

単元
20

反比例の性質と調べ方

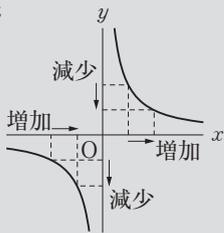
教科書
P.135~144

覚えよう!

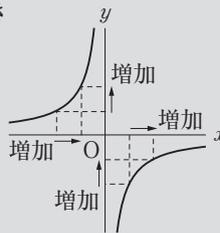
1 y が x に反比例するとき、 xy の値は一定で比例定数に等しい。すなわち、 $xy = a$ となる。

2 反比例のグラフ 反比例を表す $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、次のような双曲線とよばれる2つの曲線になる。

① $a > 0$ のとき



② $a < 0$ のとき



チェック① 反比例する量

例題 面積が 16cm^2 の長方形の縦を $x\text{cm}$ 、横を $y\text{cm}$ として、 y を x の式で表しなさい。また、比例定数を答えなさい。

解 (縦) \times (横) = (長方形の面積) だから、 $xy = 16$
よって、 $y = \frac{16}{x} \leftarrow y = \frac{a}{x}$ の形になっているから、反比例する。
 $y = \frac{a}{x}$ の a が比例定数だから、 $y = \frac{16}{x}$ の比例定数は16。

x	...	1	2	4	8	...
y	...	16	8	4	2	...

答 式 $\dots y = \frac{16}{x}$ 、比例定数 $\dots 16$

確認問題1 60km の道のりを毎時 $x\text{km}$ の速さで進むときにかかる時間を y 時間として、次の間に答えなさい。

□(1) y を x の式で表しなさい。また、比例定数をいいなさい。

式 [] 比例定数 []

x	...	1	2	3	4	5	...
y	...	60	ア	イ	ウ	エ	...

□(2) x の値に対応する y の値を求め、右の表のア~エにあてはまる数を書きなさい。

ア [] イ [] ウ [] エ []

□(3) x の値が2倍、3倍、4倍になると、対応する y の値はそれぞれ何倍になりますか。

[]

チェック② 反比例の式

例題 y は x に反比例し、 $x=6$ のとき $y=4$ である。 y を x の式で表しなさい。

解 $y = \frac{a}{x}$ に $x=6$ 、 $y=4$ を代入すると、 $4 = \frac{a}{6}$ 、 $a=24 \leftarrow$ 比例定数は24
したがって、 $y = \frac{24}{x}$

答 $y = \frac{24}{x}$

確認問題2 y は x に反比例し、 $x=5$ のとき $y=-6$ である。次の間に答えなさい。

□(1) y を x の式で表しなさい。 []

□(2) $x=2$ 、 $x=-10$ のときの y の値をそれぞれ求めなさい。

$x=2$ [] $x=-10$ []

□(3) $y=-3$ のときの x の値を求めなさい。 []



単元
21

比例と反比例の利用

教科書
P.145~149

覚えよう!

1 y が x に比例するとき、場合に応じて、次のような性質を利用する。

- ① $y=ax$ (a は比例定数) と表される。
- ② $\frac{y}{x}$ の値は一定で、比例定数に等しい。
- ③ x の値が 2 倍、3 倍、…になると、 y の値も 2 倍、3 倍、…になる。

2 y が x に反比例するとき、場合に応じて、次のような性質を利用する。

- ① $y=\frac{a}{x}$ (a は比例定数) と表される。
- ② xy の値は一定で、比例定数に等しい。
- ③ x の値が 2 倍、3 倍、…になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、…になる。



チェック① 比例の利用

例題 あるばねに、 x g のおもりをつるしたときののびを y mm とすると、 x と y の関係は下の表のようになった。あとの間に答えなさい。

x (g)	0	10	20	30	...	60
y (mm)	0	3	6	9	...	

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) おもりが 60g のときのばねののびは何mm ですか。
- (3) ばねが 36mm のびるのは、何g のおもりをつるしたときですか。

解 (1) おもりの重さが 2 倍、3 倍、…になると、ばねののびも 2 倍、3 倍、…になるから、 y は x に比例する。

比例定数は、 $\frac{y}{x} = \frac{3}{10} = 0.3$ ← $x=10$ のとき $y=3$

したがって、 $y=0.3x$

[別解] 10g でばねが 3 mm のびるから、 $3 \div 10 = 0.3$ より、1g で 0.3mm のびる。

x g では $0.3x$ mm のびるので、 $y=0.3x$

(2) $y=0.3x$ に $x=60$ を代入して、 $y=0.3 \times 60 = 18$ (mm)

[別解] 60g は 10g の 6 倍だから、 $y=3 \times 6 = 18$ (mm)

(3) $y=0.3x$ に $y=36$ を代入して、 $36=0.3x$ 、 $x=120$ (g)

答 (1) $y=0.3x$ (2) 18mm (3) 120g

確認問題 1 地上での気温が 0°C のとき、標高 x m の地点での気温を $y^\circ\text{C}$ として観測すると、 x と y の関係は下の表のようになった。あとの間に答えなさい。

x (m)	0	600	1200	1800	2400
y ($^\circ\text{C}$)	0	-4	-8	-12	-16

□(1) y を x の式で表しなさい。

[]

□(2) 標高 5400m の地点での気温は何 $^\circ\text{C}$ ですか。

[]

□(3) 気温が -26°C となるのは、標高何mの地点ですか。

[]



チェック② 反比例の利用

例題 ある水そうから毎分 x L ずつ水をぬくとき、水そうが空になるのにかかる時間を y 分とすると、 x と y の関係は下の表のようになった。あとの間に答えなさい。

x (L)	10	20	30	...	90
y (分)	36	18	12	...	

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) 毎分 90L ずつ水をぬくとき、水そうが空になるのは何分後ですか。
- (3) 水そうが24分で空になったとき、毎分何Lずつ水をぬきましたか。

解 (1) 1分間にぬく水の量を2倍、3倍、...にすると、空になるまでの時間は、 $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、...になるから、

y は x に反比例する。比例定数は、 $xy=10 \times 36=360$ したがって、 $y=\frac{360}{x}$

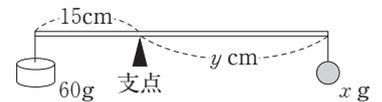
(2) $y=\frac{360}{x}$ に $x=90$ を代入して、 $y=\frac{360}{90}=4$ (分後)

(3) $xy=360$ に $y=24$ を代入して、 $24x=360$ 、 $x=15$ (L)

答 (1) $y=\frac{360}{x}$ (2) 4分後 (3) 毎分15L

確認問題② 次の間に答えなさい。

- (1) 右の図のように、てんびんがつり合っているとき、左と右の(おもりの重さ) \times (支点からの距離)の値は等しい。右のおもりの重さを x g、支点からの距離を y cm とし、次の間に答えなさい。



- ① y を x の式で表しなさい。

[]

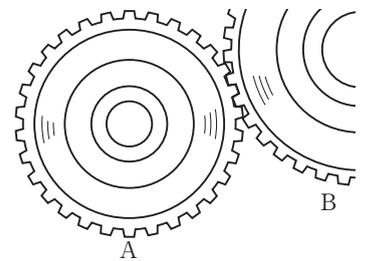
- ② 右のおもりが 12g のとき、支点からの距離は何cm ですか。

[]

- ③ 支点からの距離が 18cm のとき、右のおもりは何g ですか。

[]

- (2) 右の図のように、2つの歯車がかみ合っているとき、2つの歯車の(歯数) \times (1秒間の回転数)の値は等しい。歯車Aの歯数は30で、毎秒18回転している。歯車Bの歯数が x で、毎秒 y 回転するとして、次の間に答えなさい。



- ① y を x の式で表しなさい。

[]

- ② 歯車Bの歯数が36のとき、Bは毎秒何回転しますか。

[]

- ③ 歯車Bが毎秒12回転するとき、Bの歯数を求めなさい。

[]

練習問題 その2

1 比例と反比例の表 次の(ア)~(エ)は、 x の値に対応する y の値を示した表である。この中から、 y が x に比例するもの、反比例するものをそれぞれ選びなさい。

(ア)

x	...	1	2	3	4	...
y	...	3	4	5	6	...

(イ)

x	...	1	2	3	4	...
y	...	4	3	2	1	...

(ウ)

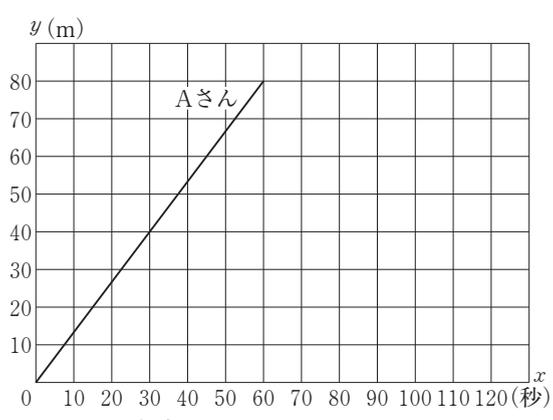
x	...	1	2	3	4	...
y	...	-3	-6	-9	-12	...

(エ)

x	...	1	2	3	4	...
y	...	-12	-6	-4	-3	...

ヒント
 $\frac{y}{x}$ の値が一定であるものは比例、 xy の値が一定であるものは反比例である。

2 比例の利用 AさんとBさんは、80m先にあるバス停まで、Aさんは分速80m、Bさんは分速40mで同時に歩き始めた。右の図は、Aさんが出発してから x 秒間で進んだ道のりを y mとして、 x と y の関係をグラフに表したものである。このとき、次の間に答えなさい。



■(1) Bさんの進むようすを表すグラフを右の図にかき入れなさい。

■(2) 2人が歩き始めてから30秒後には、AさんとBさんは何mはなれていますか。

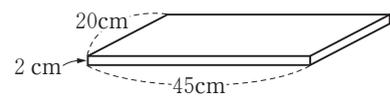
[]

■(3) Aさんがバス停に着いたとき、Bさんは、バス停まであと何mですか。

[]

ヒント
 (1) Bさんは1分間(60秒間)に40m歩く。
 (2) $x=30$ のときのA, Bの y の値を読みとる。

3 比例の利用 右の図のような直方体の形をした銅の板の重さは何kgになりませんか。1cm³あたりの重さを9gとして求めなさい。



[]

4 反比例の利用 毎秒0.4Lずつ水を入れると90秒でいっぱいになる水そうがある。この水そうを、24秒でいっぱいにするためには、毎秒何Lずつ水を入れればよいですか。

[]

単元20
②

1 次の問に答えなさい。

(1) y は x に反比例し、 $x=-3$ のとき $y=6$ である。 x や y が次の値のとき、それぞれに対応する y や x の値を求めなさい。

① $x=9$

② $x=-\frac{3}{5}$

[]

[]

③ $y=-3$

④ $y=12$

[]

[]

(2) y は x に反比例し、 $x=5$ のとき $y=-12$ である。 x や y が次の値のとき、それぞれに対応する y や x の値を求めなさい。

① $x=10$

② $x=-15$

[]

[]

③ $y=-8$

④ $y=\frac{5}{6}$

[]

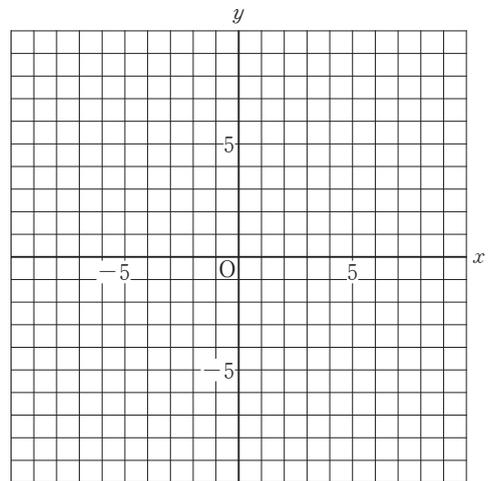
[]

単元20
③

2 反比例 $y=\frac{18}{x}$ の x の変域を、 $3 \leq x \leq 9$ として、次の問に答えなさい。

(1) 変域の部分について、グラフをかきなさい。

(2) y の変域を求めなさい。



単元20
④

3 右の①, ②は、反比例のグラフである。次の問に答えなさい。

(1) ①, ②のグラフの式をそれぞれ求めなさい。

① []

]]

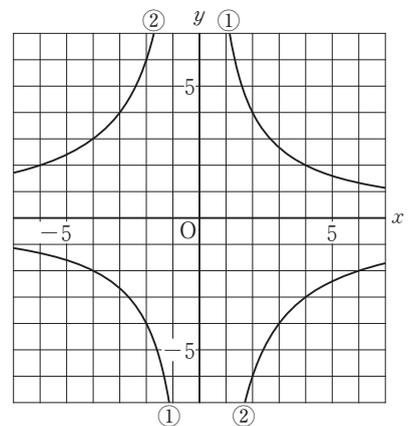
② []

]]

(2) ①のグラフ上の、 x 座標が6である点の座標を求めなさい。

[]

]]



必須!

重要用語と公式の穴埋め問題

次の空欄をうめなさい。

1 関数と比例・反比例

➡単元18

いろいろな値をとる文字を **ア** という。2つの変数 x, y があって、 x の値を決めると、それにもなつて y の値もただ1つ決まるとき、 y は x の **イ** であるという。

y が x の関数で、 $y=ax$ (a は0でない定数) という式で表されるとき、 y は x に **ウ** するといひ、 a を **エ** という。

比例の式を求めるには、まず $y=ax$ とおき、この式に対応する x, y の値を代入して、 a の値を求める。

(例) y は x に比例し、 $x=3$ のとき $y=6$ であるとき、
 $y=ax$ に $x=3, y=6$ を代入すると、
オ $= a \times$ **カ**, $a =$ **キ**
 よつて、式は $y =$ **ク**

y が x の関数で、 $y=\frac{a}{x}$ (a は0でない定数) という式で表されるとき、 y は x に **ケ** するといひ、 a を **コ** という。

変数のとりうる範囲を、その変数の **サ** といひ、不等号を使って表す。

2 比例の性質と調べ方

➡単元19

右の図で、

横の数直線… **ア**

縦の数直線… **イ**

ア と **イ** を合わせて

… **ウ**

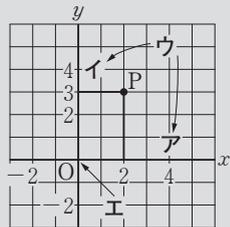
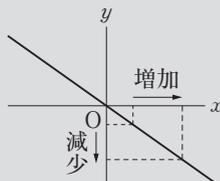
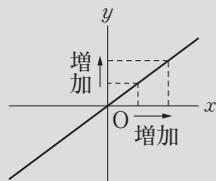
ア と **イ** の交点 **オ**

… **エ** 上の図の点 P は、 $x=2, y=3$ に対応し、 $(2, 3)$ を点 P の **オ**, 2 を点 P の **カ**, 3 を点 P の **キ** という。

比例 $y=ax$ (a は0でない定数) のグラフは、

ク を通る直線である。

① a **ケ** 0 のとき ② a **コ** 0 のとき



3 反比例の性質と調べ方

➡単元20

反比例の式を求めるには、まず $y=\frac{a}{x}$ とおき、この式に対応する x, y の値を代入して、 a の値を求める。

(例) y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=-6$ である。

このとき、 $y=\frac{a}{x}$ に $x=2, y=-6$ を代入すると、

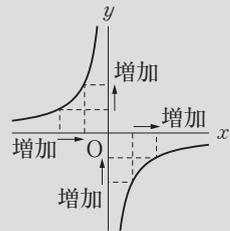
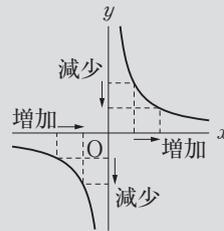
ア $= \frac{a}{$ **イ** $, a =$ **ウ**

よつて、式は $y =$ **エ**

また、 $xy=a$ から反比例の式を求めることもできる。

反比例を表す $y=\frac{a}{x}$ のグラフは、**オ** とよばれる2つの曲線になる。

① a **カ** 0 のとき ② a **キ** 0 のとき



4 比例と反比例の利用

➡単元21

y が x に比例するとき、場合に応じて、次のような性質を利用する。

① 式は、**ア** (a は比例定数) と表される。

② **イ** の値は一定で、比例定数に等しい。

③ x の値が2倍、3倍、…になると、
 y の値も、**ウ**、…になる。

y が x に反比例するとき、場合に応じて、次のような性質を利用する。

① 式は、**エ** (a は比例定数) と表される。

② **オ** の値は一定で、比例定数に等しい。

③ x の値が2倍、3倍、…になると、
 y の値は、**カ**、…になる。

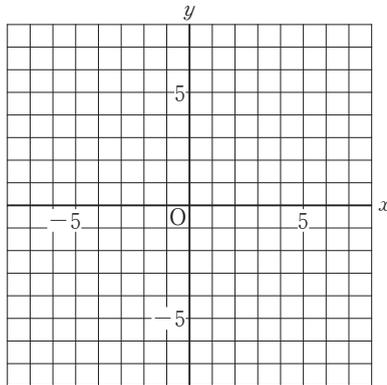
必須!


重要パターン問題 ①

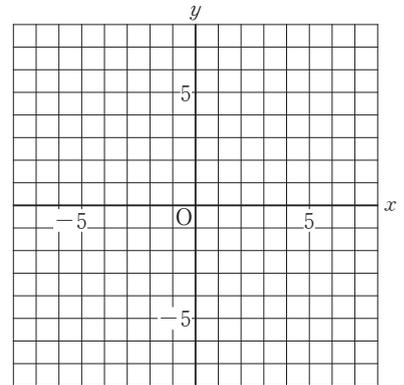
●グラフをかく

1 比例, 反比例のグラフ 次の比例や反比例のグラフをかきなさい。

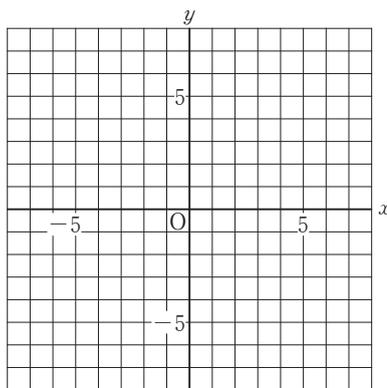
(1) $y = \frac{2}{3}x$



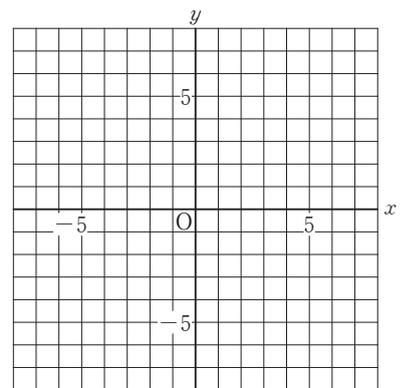
(2) $y = 2x$



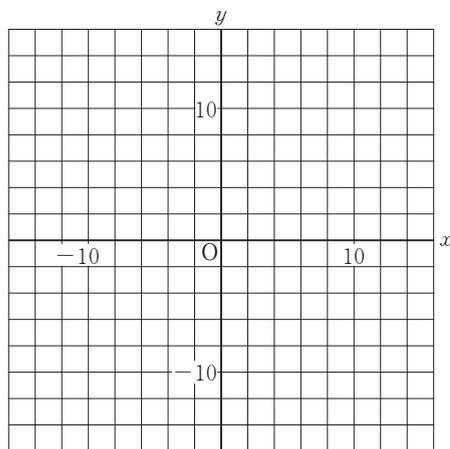
(3) $y = -\frac{5}{4}x$



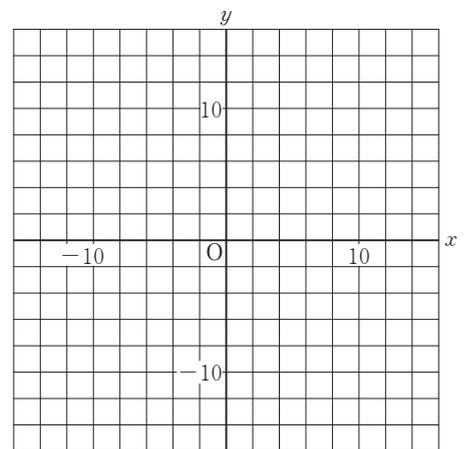
(4) $y = -\frac{5}{6}x$



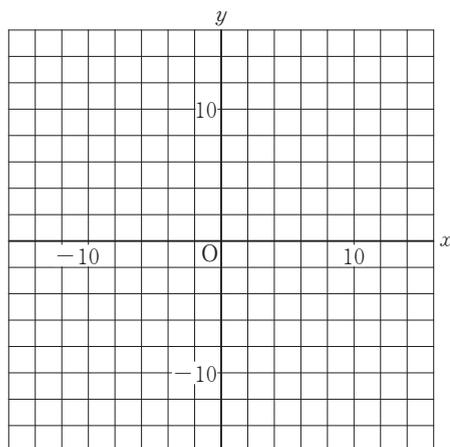
(5) $y = \frac{16}{x}$



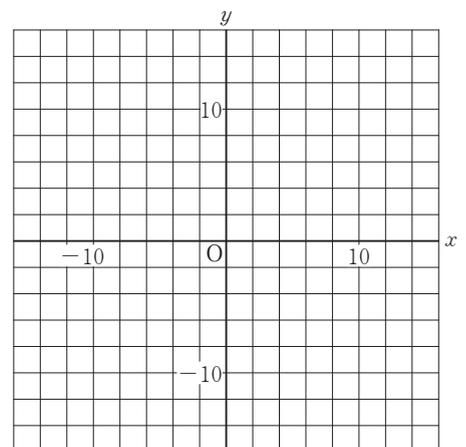
(6) $y = \frac{12}{x}$



(7) $y = -\frac{24}{x}$



(8) $y = -\frac{28}{x}$



必須!

 重要パターン問題 ②

●比例・反比例の式を求める

1 比例のグラフ上の点と式 比例のグラフが次の点を通る直線になるとき、 y を x の式で表しなさい。

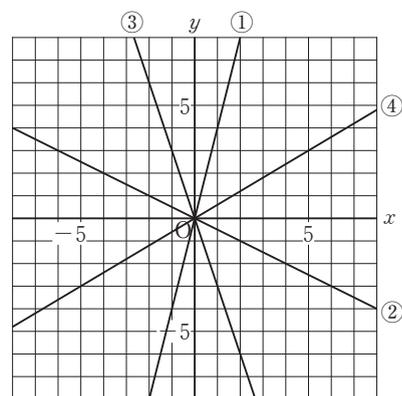
- (1) 点(1, 4) [] ■(2) 点(6, 3) []
- (3) 点(-9, 3) [] ■(4) 点(2, -10) []
- (5) 点(-8, -6) [] □(6) 点(-15, 12) []

2 反比例のグラフ上の点と式 反比例のグラフが次の点を通る双曲線になるとき、 y を x の式で表しなさい。

- (1) 点(3, 2) [] ■(2) 点(-2, 4) []
- (3) 点(-4, -3) [] ■(4) 点(5, -4) []
- (5) 点(2, 9) [] □(6) 点(-8, 5) []

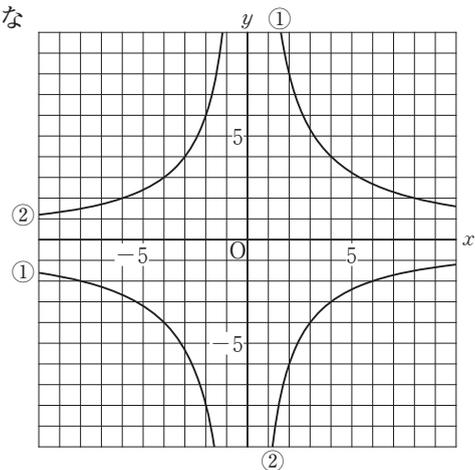
3 比例のグラフ 右の①～④のグラフについて、 y を x の式で表しなさい。

- ①[] ■②[]
- ③[] □④[]



4 反比例のグラフ 右の①, ②のグラフについて、 y を x の式で表しなさい。

- ①[] ■②[]



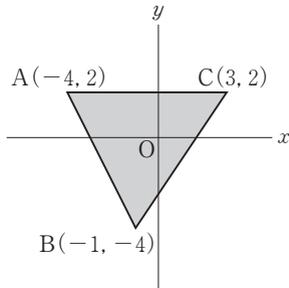
高得点をめざす問題①

差がつく!

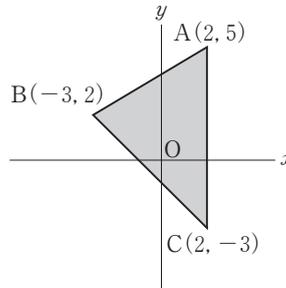
●座標平面と図形

1 次の三角形 ABC の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目もりを 1 cm とする。

□(1)

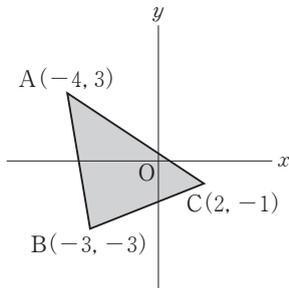


□(2)

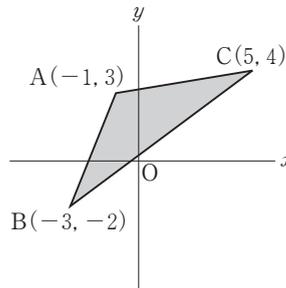


[] []

□(3)



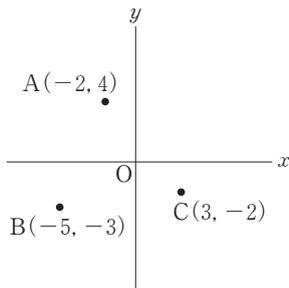
□(4)



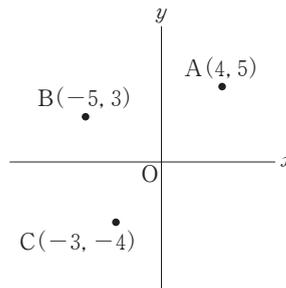
[] []

2 次の図のような 3 点 A, B, C を頂点とする平行四辺形 ABCD をかくとき、頂点 D の座標を求めなさい。

□(1)

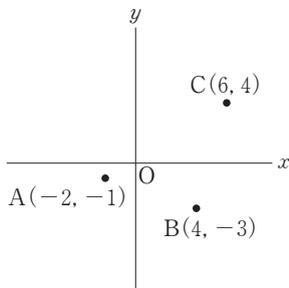


□(2)

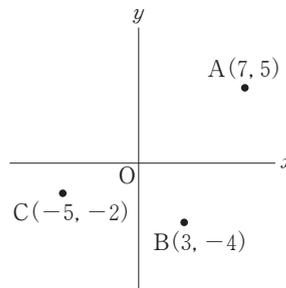


[] []

□(3)



□(4)

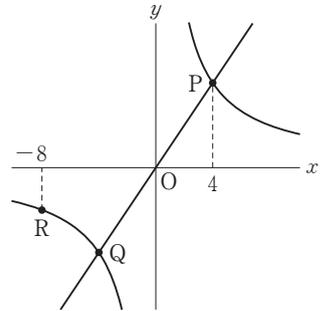


[] []

差がつく!

高得点をめざす問題 ②

1 右の図で、点P, Qは比例 $y = \frac{3}{2}x$ と反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフの交点で、点Rは $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点である。点P, Rの x 座標をそれぞれ4, -8として、次の間に答えなさい。

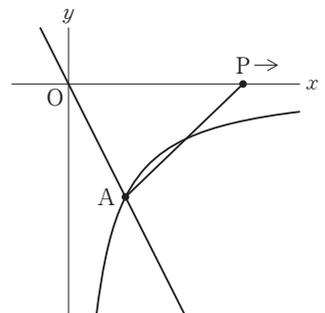


□(1) a の値を求めなさい。
[]

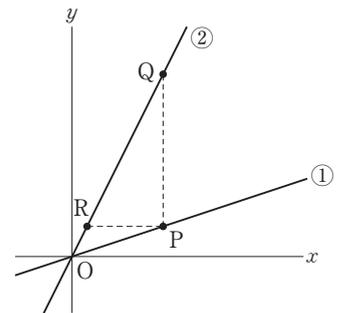
□(2) 点Qの座標を求めなさい。
[]

□(3) 三角形PQRの面積を求めなさい。ただし、座標の1目もりを1cmとする。
[]

2 右の図で、点Aは比例 $y = -2x$ と反比例 $y = \frac{a}{x} (x > 0)$ のグラフの交点で、点Pは原点Oを出発して毎秒1cmの速さで x 軸上を正の方向に動く点である。点Pが原点Oを出発してから8秒後の三角形OPAの面積が 16cm^2 のとき、 a の値を求めなさい。ただし、座標の1目もりを1cmとする。



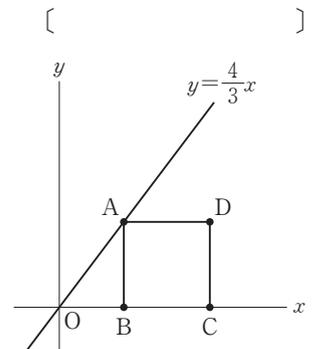
3 右の図で、①は比例 $y = \frac{1}{3}x$ のグラフ、②は比例 $y = 5x$ のグラフである。点Pは①上の x 座標が正の点で、Pから y 軸、 x 軸にそれぞれ平行な直線をひき、②との交点をQ, Rとする。これについて、次の間に答えなさい。



□(1) 点Pの x 座標が6のとき、PQ, PRの長さをそれぞれ求めなさい。
PQ [] PR []

□(2) PQの長さが14のとき、点Pの x 座標を求めなさい。
[]

4 右の図で、点Aは比例 $y = \frac{4}{3}x$ のグラフ上の x 座標が正である点、2点B, Cは x 軸上の点である。四角形ABCDが正方形で、点Dの x 座標が28になるとき、点Bの x 座標を求めなさい。



[]

定期テスト対策 III 標準編 III

4章 比例と反比例

得点

教科書 P.113~152

実施時間のめやす 15分

/100点

1 600L 入るタンクがいっぱいになるまで、毎分 25L ずつ水を入れる。水を入れ始めてから x 分後の水の量を y L として、次の間に答えなさい。(各 6 点)

(1) y を x の式で表しなさい。

[]

(2) x , y の変域をそれぞれ求めなさい。

x の変域 [] y の変域 []

2 y は x にともなって変わり、 $x=6$ のとき $y=-8$ である。 y が x に反比例するとき、 y を x の式で表しなさい。
 また、 $x=-12$ のときの y の値を求めなさい。(各 6 点)

式 [] y の値 []

3 次のア～エで、比例についていえること、反比例についていえることを、それぞれすべて選びなさい。(各 10 点)

ア x の値が 2 倍、3 倍、…になると、それに対応する y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、…になる。

イ グラフは原点を通る。

ウ $x=1$ のときの y の値は、比例定数に等しい。

エ 比例定数が正の数のとき、 $x < 0$, $x > 0$ のどちらでも、 x の値が増加すると y の値は減少する。

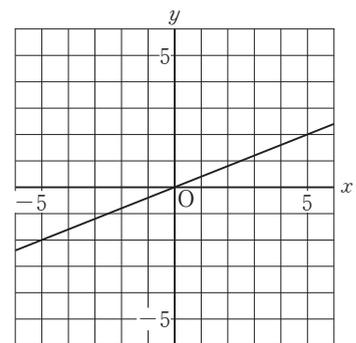
比例 [] 反比例 []

4 次の間に答えなさい。(各 10 点)

(1) 次の比例のグラフをかきなさい。

① $y = -3x$

② $y = \frac{3}{2}x$

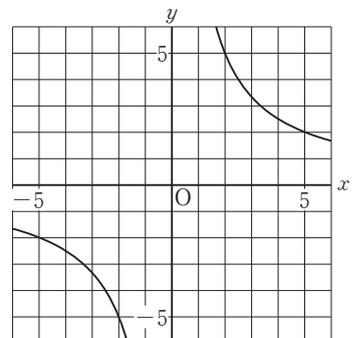


(2) 右のグラフは比例のグラフである。 y を x の式で表しなさい。

[]

5 次の間に答えなさい。(各 10 点)

(1) $y = -\frac{6}{x}$ のグラフをかきなさい。



(2) 右のグラフは反比例のグラフである。 y を x の式で表しなさい。

[]

