



16

多角形の内角と外角

学習のまとめ

1 三角形の内角と外角

- (1) 三角形の内角の和は、 180° である。
- (2) 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

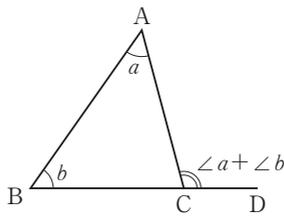


2 多角形の内角と外角

- (1) n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ である。
- (2) 多角形の外角の和は 360° である。

チェック1 三角形の内角と外角

三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。



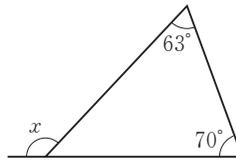
⇒1

確認問題

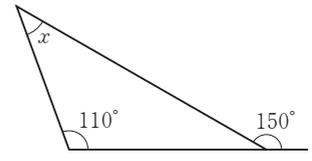
1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

⇒①

(1)

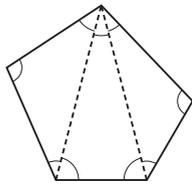


(2)

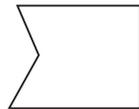


チェック2 多角形の内角の和

五角形の場合、1つの頂点から対角線をひくと、 $5-2=3$ (個)の三角形に分けられる。内角の和は、三角形3つ分だから、 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。同様に、 n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n-2)$ となる。



多角形というときには、右のようなへこんだ図形は考えない。



⇒2

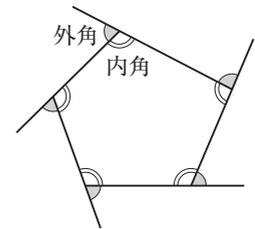
2 下の表の空らんをうめなさい。

⇒②

	五角形	六角形	七角形	八角形
頂点の数	5	6	7	8
1つの頂点から出る対角線の数	2			
三角形の数	3			
内角の和	$180^\circ \times 3 = 540^\circ$			

3 五角形の外角の和を、次のようにして求めた。〔 〕にあてはまる数を書きなさい。

⇒③



どの頂点においても、内角と外角の和は〔 〕°である。

したがって、5つの頂点における内角と外角の和をすべて加えると

$[\quad]^\circ \times 5 = [\quad]^\circ$

ところが、5つの内角だけの和は

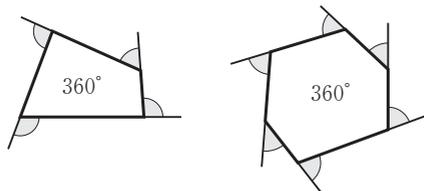
$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$

したがって、五角形の外角の和は

$[\quad]^\circ - 540^\circ = [\quad]^\circ$

チェック3 多角形の外角の和

どんな多角形でも、外角の和は 360° である。



⇒3



17

平行線と角・証明

学習のまとめ

1 対頂角の性質 対頂角は等しい。



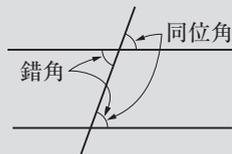
2 平行線と角

(1) 平行な2直線に1つの直線が交わる時、次の①、②が成り立つ。

- ① 同位角は等しい。 ② 錯角は等しい。

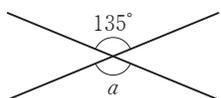
(2) 2直線に1つの直線が交わる時、次のどちらかが成り立てば、その2直線は平行である。

- ① 同位角が等しい。 ② 錯角が等しい。



3 証明 あることがらが成り立つわけを、すでに正しいとわかっている性質を根拠にして示すことを証明という。

チェック1 対頂角

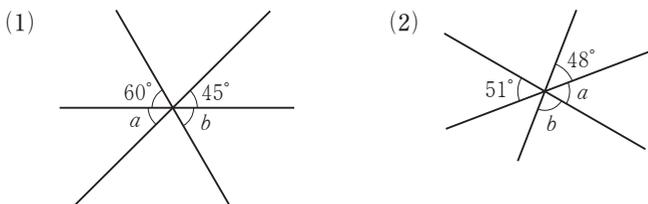


対頂角は等しいから、 $\angle a = 135^\circ$

⇒ 1

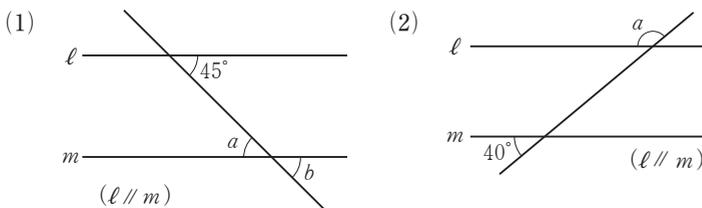
確認問題

1 下の図で、 $\angle a$ 、 $\angle b$ の大きさを求めなさい。 →①



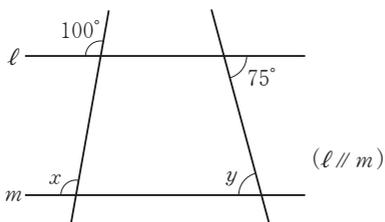
$\angle a$ [] $\angle a$ []
 $\angle b$ [] $\angle b$ []

2 下の図で、 $\angle a$ 、 $\angle b$ の大きさを求めなさい。 →②



$\angle a$ [] []
 $\angle b$ [] []

チェック2 同位角・錯角



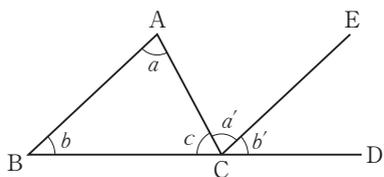
平行線の同位角は等しいから、 $\angle x = 100^\circ$
 平行線の錯角は等しいから、 $\angle y = 75^\circ$

⇒ 2

チェック3 証明

下の図のように、 $\triangle ABC$ の辺BCの延長をCDとし、点Cを通りABに平行な直線をCEとする。

この図を利用して、三角形の内角の和は 180° であることを証明しなさい。



平行線の性質をもとにして、三角形の内角の和が 180° であることを導く。

⇒ 3

3 三角形の内角の和が 180° であることを、左のチェック3の図を利用して、次のように証明した。[]をうめなさい。 →④

左の図で、
 平行線の[]は等しいから
 $\angle a = []$
 平行線の[]は等しいから
 $\angle b = []$
 したがって
 $\angle a + \angle b + \angle c = [] + \angle c$
 $= 180^\circ$

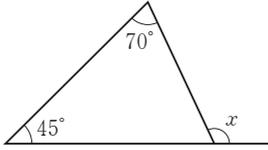
練習問題

その1

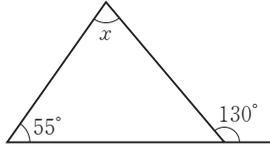
p90
チェック1

1 三角形の内角と外角 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

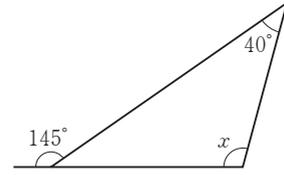
(1)



(2)



(3)



[]

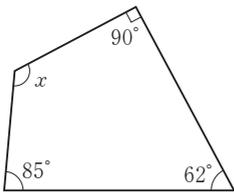
[]

[]

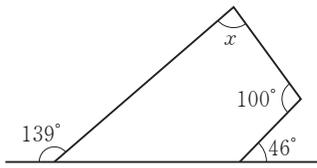
p90
チェック2

2 多角形の内角の和 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

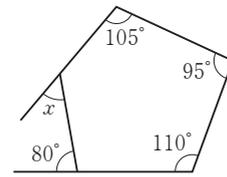
(1)



(2)



(3)



[]

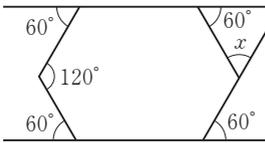
[]

[]

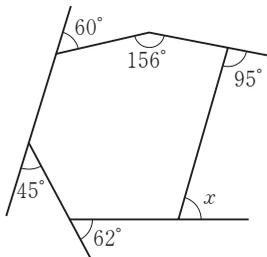
p90
チェック3

3 多角形の外角の和 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

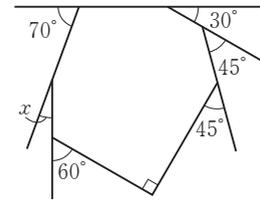
(1)



(2)



(3)



[]

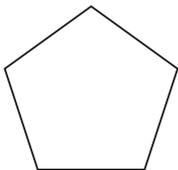
[]

[]

p91
④

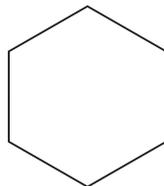
4 正多角形の内角と外角 下の正多角形について、内角の和、外角の和、1つの内角、1つの外角の大きさをそれぞれ求めなさい。

(1) 正五角形



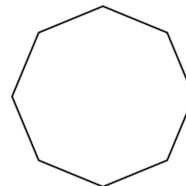
内角の和 []
外角の和 []
1つの内角 []
1つの外角 []

(2) 正六角形



内角の和 []
外角の和 []
1つの内角 []
1つの外角 []

(3) 正八角形

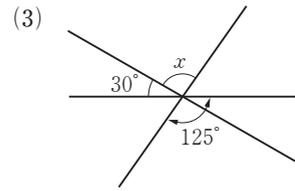
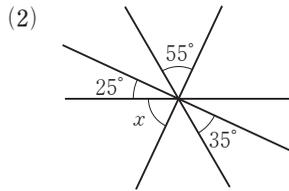
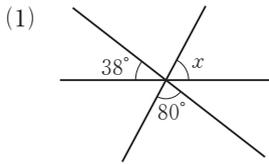


内角の和 []
外角の和 []
1つの内角 []
1つの外角 []

練習問題

その2

1 対頂角 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

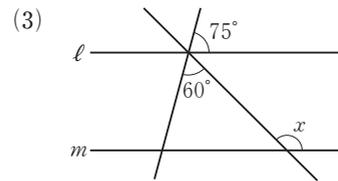
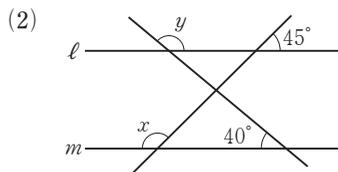
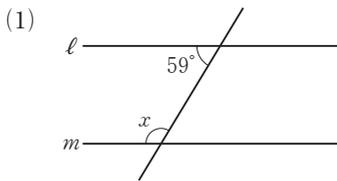


[]

[]

[]

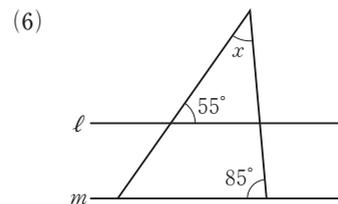
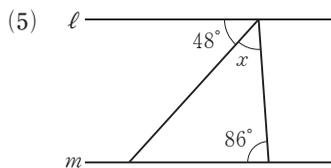
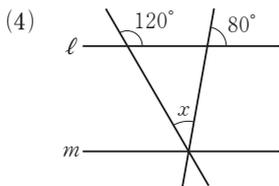
2 同位角と錯角 下の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。



[]

$\angle x$ []
 $\angle y$ []

[]

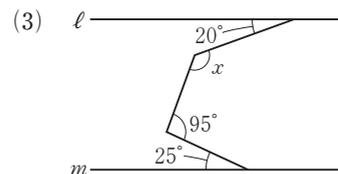
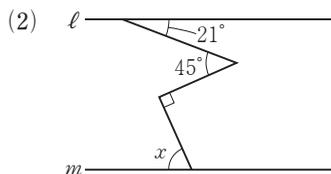
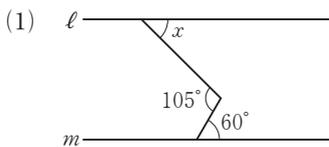


[]

[]

[]

3 平行線と折れ線 下の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

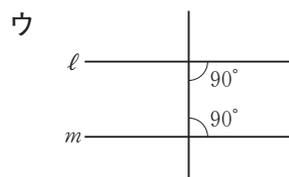
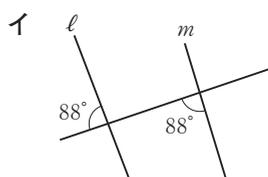
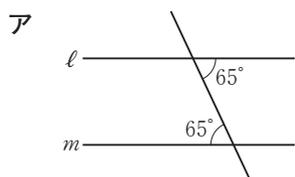


[]

[]

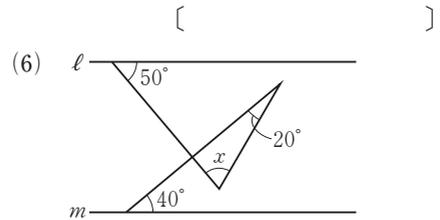
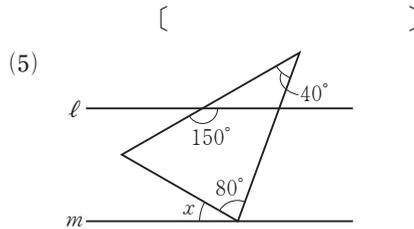
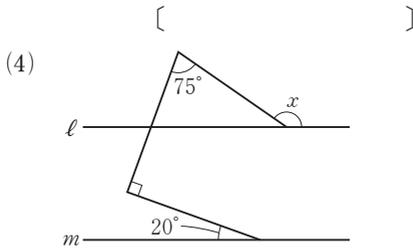
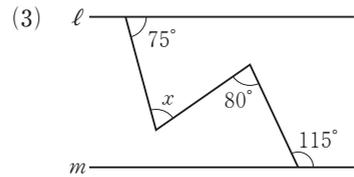
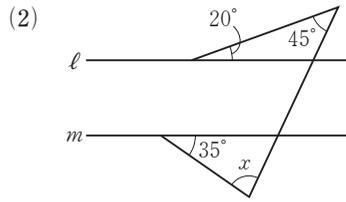
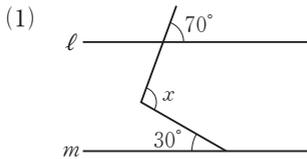
[]

4 平行線になるための条件 次のうち、 $l \parallel m$ といえるのはどれですか。



[]

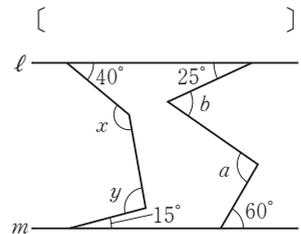
1 下の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



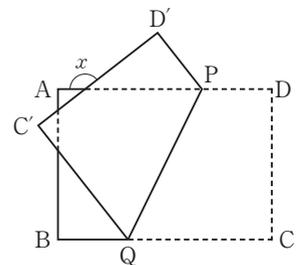
2 右の図で、 $l \parallel m$ であるとき、次の間に答えなさい。

(1) $\angle x + \angle y$ の大きさを求めなさい。

(2) $\angle a - \angle b$ の大きさを求めなさい。



3 右の図は、長方形 ABCD の紙を折り返したものである。2つの頂点 C, D を折り返したときの頂点を C', D', 折り目を PQ とする。 $\angle PQC = 64^\circ$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



4 次の間に答えなさい。

(1) 1つの外角が 20° である正多角形は正何角形ですか。

(2) 1つの内角が 165° である正多角形は正何角形ですか。

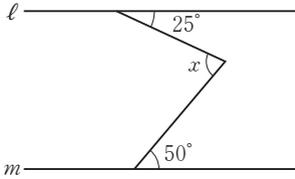
(3) 内角の和が 1620° である多角形は何角形ですか。

実施時間のめやす⇒15分

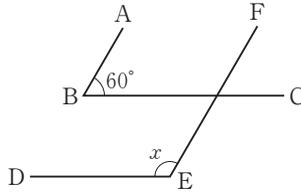
p93 **1** 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(各7点)

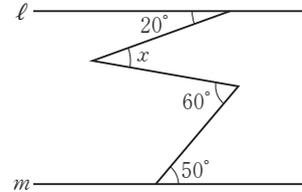
(1) ($l \parallel m$)



(2) ($AB \parallel FE, BC \parallel DE$)



(3) ($l \parallel m$)



[]

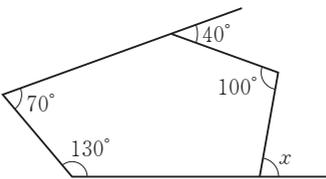
[]

[]

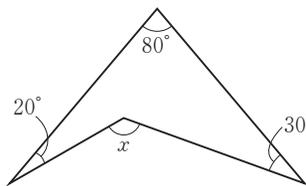
p90 **2** 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(各7点)

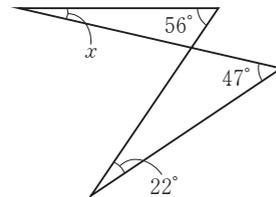
(1)



(2)



(3)



[]

[]

[]

p90 **3** 次の問に答えなさい。

(各8点)

(1) 十角形の内角の和は何度ですか。

[]

(2) 1つの外角が 45° である正多角形は正何角形ですか。

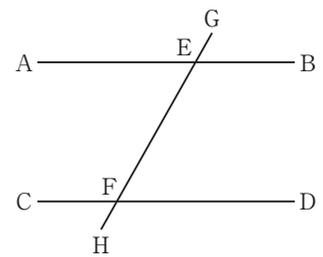
[]

(3) 内角の和が 1800° になる多角形は何角形ですか。

[]

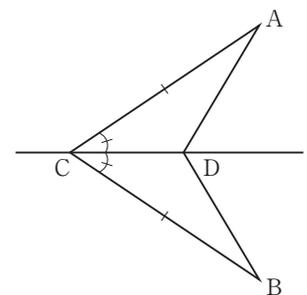
p92 **4** 右の図で、 $AB \parallel CD$ であるとき、 $\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$ であることを証明しなさい。(17点)

[]



p100 **5** 右の図で、 $AC = BC$ 、 $\angle ACD = \angle BCD$ ならば、 $\angle CAD = \angle CBD$ であることを証明しなさい。(17点)

[]



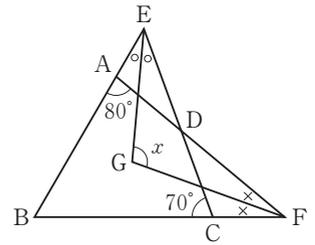
4章

テストB

得点
/100点

実施時間のめやす⇒18分

1 右の図の四角形 ABCD で、BA, CD の延長の交点を E とし、AD, BC の延長の交点を F とする。また、 $\angle BEC$, $\angle AFB$ それぞれの二等分線の交点を G とする。 $\angle BAD=80^\circ$, $\angle BCD=70^\circ$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。(20点)



[]

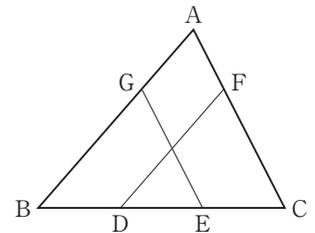
2 右の図は、 $\triangle ABC$ の辺 BC を 3 等分する点を D, E とし、D, E を通りそれぞれ AB, AC に平行な直線をひいて辺 AC, AB との交点を F, G としたものである。このとき、 $GE=FC$ であることを証明したい。次の間に答えなさい。

((1)5点, (2)25点)

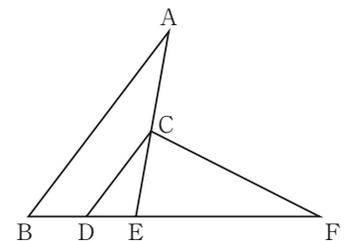
(1) どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいか答えなさい。

[]

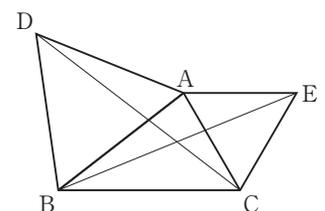
(2) $GE=FC$ であることを証明しなさい。

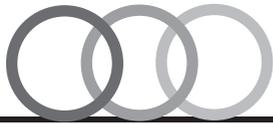


3 右の図で、 $AB=FD$, $AB \parallel CD$, $\angle DCE = \angle CFE$ ならば、 $AE=FC$ であることを証明しなさい。(25点)



4 右の図は、 $\triangle ABC$ の外側に、それぞれ辺 AB, AC を 1 辺とする $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ をかいたものである。 $AB=AD$, $AC=AE$, $\angle DAB = \angle EAC$ であるとき、 $DC=BE$ であることを証明しなさい。(25点)





確認ワーク

次の空らんをうめなさい。

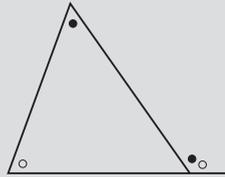
1 多角形の内角と外角

16

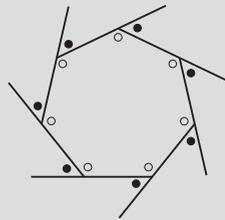
三角形の内角の和は **ア** である。

三角形の外角は、それととなり合わない2つの

イ の和に等しい。



n 角形の内角の和は、
 $180^\circ \times$ (**ウ**)
 である。



多角形の外角の和は
エ である。

2 平行線と角・証明

17

対頂角は **ア**



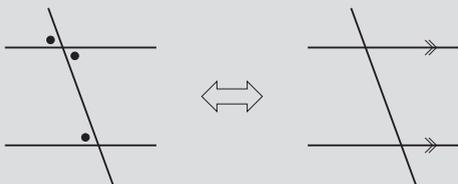
平行な2直線に1つの直線が交わるとき、

次の①、②が成り立つ。

- ① **イ** は等しい。
- ② 錯角は等しい。

2直線に1つの直線が交わるとき、次のどちらかが成り立てば、その2直線は平行である。

- ① 同位角が等しい。
- ② **ウ** が等しい。



3 合同な図形

18

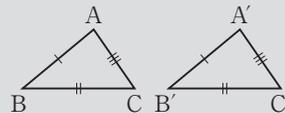
合同な図形では、対応する線分や角は等しい。

ア は合同を表す記号である。

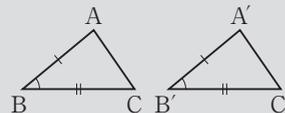
この記号を使うときは、対応する頂点の名まえを周にそって同じ順に書く。

〈三角形の合同条件〉

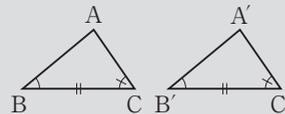
- (1) **イ** がそれぞれ等しい。



- (2) 2組の **ウ** とその間の角がそれぞれ等しい。



- (3) 1組の辺とその両端の **エ** がそれぞれ等しい。



4 証明のすすめ方

19

数学で考えていくことがらの中には

(ア) ならば (イ) である。

のような形でいい表されるものがある。このとき、

(ア)の部分を **ア**、

(イ)の部分を **イ** という。

証明の根拠としてよく使われることがらには次のようなものがある。

- ・対頂角の性質
- ・三角形の内角、外角の性質
- ・三角形の合同条件
- ・平行線と角の関係
- ・合同な図形の性質
- ・多角形の内角の和、外角の和

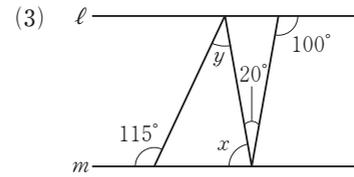
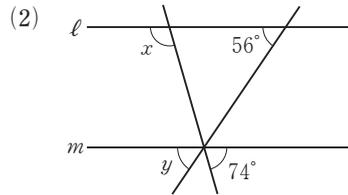
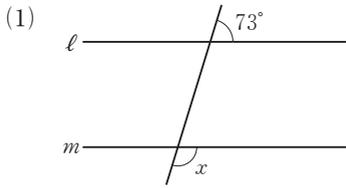
証明の根拠としては、以上の他に、等式の性質や、面積や体積の公式なども使ってよい。



必修ワーク1

● 平行線と角

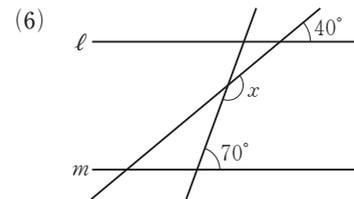
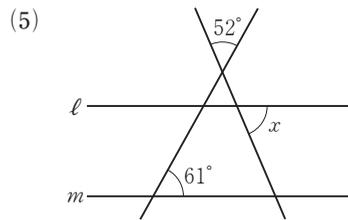
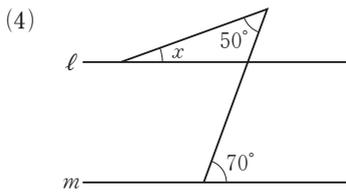
1 平行線と角 下の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。



[]

$\angle x$ []
 $\angle y$ []

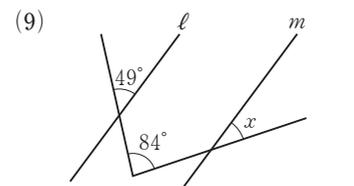
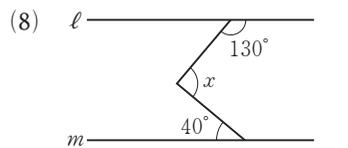
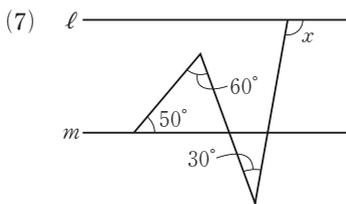
$\angle x$ []
 $\angle y$ []



[]

[]

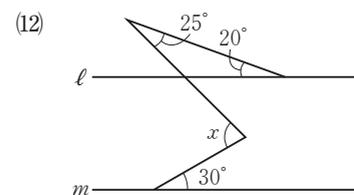
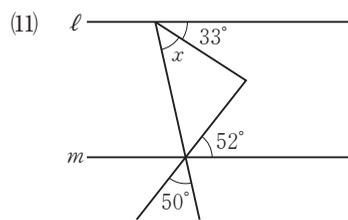
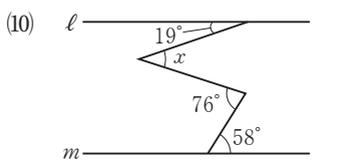
[]



[]

[]

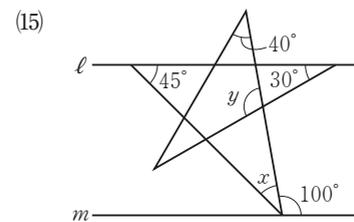
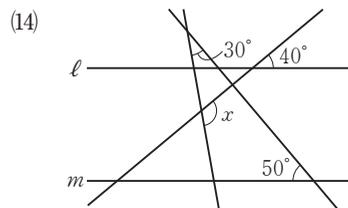
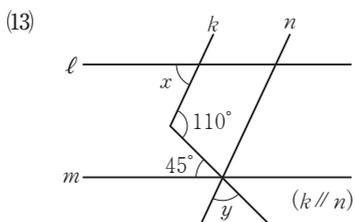
[]



[]

[]

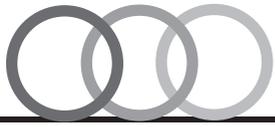
[]



$\angle x$ []
 $\angle y$ []

[]

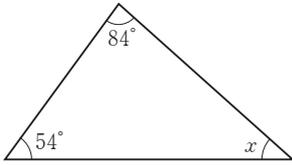
$\angle x$ []
 $\angle y$ []



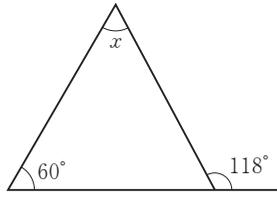
必修ワーク2

1 多角形と角 下の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。

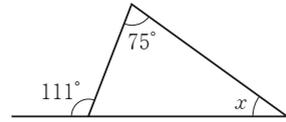
(1)



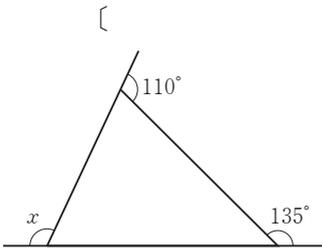
(2)



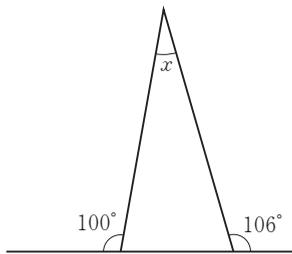
(3)



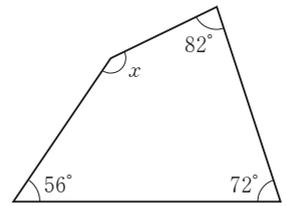
(4)



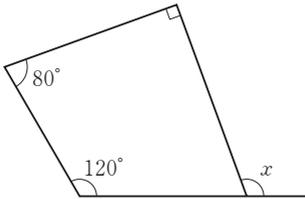
(5)



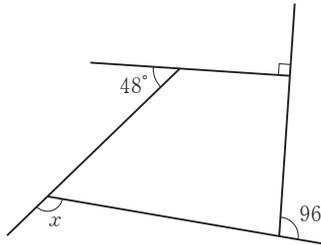
(6)



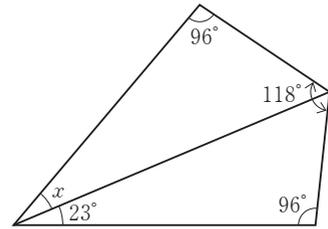
(7)



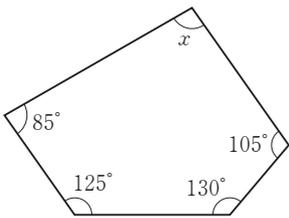
(8)



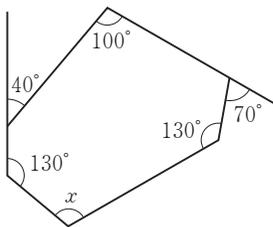
(9)



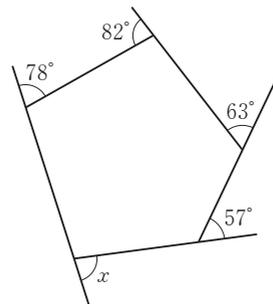
(10)



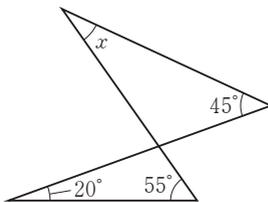
(11)



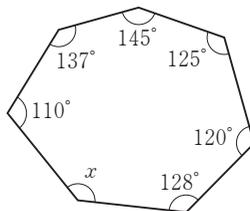
(12)



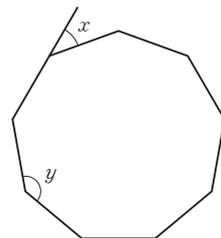
(13)



(14)



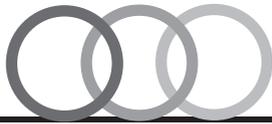
(15)



(正九角形)

$\angle x$ []

$\angle y$ []



必修ワーク 3

●多角形の文章題

1 多角形の文章題 次の問に答えなさい。

(1) $\angle B$, $\angle C$ の大きさがそれぞれ $\angle A$ の 8 倍, 9 倍である $\triangle ABC$ において, $\angle C$ の大きさを求めなさい。

[]

(2) 内角の和が 1980° である多角形は何角形ですか。

[]

(3) 正十角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

[]

(4) 1 つの内角の大きさが 160° である正多角形の頂点の数を求めなさい。

[]

(5) 1 つの外角の大きさが 45° である正多角形の辺の数を求めなさい。

[]

(6) 1 つの外角の大きさが 18° である正多角形の頂点の数を求めなさい。

[]

(7) 1 つの内角の大きさと 1 つの外角の大きさの比が $7:2$ であるような正多角形は正何角形ですか。

[]

(8) 1 つの内角の大きさと 1 つの外角の大きさの比が $5:1$ であるような正多角形は正何角形ですか。

[]

(9) 内角の和が 1080° の多角形の 1 つの頂点からひける対角線の数を求めなさい。

[]

(10) 1 つの外角の大きさが 20° である正多角形の 1 つの頂点からひける対角線の数を求めなさい。

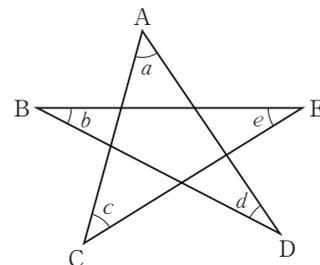
[]



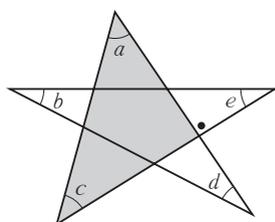
活用ワーク

① 星形五角形の角の和

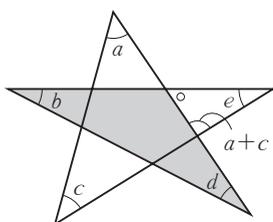
右の図のような図形は、星形図形と呼ばれています。
 星形図形の先端の5つの角の和 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ は、
 何度になるか求めなさい。



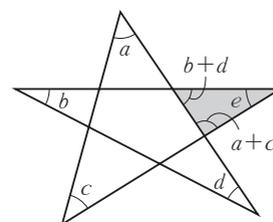
下のように、三角形の内角と外角の関係を使って、1つの三角形に角を集めていきます。



①上の影の部分の三角形の内角と外角の関係から、
 $\angle \bullet = \angle a + \angle c$



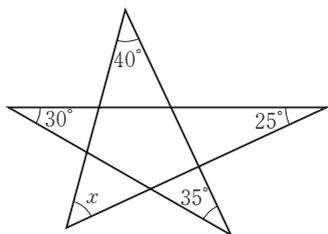
②上の影の部分の三角形の内角と外角の関係から、
 $\angle o = \angle b + \angle d$



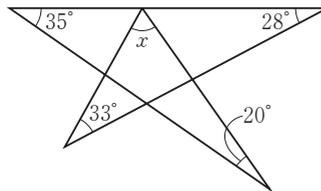
③上の影の部分の三角形の内角の和より、
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$

1 次の図で $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)

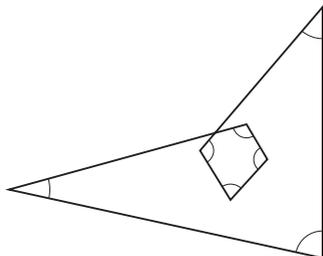


(2)



2 次の図で、印 のついた角の和を求めなさい。

(1)



(2)

