2章　平方根

●学習の要点●

1　平方根　☞P37〜

(1)　ある数 x を2乗すると a になるとき，x を a の平方根という。

(2)　正の数には平方根が2つあって，絶対値が等しく，符号が異なる。

(3)　0の平方根は0だけである。負の数には平方根はない。

2　根号の使い方　☞P37〜

(1)　a が正の数のとき，a の2つの平方根のうち，正の方を $\sqrt{a}$（「ルート a」と読む），負の方を $-\sqrt{a}$ と書き，これらをまとめて $\pm\sqrt{a}$ と書く。また，この記号 $\sqrt{}$ を根号という。

(2)　a が正の数のとき，

①　$(\sqrt{a})^2=a$　②　$(-\sqrt{a})^2=a$　③　$\sqrt{a^2}=a$　④　$\sqrt{(-a)^2}=a$

3　平方根の大小　☞P38〜

(1)　a，b が正の数のとき，$a<b$ ならば，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(2)　$\sqrt{a}$ と b の大小を比べるとき，b が正の数ならば，a と b^2 の大小を比べる。

4　有理数と無理数，循環小数　☞P40〜

(1)　a を整数，b を0でない整数とするとき，$\dfrac{a}{b}$ のように分数の形で表せる数を有理数という。

(2)　分数の形で表すことができない数を無理数という。$\sqrt{2}$ や円周率 π は無理数である。

(3)　小数の部分のある位からいくつかの数字が同じ順序で限りなくくり返される無限小数を，循環小数という。循環小数は有理数である。

5　根号をふくむ式の乗除　☞P42〜

a，b を正の数とすると，

①　$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　②　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　③　$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$　④　$\dfrac{\sqrt{a}}{b}=\sqrt{\dfrac{a}{b^2}}$

6　分母の有理化　☞P44〜

分母に根号がある数を，分母に根号がない数に変形することを，分母を有理化するという。

b が正の数のとき，$\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$

7　根号をふくむ式の加減　☞P48〜

(1)　同じ数の平方根をふくんだ式は，同類項をまとめるのと同じようにして簡単にする。

①　$m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(m+n)\sqrt{a}$　②　$m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(m-n)\sqrt{a}$

(2)　加減の計算は，$\sqrt{}$ の中を簡単にしたり，分母を有理化したりしてからまとめる。

8　おぼえておくとよい平方根の近似値　☞P39〜

(1)　$\sqrt{2}=1.41421356\cdots$（ひと よひとよにひとみごろ）

(2)　$\sqrt{3}=1.7320508\cdots$（ひと なみにおごれや）

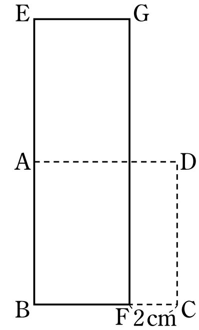
(3)　$\sqrt{5}=2.2360679\cdots$（ふ じさんろくおーむなく）

(4)　$\sqrt{6}=2.449489\cdots$（に よよくよく）

(5)　$\sqrt{7}=2.64575\cdots$（な に むしいない）

学習の基本　3　図形に関する問題

問題　右の図のように，正方形ABCDの縦の長さを2倍にし，横の長さを2cm短くして，長方形EBFGを作ったら，長方形の面積は48cm^{2}になった。正方形ABCDの1辺の長さを求めよ。



解　正方形ABCDの1辺の長さを$x$cmとすると，EB＝$2x$cm，
BF＝$x-2$(cm) だから，方程式は，

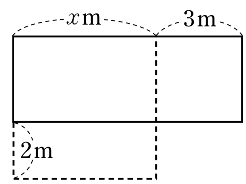
$2x(x-2)=48$

これを解くと，$x=-4$，6

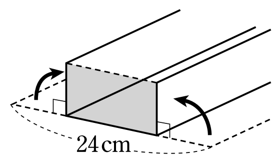
$x>2$ だから，$x=6$

答　6cm

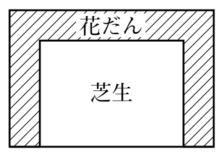
9　ある学級の花だんは1辺xmの正方形であったが，縦を2m短くし，横を3m長くして長方形に作りかえたら，面積が24m^{2}になった。xの値を求めよ。



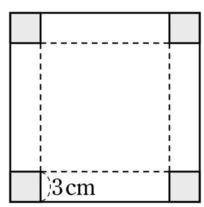
10　幅24cmのトタン板を，右の図のように，左右を同じ長さだけ折り曲げて雨どいを作ることにした。この雨どいの断面積を54cm^{2}にするには，左右を何cmずつ折り曲げればよいか。



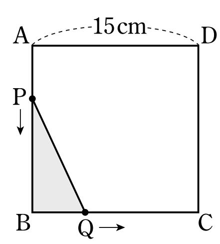
11　右の図のように，縦20m，横30mの長方形の土地に，同じ幅の花だんを作り，残りを芝生(しばふ)にした。芝生の面積を測ったところ，土地全体の面積の68%であった。花だんの幅を求めよ。



12　右の図のように，正方形の紙の4すみから1辺が3cmの正方形を切り取り，直方体の容器を作ったら，容積が675cm^{3}になった。もとの正方形の紙の1辺の長さを求めよ。



13　1辺の長さが15cmの正方形ABCDがある。点PはAを出発して，辺AB上を毎秒1cmの速さでBまで動く。また，点Qは点PがAを出発するのと同時にBを出発して，Pと同じ速さで辺BC上をCまで動く。△PBQの面積が28cm^{2}になるのは，点P，Qが出発してから何秒後か求めよ。



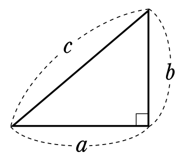
7章　三平方の定理

●学習の要点●

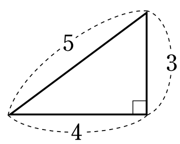
1　三平方の定理とその逆　☞P167～

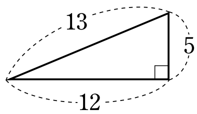
(1)　直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，$a^2+b^2=c^2$ という関係が成り立つ。(三平方の定理)

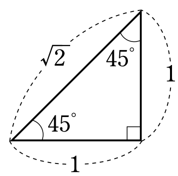
(2)　三角形の3辺の長さを a，b，c とするとき，$a^2+b^2=c^2$ が成り立てば，その三角形は長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。(三平方の定理の逆)

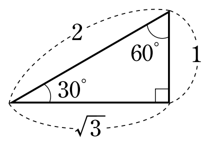


2　特別な直角三角形の3辺の比　☞P171～





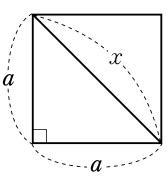




3　三平方の定理と平面図形　☞P171～

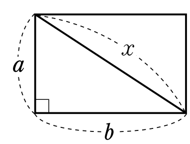
(1)　正方形の対角線の長さ

$x=\sqrt{2}\,a$



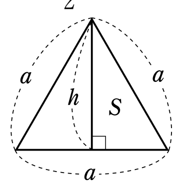
(2)　長方形の対角線の長さ

$x=\sqrt{a^2+b^2}$



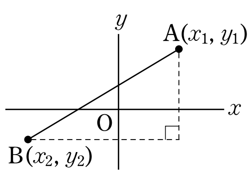
(3)　正三角形の高さ，面積

$h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，$S=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$



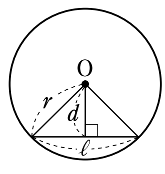
(4)　2点間の距離

$\mathrm{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$



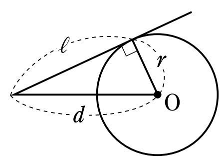
(5)　円の弦の長さ

$\ell=2\sqrt{r^2-d^2}$



(6)　円の接線の長さ

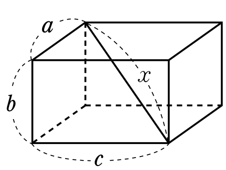
$\ell=\sqrt{d^2-r^2}$



4　三平方の定理と空間図形　☞P180～

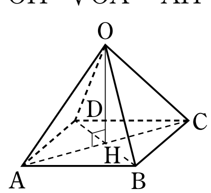
(1)　直方体の対角線の長さ

$x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$



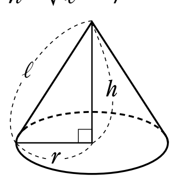
(2)　正四角錐の高さ

$\mathrm{OH}=\sqrt{\mathrm{OA}^2-\mathrm{AH}^2}$



(3)　円錐の高さ

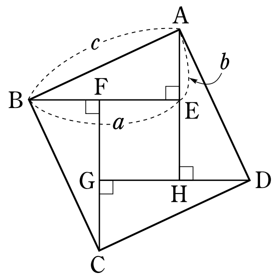
$h=\sqrt{\ell^2-r^2}$



7
章

学習の基本　2　三平方の定理の証明

問題　**右の図は，直角をはさむ2辺が a，b $(a>b)$，斜辺が c の直角三角形を4つ並べて，正方形ABCDを作ったものである。この図を使って，三平方の定理を証明せよ。**



答　4つの直角三角形の面積の和は，$\frac{1}{2}ab\times4=2ab$

正方形EFGHは，1辺の長さが $a-b$ だから，

面積は $(a-b)^2$

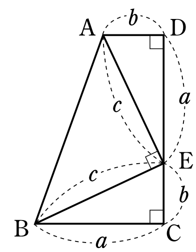
4つの直角三角形の面積と正方形EFGHの面積の和は，

$2ab+(a-b)^2=2ab+(a^2-2ab+b^2)=a^2+b^2$　……①

正方形ABCDは，1辺の長さが c だから，面積は c^2 ……②

①と②は等しいから，$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

3　直角をはさむ2辺が a，b，斜辺が c の2つの直角三角形を，右の図のように組み合わせて台形ABCDを作った。この図を使って，三平方の定理を証明したい。□にあてはまるものを答えよ。



〔証明〕　台形ABCDの面積を a，b の式で表すと，ア

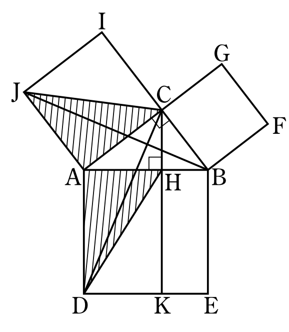
△ADEと△ECBの面積の和を a，b の式で表すと，イ

△ABEの面積を c の式で表すと，ウ

よって，エ－オ$=\frac{1}{2}c^2$ であるから，

$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

4　右の図のように，∠ACB＝90°である直角三角形ABCの各辺をそれぞれ1辺とする正方形ADEB，BFGC，ACIJを作り，CからABへひいた垂線をCH，その延長とDEの交点をKとして，$AC^2+BC^2=AB^2$ を証明したい。□にあてはまるものを答えよ。



CJは正方形の対角線だから，　正方形ACIJ＝2△ACJ …①

底辺が共通で高さが等しいから，△ACJ＝ア …………②

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABJ≡イ …③

底辺が共通で高さが等しいから，△ADC＝ウ …………④

DHは長方形の対角線だから，　長方形ADKH＝2エ …………⑤

①～⑤から，　正方形ACIJ＝長方形オ …………⑥

同様にして，　正方形BFGC＝長方形カ …………⑦

⑥，⑦から，　正方形ACIJ＋正方形BFGC＝正方形キ

したがって，$AC^2+BC^2=AB^2$ が成り立つ。