単元25　円(2)

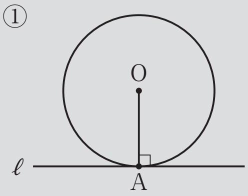
教科書 P.198～202

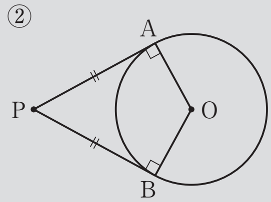
覚えよう！

1　円と接線

(1)　円の接線は，接点を通る半径に垂直である。(①)

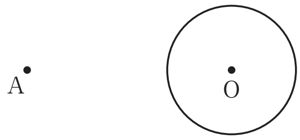
(2)　円の外部の点からその円にひいた2つの**接線の長さ**は等しい。(②)

①


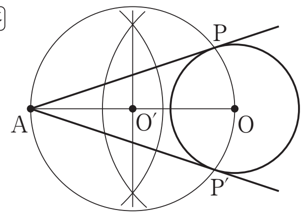
②


チェック1　円と作図(1)

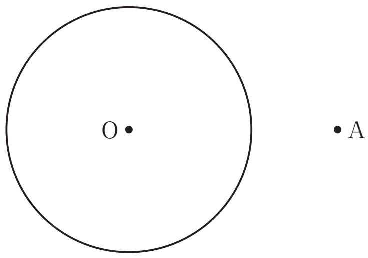
例題　**右の図で，点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。**



解　AP，AP′は円Oの接線だから，AP⊥OP，AP′⊥OP′となるので，PおよびP′はAOを直径とする円周上にあるといえる。
作図手順は，①AOの垂直二等分線をひき，AOの中点をO′とする。
②中心がO′，半径がO′Aの円をかき，円Oとの交点をP，P′とする。
③AとPおよびAとP′を通る直線をひく。

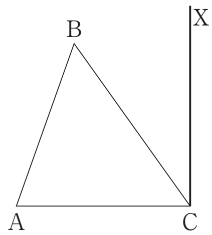
答


確認問題1　右の図で，点Aを通る円Oの接線AP，AP′を作図しなさい。

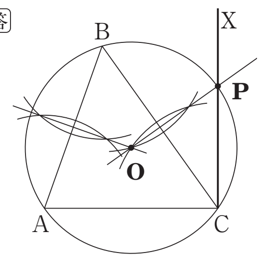


チェック2　円と作図(2)

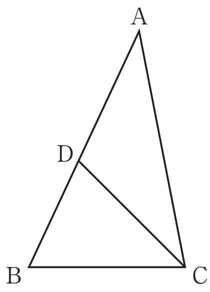
例題　**右の図の半直線CX上に，∠ABC＝∠APCとなる点Pを作図しなさい。**



解　3点A，B，Cを通る円と半直線CXとの交点をPとすれば，円周角の定理より，∠ABC＝∠APC
作図手順は，①AB，BCそれぞれについて垂直二等分線をかき，その交点をOとする。
②中心がO，半径OAの円をかき，半直線CXとの交点をPとする。

答


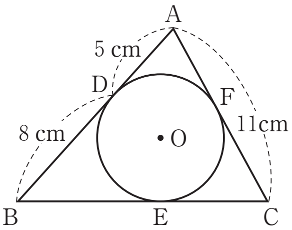
確認問題2　右の図の△ABCで，辺AB上に点Dをとる。辺AC上に，∠BPC＝∠BDCとなる点Pを作図しなさい。



チェック3　円と接線

例題　**右の図の △ABC で，3 辺が円 O に，D，E，F で接するとき，次の線分の長さを求めなさい。**

(1)　**BE**　　　　(2)　**BC**

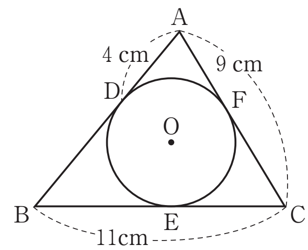


解　(1)　円の外部の点から，その円にひいた 2 本の接線の長さは等しいので，
BE＝BD＝8 cm

(2)　AF＝AD＝5 cm，EC＝FC＝AC－AF＝11－5＝6(cm) だから，
BC＝BE＋EC＝8＋6＝14(cm)

答　(1)　8 cm　　(2)　14cm

確認問題3　右の図の △ABC で，3 辺が円 O に D，E，F で接する。



□(1)　CE の長さを求めなさい。

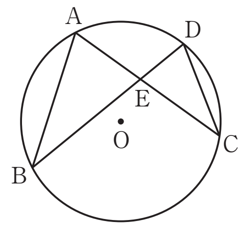
〔　　　　　　〕

□(2)　AB の長さを求めなさい。

〔　　　　　　〕

チェック4　相似な三角形と円

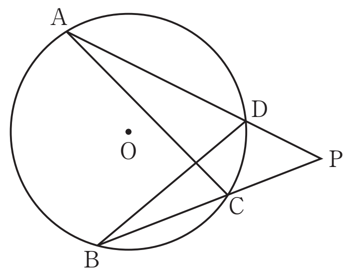
例題　**右の図のように，円 O の円周上に 4 点 A，B，C，D がある。弦 AC と BD との交点を E とすると，△AEB∽△DEC であることを証明しなさい。**



解　（証明）　△AEB と △DEC において
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角について
∠BAE＝∠CDE……①
$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角について
∠ABE＝∠DCE……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△AEB∽△DEC

←対頂角は等しいから，∠AEB＝∠DEC としてもよい

確認問題4　右の図で，PA：PC＝PB：PD であることを次のように証明した。



□〔　〕をうめなさい。

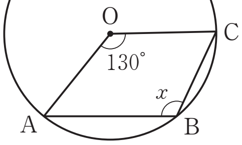
（証明）　△ACP と △BDP において
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角について
∠CAP＝〔ア　　　　〕……①
共通な角であるから　∠APC＝∠BPD……②
①，②より，〔イ　　　　　　　　〕から
△ACP∽△BDP
相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから
PA：PB＝PC：PD
よって　PA：PC＝〔ウ　　　　〕

練　習　問　題　その1

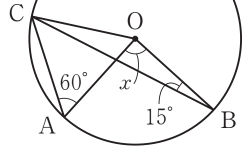
単元24 1

1 円周角の定理　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

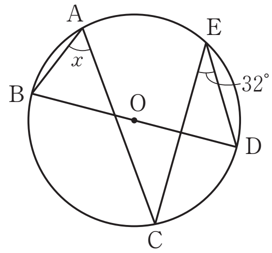
(1)



(2)

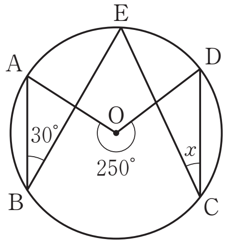


(3)

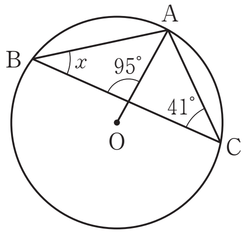


〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

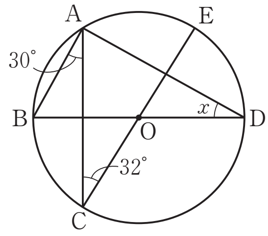
(4)



(5)



(6)

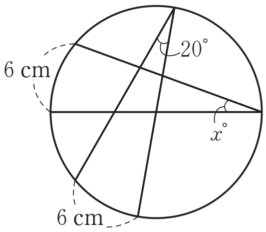


〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

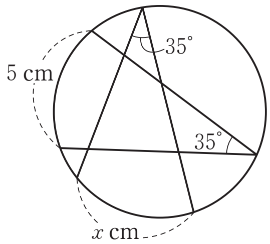
単元24 2

2 円周角と弧　次の x の値を求めなさい。

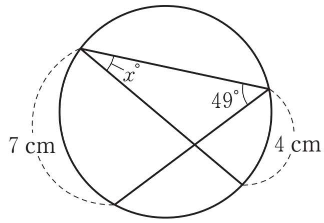
(1)



(2)



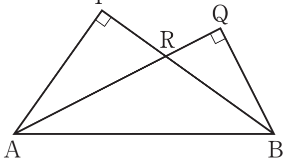
(3)



〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

単元24 3

3 円周角の定理の逆　右の図で，$\angle APB = \angle AQB = 90°$ であり，点Rは線分 AQ，BP の交点である。この図形について，次の〔　〕をうめなさい。



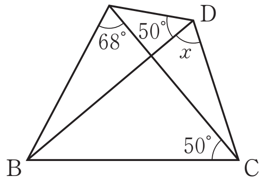
・4点P，A，B，〔ア　　　　〕は1つの円周上にある。

・点Pは線分〔イ　　　　〕または線分 AR を直径とする円周上にある。

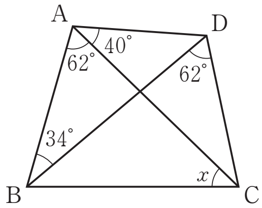
単元24 3

4 円周角の定理の逆　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

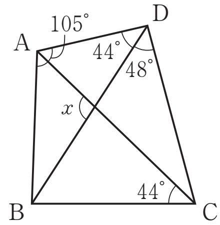
(1)



(2)



(3)



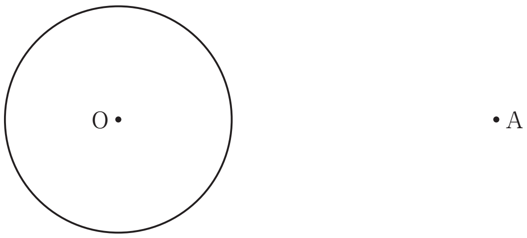
〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

練　習　問　題　その2

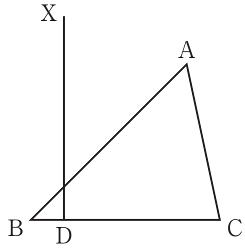
単元25 1,2

1 円と作図　次の問いに答えなさい。

(1)　点Aを通る円Oの接線 AP，AP′ を作図しなさい。

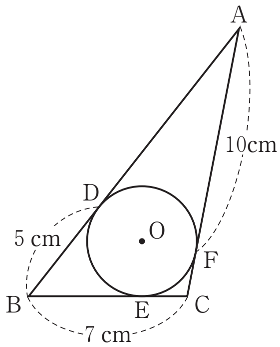


(2)　下の図の半直線 DX 上に，∠BPC＝∠BAC となる点Pを作図しなさい。ただし，点Dは辺 BC 上の点とする。



単元25 3

2 円と接線　右の図の △ABC で，3 辺が円Oに D，E，F で接するとき，次の線分の長さを求めなさい。



(1)　AB

〔　　　　　　〕

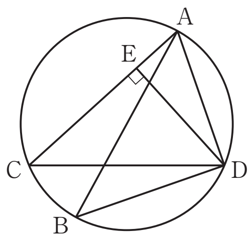
(2)　AC

〔　　　　　　〕

単元25 4

3 相似な三角形と円　右の図で，線分 AB は円の直径であり，点C，Dはこの円の周上にある。点Dから線分 AC に垂線をひき，その交点をEとする。

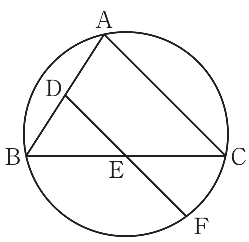
このとき，△ABD∽△DCE であることを証明しなさい。



〔　　　　　　〕

単元25 4

4 円の性質の利用　右の図のように，3 つの頂点が 1 つの円周上にある △ABC がある。辺 AB の中点をDとし，辺 BC 上に点Eをとって，DE の延長と円周との交点をFとする。次の問いに答えなさい。



(1)　AD＝DE，∠BAE＝40° のとき，∠ABE の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　〕

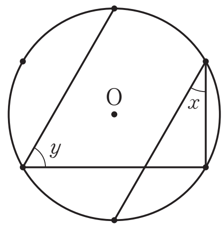
(2)　AC∥DF，AC＝DF のとき，∠ABC＝∠BAF であることを証明しなさい。

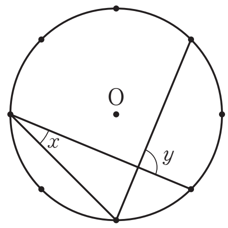
〔　　　　　　〕

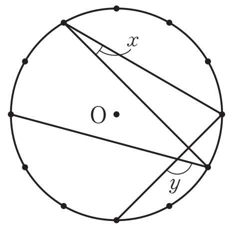
➚ Key プラス

単元24 2

1 次の図で，円周上の点は円周をそれぞれ等分する。$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

□(1) 

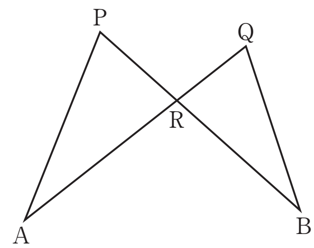
□(2) 

□(3) 

$\angle x$〔　　　　　　〕　$\angle x$〔　　　　　　〕　$\angle x$〔　　　　　　〕
$\angle y$〔　　　　　　〕　$\angle y$〔　　　　　　〕　$\angle y$〔　　　　　　〕

単元24 3

2 右の図で，次のような関係があるとき，点A，B，P，Qの位置関係はどのようになっていますか。下の**ア**〜**ウ**から選びなさい。



□(1)　$\angle$APB＝70°，$\angle$AQB＝60°

□(2)　$\angle$APB＝70°，$\angle$BRQ＝80°，$\angle$PBQ＝30°

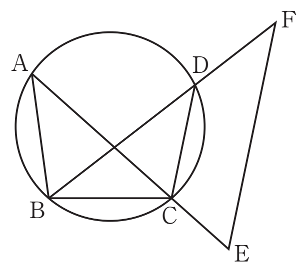
□(3)　$\angle$PAR＝30°，$\angle$ARB＝100°，$\angle$AQB＝80°

ア　点Qは，３点A，B，Pを通る円の周上にある。
イ　点Qは，３点A，B，Pを通る円の内部にある。
ウ　点Qは，３点A，B，Pを通る円の外部にある。

(1)〔　　　　　　〕(2)〔　　　　　　〕(3)〔　　　　　　〕

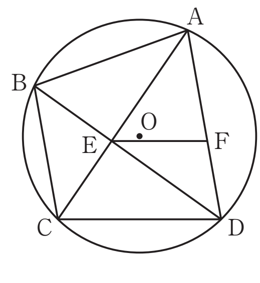
単元24 3

3 右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。Eは弦ACの延長上に，Fは弦BDの延長上にあり，CD∥EFである。このとき，４点A，B，E，Fは１つの円周上にあることを証明しなさい。



〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

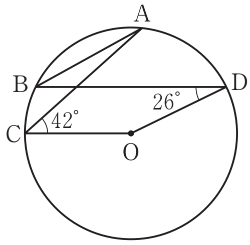
4 右の図のように，四角形ABCDの４つの頂点は円Oの周上にあり，EF∥CDである。このとき，△ABC∽△EFDであることを証明しなさい。



〔　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

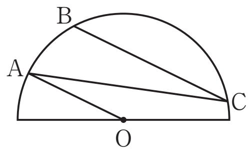
応用力UP！　Key プラス　～円の性質～

1　右の図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは，点Ｏを中心とする円の周上にあり，BD∥CO である。∠ACO＝42°，∠BDO＝26° であるとき，∠ABD の大きさを求めなさい。



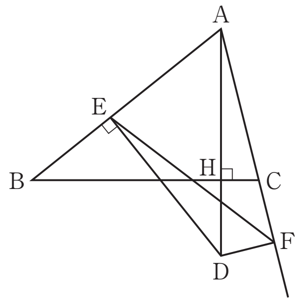
〔　　　　　　　　〕

2　右の図のように，半円Ｏの周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃがある。点Ｏと点Ａ，点Ａと点Ｃ，点Ｃと点Ｂをそれぞれ結ぶ。OA∥CB，$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=1:3$ のとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



〔　　　　　　　　〕

3　右の図のように，△ABC の頂点Ａから辺 BC に垂線 AH をひき，AH の延長上の点Ｄから辺 AB に垂線 DE をひく。次に，辺 AC の延長上に，∠DAF＝∠DEF となるように点Ｆをとる。次の問いに答えなさい。



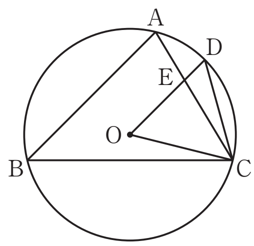
□(1)　△ABH∽△ADE を証明しなさい。

〔　　　　　　　　〕

□(2)　４点Ｂ，Ｆ，Ｃ，Ｅは，１つの円周上にあることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　〕

4　右の図のように，円Ｏの周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがあり，∠ABC＝∠ACO，$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$ である。また，AC と DO との交点をＥとする。次の問いに答えなさい。



□(1)　△ABC∽△ECO であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　〕

□(2)　∠ABC の大きさを求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

知識・技能　重要用語と公式の穴うめ問題

次の空欄をうめなさい。

1　円(1)　単元24

〈円周角の定理〉(図1)

円Oにおいて，$\overset{\frown}{AB}$ を除いた円周上に点Pをとるとき，∠APBを $\overset{\frown}{AB}$ に対する［ア］という。

また，$\overset{\frown}{AB}$ を円周角∠APBに対する［イ］という。

1つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの［ウ］である。

同じ弧に対する円周角の大きさは［エ］。

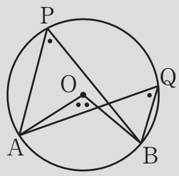
図2で，

∠APB＝∠［オ］

$=\frac{1}{2}$∠［カ］

図1

図2

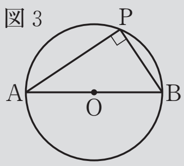


〈直径と円周角〉(図3)

半円の弧に対する円周角の大きさは［キ］°である。

また，∠APB＝90°のとき，点Pは線分ABを［ク］とする円周上にある。

図3



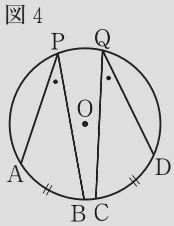
〈円周角と弧〉　1つの円において，等しい円周角に対する弧の長さは［ケ］。

長さの等しい弧に対する円周角は［コ］。図4で，

∠APB＝∠CQDならば，$\overset{\frown}{AB}$＝［サ］

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，∠APB＝∠［シ］

図4



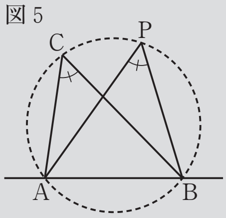
〈円周角の定理の逆〉(図5)

2点C，Pが直線ABについて同じ側にあるとき，

∠APB＝∠［ス］

ならば，4点A，B，C，Pは1つの円周上にある。

図5



2　円(2)　単元25

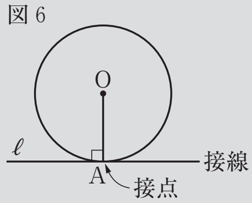
〈円と接線〉

円の接線は，接点を通る［ア］に垂直である。

図6で，

$\ell\perp$［イ］

図6



円の外部の点からその円にひいた2つの［ウ］の長さは等しい。

図7で，PA，PBが円Oの接線のとき，

PA＝［エ］となる。

このことは，次のように証明することができる。

△PAOと△PBOにおいて

PA，PBは円Oの接線だから

∠PAO＝∠［オ］＝［カ］°

円Oの半径だから　OA＝［キ］

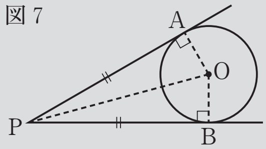
共通な辺であるから　PO＝PO

よって，直角三角形の斜辺と他の［ク］がそれぞれ等しいから　△PAO≡△［ケ］

合同な三角形では，対応する辺の長さは等しいから

PA＝PB

図7

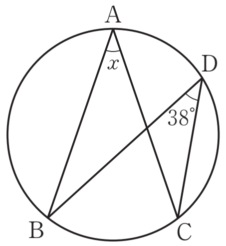


知識・技能

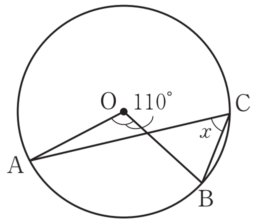
重要パターン問題

●円周角の定理

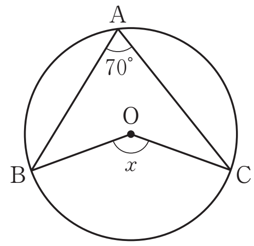
1 **円周角の定理**　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)


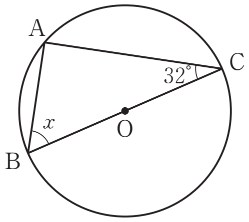
〔　　　　〕

(2)


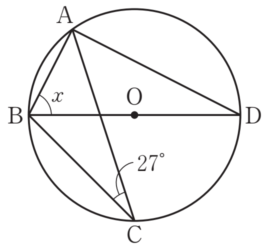
〔　　　　〕

(3)


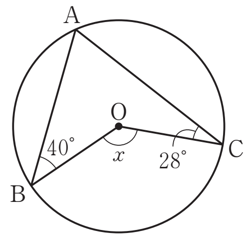
〔　　　　〕

(4)


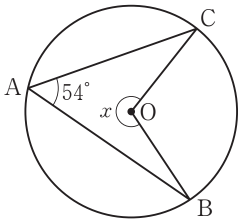
〔　　　　〕

(5)


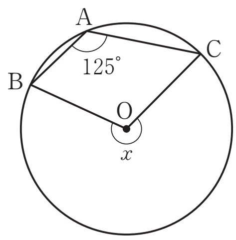
〔　　　　〕

(6)


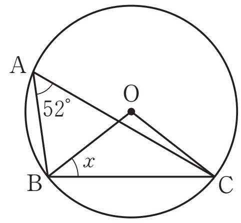
〔　　　　〕

(7)


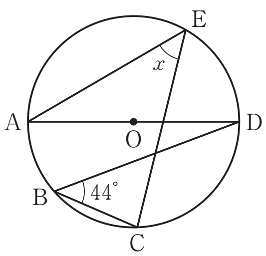
〔　　　　〕

(8)


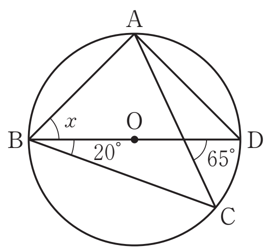
〔　　　　〕

(9)


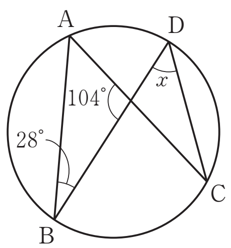
〔　　　　〕

(10)


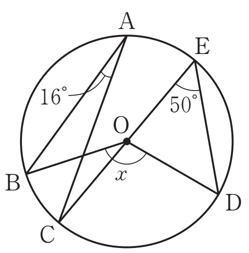
〔　　　　〕

(11)


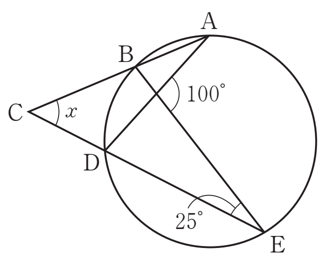
〔　　　　〕

(12)


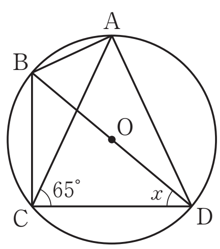
〔　　　　〕

(13)


〔　　　　〕

(14)


〔　　　　〕

(15)


（AC＝AD）

〔　　　　〕

思考・判断・表現

思考と活用問題

●三角定規と円の中心
●円周角の定理の逆の利用

1 三角定規と円の中心

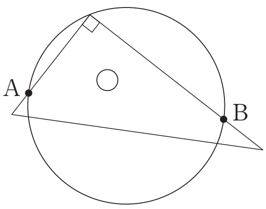
三角定規を使って，円の直径や中心を見つける方法があります。
円の上に三角定規を置き，どのような定理や図形の性質が利用できるかを考えます。

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図1のように三角定規をあてると，線分ABは円の直径になる。その理由を説明しなさい。

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

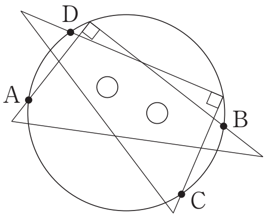
図1



□(2) 右の図2のように，さらに，もう1つ三角定規をあてると，線分ABと線分CDの交点は円の中心となる。その理由を説明しなさい。

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

図2

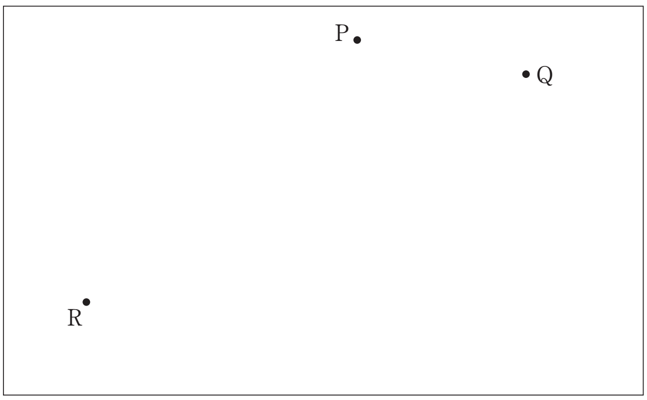


2 円周角の定理の逆の利用

2 Aさんが休日に出かけた公園の図を見て，昼の弁当を食べた場所がどこなのかを考えている。
□次の［　　］内は，公園で弁当を食べたときのようすについて話している，AさんとBさんの会話である。

Aさん：わたしが休日に出かけた公園は，下の図のように長方形の形をしていたよ。
Bさん：図の中にあるP，Q，Rは，3本の大きな木だね。
Aさん：そうだよ。わたしは，昼の弁当を食べた場所で，木Pが正面になるように体を向けたあと，体を30°右に動かしたら，木Qが正面にあったんだ。
Bさん：そのあとはどうしたの？
Aさん：そのあと，さらに体を150°右に動かしたら，木Rが正面にあったんだ。
Bさん：なるほど。これで，Aさんが昼の弁当を食べた場所がわかるね。

Aさんが昼の弁当を食べた場所はどこですか。Aさんが昼の弁当を食べた場所をSとして，点Sを作図によって求めなさい。



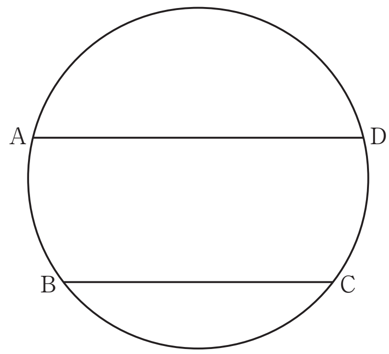
思考・判断・表現

高得点をめざす問題

●円の性質と証明

1　円の性質と証明

1　右の図で，A，B，C，Dは円周上の点である。次の問いに答えなさい。



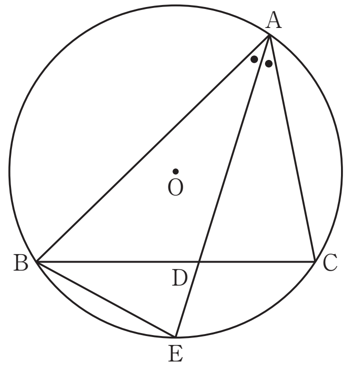
□(1)　AD∥BC ならば，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，AD∥BC であることを証明しなさい。

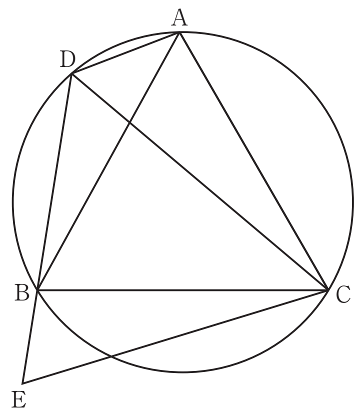
〔　　　　　　　　　　〕

2　右の図で，A，B，Cは円Oの周上の点である。∠A の二等分線と
□辺 BC，円Oとの交点をそれぞれD，Eとするとき，△ABE∽△BDE
であることを証明しなさい。



〔　　　　　　　　　　〕

3　右の図で，A，B，Cは円周上の点で，△ABC は正三角形である。
$\overset{\frown}{AB}$ 上に点Dをとり，線分 DB の延長上に ED＝EC となる点Eをとる
とき，次の問いに答えなさい。



□(1)　△CDE は正三角形であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　AD＝BE であることを証明しなさい。

〔　　　　　　　　　　〕