第 5 講座　平方根

1　平方根の大小①　次の各組の数を，小さい方から順に並べなさい。

(1)　13，$\sqrt{170}$，$\sqrt{165}$　　〔　　〕

(2)　$-\sqrt{3}$，-4，$-\sqrt{5}$　　〔　　〕

2　平方根の大小②　x を整数とするとき，次の式にあてはまる x の値をすべて求めなさい。

(1)　$5.5<\sqrt{x}<6$　　〔　　〕

(2)　$\sqrt{48}<x<\sqrt{82}$　　〔　　〕

3　根号をふくむ式の乗除　次の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{75}\times\sqrt{96}$　　〔　　〕

(2)　$\sqrt{98}\times\sqrt{56}$　　〔　　〕

(3)　$\sqrt{360}\div\sqrt{15}$　　〔　　〕

(4)　$3\sqrt{28}\div\sqrt{84}$　　〔　　〕

(5)　$\sqrt{27}\div\sqrt{15}\times\sqrt{90}$　　〔　　〕

(6)　$\sqrt{40}\times2\sqrt{5}\div\sqrt{24}$　　〔　　〕

4　根号をふくむ式の加減　次の計算をしなさい。

(1)　$3\sqrt{3}-\sqrt{48}+\sqrt{75}$　　〔　　〕

(2)　$\sqrt{80}-4\sqrt{6}-3\sqrt{45}+\sqrt{96}$　　〔　　〕

(3)　$\sqrt{216}+\sqrt{196}-\sqrt{225}+\sqrt{54}$　　〔　　〕

(4)　$2\sqrt{27}-\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{24}}+\sqrt{48}$　　〔　　〕

(5)　$\sqrt{\dfrac{3}{2}}+\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\sqrt{\dfrac{1}{6}}$　　〔　　〕

(6)　$\dfrac{14}{\sqrt{98}}-\dfrac{4}{\sqrt{18}}-\dfrac{3}{\sqrt{162}}$　　〔　　〕

5　四則計算・乗法公式の利用　次の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{12}\times\sqrt{30}-14\sqrt{5}\div\sqrt{2}$　　〔　　〕

(2)　$(\sqrt{60}-\sqrt{9})\div\sqrt{3}+\sqrt{5}(\sqrt{64}-\sqrt{15})$　　〔　　〕

(3)　$(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+7)$　　〔　　〕

(4)　$(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$　　〔　　〕

(5)　$(3\sqrt{3}-\sqrt{24})^2$　　〔　　〕

(6)　$(\sqrt{15}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$　　〔　　〕

(7)　$(1-\sqrt{6})^2+(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$　　〔　　〕

(8)　$(\sqrt{15}-\sqrt{12})(\sqrt{15}+\sqrt{27})-(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)$　　〔　　〕

6 **分母が $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ の形の数の分母の有理化**　次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{2}+1}$　　(2) $\dfrac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$　　(3) $\dfrac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1}$

〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕

7 **式の値①**　次の式の値を求めなさい。

(1) $a=\sqrt{2}+3$ のとき，a^2-6a+3 の値

〔　　〕

(2) $x+y=\sqrt{6}$，$xy=1$ のとき，$(x-y)^2$ の値

〔　　〕

(3) $5x+2y=\sqrt{15}$，$2x+5y=\sqrt{3}$ のとき，x^2-y^2 の値

〔　　〕

8 **式の値②**　次の数の整数部分を a，小数部分を b とするとき，a^2-b^2 の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{13}$　　(2) $3\sqrt{5}-2$

〔　　〕　〔　　〕

9 **整数になる条件**　次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{56a}$ が整数となるような a の値のうち，もっとも小さい自然数を求めなさい。

〔　　〕

(2) $\sqrt{\dfrac{540}{x}}$ が整数となるような x の値のうち，もっとも小さい自然数を求めなさい。

〔　　〕

(3) $\sqrt{210-5n}$ が整数となるような自然数 n の値をすべて求めなさい。

〔　　〕

10 **循環小数**　次の(1)，(2)の分数は循環小数で，(3)，(4)の循環小数は分数で表しなさい。

(1) $\dfrac{5}{22}$　　(2) $\dfrac{48}{37}$　　(3) $0.\dot{1}\dot{8}$　　(4) $1.\dot{4}8\dot{1}$

〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕　〔　　〕

HIGH STEP 問題

1 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{96}(\sqrt{3}-\sqrt{6})-\sqrt{75}\left(\frac{\sqrt{24}}{3}-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$

〔　　〕

(2) $(5\sqrt{3}-3\sqrt{5})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

〔　　〕

(3) $(4\sqrt{3}-5)^2-(4\sqrt{3}-5)-30$

〔　　〕

(4) $(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)^2(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)^2$

〔　　〕

(5) $\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\right)^2-\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{4}+\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\right)^2$

〔　　〕

2 次の計算をしなさい。

(1) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

〔　　〕

(2) $\frac{\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}-\frac{1}{1-\sqrt{3}}$

〔　　〕

3 次の問いに答えなさい。

(1) $a=\sqrt{10}+1$，$b=\sqrt{10}-1$ のとき，$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ の値を求めなさい。

〔　　〕

(2) $x=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ のとき，次の式の値を求めなさい。

① x^4+y^4

〔　　〕

② x^4-y^4

〔　　〕

4 次の問いに答えなさい。

(1) $7-\sqrt{6}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$b^2(a-b+2)$ の値を求めなさい。

〔　　〕

(2) $x=\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ のとき，$-6x^3+x^2+17x$ の値を求めなさい。

〔　　〕

5 $\begin{cases} \sqrt{6}x-\sqrt{2}y=2 \\ \sqrt{2}x+\sqrt{6}y=2 \end{cases}$ のとき，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ の値を求めなさい。

〔　　〕

6 次の問いに答えなさい。

(1) n が整数で，$\sqrt{\dfrac{3n+1}{5}}$ が 3 と 4 の間にあるときの n の個数を求めなさい。

〔　　〕

(2) 差が 5 である 2 つの自然数があり，この 2 つの自然数の間にある自然数の平方根は294個あるという。このような 2 つの自然数を求めなさい。

〔　　〕

7 次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{\dfrac{1728}{82-5n}}$ が自然数となるような整数 n の値をすべて求めなさい。

〔　　〕

(2) $\sqrt{n^2+11n-26}$ が自然数となるような自然数 n の値をすべて求めなさい。

〔　　〕

8 自然数 n に対して，$\langle n \rangle$ は $m-0.5 \leqq \sqrt{n} < m+0.5$ を満たす自然数 m を表すことにする。

(1) $\langle 56 \rangle$ の値を求めなさい。

〔　　〕

(2) $\langle n \rangle = 3$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。

〔　　〕

(3) $\langle 6n-1 \rangle = 10$ を満たす自然数 n をすべて求めなさい。

〔　　〕