、半円Oの周上に3点A, B, Cがある。点Oと点A, 点Aと点C, 点Cと点Bをそれぞれ結ぶ。 $OA \parallel CB$, $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 3$ のとき、 $\angle ACB$ の大きさを求めなさい。



[]

- 3** 右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点Aから辺BCに垂線AHをひき、AHの延長上の点Dから辺ABに垂線DEをひく。次に、辺ACの延長上に、 $\angle DAF = \angle DEF$ となるように点Fをとる。次の問いに答えなさい。



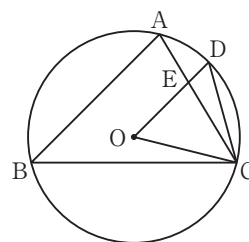
- (1) $\triangle ABH \sim \triangle ADE$ を証明しなさい。

[]

- (2) 4点B, F, C, Eは、1つの円周上にあることを証明しなさい。

[]

- 4** 右の図のように、円Oの周上に4点A, B, C, Dがあり、 $\angle ABC = \angle ACO$, $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$ である。また、ACとDOとの交点をEとする。次の問いに答えなさい。



- (1) $\triangle ABC \sim \triangle ECO$ であることを証明しなさい。

[]

- (2) $\angle ABC$ の大きさを求めなさい。

[]



次の空欄をうめなさい。

1 円周角の定理

単元24

〈円周角の定理〉(図1)

円Oにおいて、 $\widehat{AB}$ を除いた円周上に点Pをとるとき、 $\angle APB$ を $\widehat{AB}$ に対する **ア** という。

また、 $\widehat{AB}$ を円周角 $\angle APB$ に対する **イ** という。

1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの **ウ** である。同じ弧に対する円周角の大きさは **エ** 。

図2で、

$\angle APB = \angle$ **オ**

$= \frac{1}{2} \angle$ **カ**

〈直径と円周角〉(図3)

半円の弧に対する円周角の大きさは **キ** である。

また、 $\angle APB = 90^\circ$ のとき、点Pは線分ABを **ク** とする円周上にある。

〈円周角と弧〉 1つの円において、等しい円周角に対する弧の長さは **ケ** 。

長さの等しい弧に対する円周角は **コ** 。

$\angle APB = \angle CQD$ ならば、 $\widehat{AB} =$ **サ**

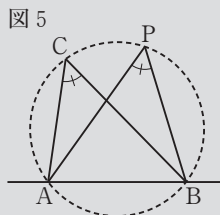
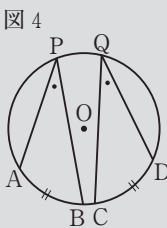
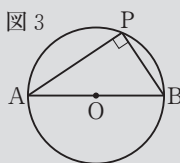
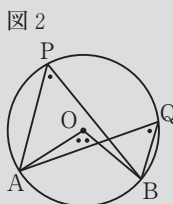
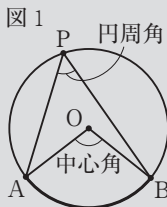
$\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ならば、 $\angle APB = \angle$ **シ**

〈円周角の定理の逆〉(図5)

2点C, Pが直線ABについて同じ側にあるとき、

$\angle APB = \angle$ **ス**

ならば、4点A, B, C, Pは1つの円周上にある。



2 円と接線

単元25

〈円と接線〉

円の接線は、接点を通る

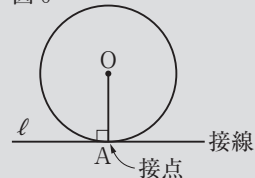
ア に垂直で

ある。

図6で、

$\ell \perp$ **イ**

図6



円の外部の点から、その円にひいた2つの

ウ の長さは等しい。

図7で、PA, PBが円Oの接線のとき、

PA = **エ** となる。

このことは、次のように証明することができる。

$\triangle PAO$ と $\triangle PBO$ において

PA, PBは円Oの接線だから

$\angle PAO = \angle$ **オ** $=$ **カ**

円Oの半径だから OA = **キ**

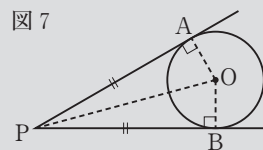
また、POは共通

よって、直角三角形の斜辺と他の **ク** が

それぞれ等しいから $\triangle PAO \equiv \triangle$ **ケ**

合同な三角形では、対応する辺の長さは等しいから

PA = PB



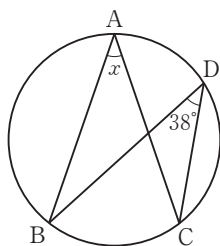
知識・技能

重要パターン問題

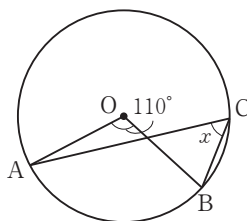
●円周角の定理

1 円周角の定理 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

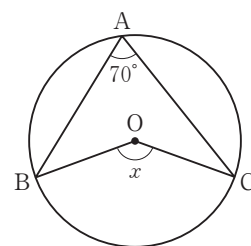
(1)



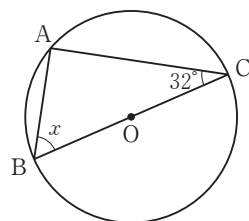
(2)



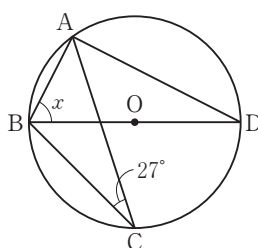
(3)



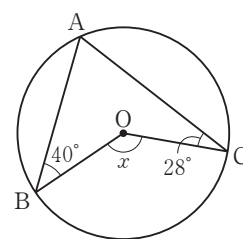
(4)



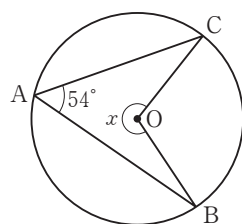
(5)



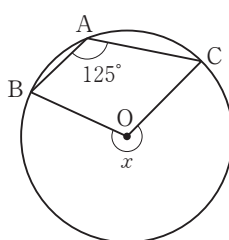
(6)



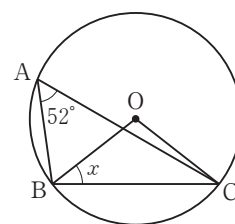
(7)



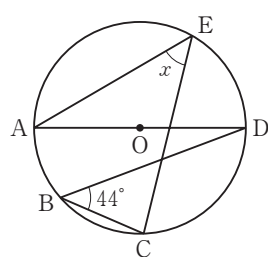
(8)



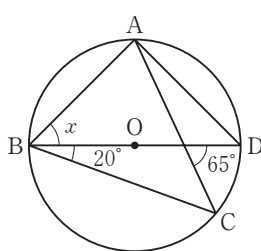
(9)



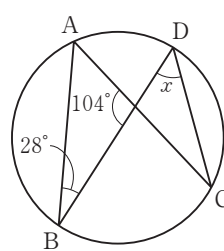
(10)



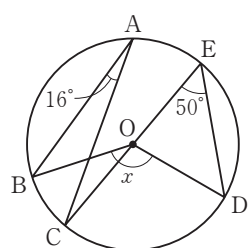
(11)



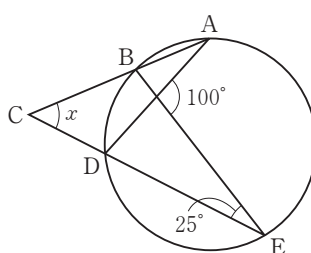
(12)



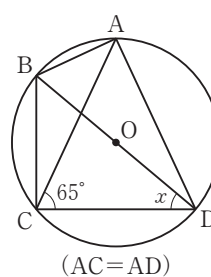
(13)



(14)



(15)





① 三角定規と円の中心

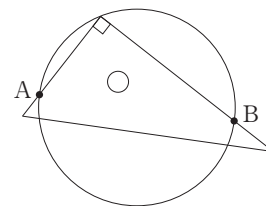
三角定規を使って、円の直径や中心を見つける方法があります。

円の上に三角定規を置き、どのような定理や図形の性質が利用できるかを考えます。

1 次の問いに答えなさい。

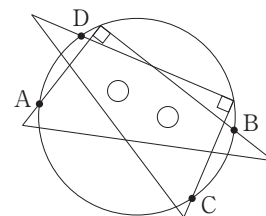
- (1) 右の図1のように三角定規をあてると、線分ABは円の直径になる。その理由を説明しなさい。

図1



- (2) 右の図2のように、さらに、もう1つ三角定規をあてると、線分ABと線分CDの交点は円の中心となる。その理由を説明しなさい。

図2



② 円周角の定理の逆の利用

2 Aさんが休日に出かけた公園の図を見て、昼の弁当を食べた場所がどこなのかを考えている。

- 次の□内は、公園で弁当を食べたときのようすについて話している、AさんとBさんの会話である。

Aさん：わたしが休日に出かけた公園は、下の図のように長方形の形をしていたよ。

Bさん：図の中にあるP, Q, Rは、3本の大きな木だね。

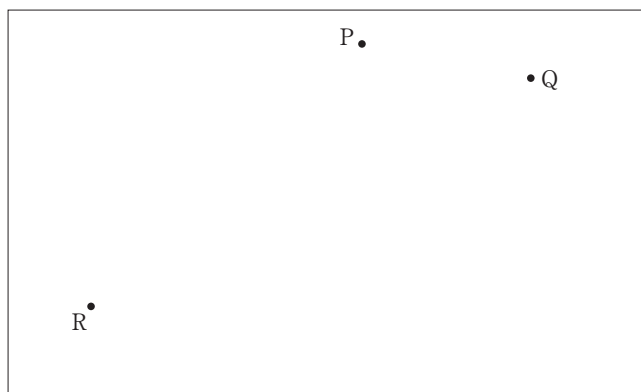
Aさん：そうだよ。わたしは、昼の弁当を食べた場所で、木Pが正面になるように体を向けたあと、体を30°右に動かしたら、木Qが正面にあったんだ。

Bさん：そのあとはどうしたの？

Aさん：そのあと、さらに体を150°右に動かしたら、木Rが正面にあったんだ。

Bさん：なるほど。これで、Aさんが昼の弁当を食べた場所がわかるね。

Aさんが昼の弁当を食べた場所はどこですか。Aさんが昼の弁当を食べた場所をSとして、点Sを作図によって求めなさい。

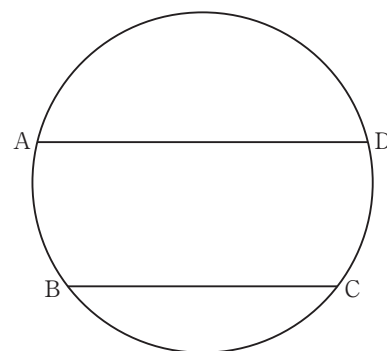


1 円の性質と証明

1 右の図で、A, B, C, Dは円周上の点である。次の問いに答えなさい。

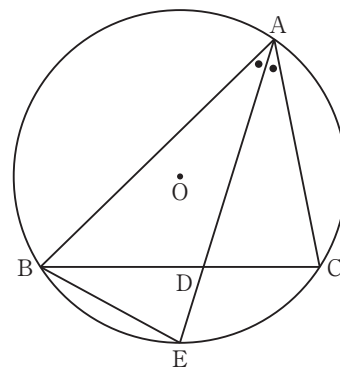
□(1) $AD \parallel BC$ ならば、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ であることを証明しなさい。

□(2) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ならば、 $AD \parallel BC$ であることを証明しなさい。



2 右の図で、A, B, Cは円Oの周上の点である。 $\angle A$ の二等分線と

□ 辺BC, 円Oとの交点をそれぞれD, Eとすると、 $\triangle ABE \sim \triangle BDE$ であることを証明しなさい。



3 右の図で、A, B, Cは円周上の点で、 $\triangle ABC$ は正三角形である。

$\widehat{AB}$ 上に点Dをとり、線分DBの延長上に $ED = EC$ となる点Eをとるとき、次の問いに答えなさい。

□(1) $\triangle CDE$ は正三角形であることを証明しなさい。

□(2) $AD = BE$ であることを証明しなさい。

