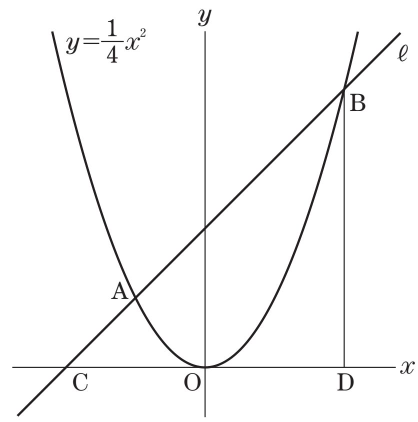
7 関数とグラフ

出題パターン

1 右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 ℓ の交点を A，B とし，直線 ℓ と x 軸の交点を C とする。また，点 B から x 軸に垂線 BD をひく。点 A の x 座標が -4，点 B の x 座標が 8 であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

ただし，原点 O から点(1，0)までの距離及び原点 O から点(0，1)までの距離をそれぞれ 1 cm とする。



(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2) 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 P がある。ただし，点 P の x 座標は 0 より大きく 8 より小さい。△PCD と△PBD の面積の比が 1：6 であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 点 P の x 座標を求めなさい。

〔　　　　　　〕

② △PBC を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし，円周率は π を用いることとする。

〔　　　　　　〕

ポイント 本入試の **3** には，関数と図形の問題とグラフを利用した問題が出題されている。「放物線と直線との交点を通る直線の式」，「座標平面上の線分の長さや図形の面積」は出題されやすい項目なので，訓練しておこう。

➡ 座標平面上の三角形の面積(1)

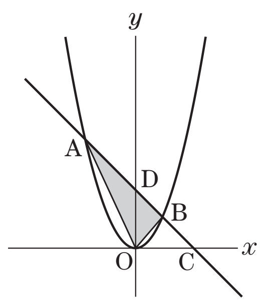
右の図のような座標平面上で，△OAB の面積を求める方法

①面積の差として求める。

△OAB
$=$△OAC$-$△OBC

②面積の和として求める。

△OAB
$=$△OAD$+$△OBD



➡ 座標平面上の三角形の面積(2)

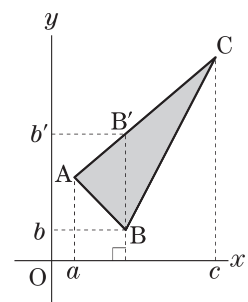
右の図のように，各点の座標を定めると，

△ABC

$=\frac{1}{2}\times(b'-b)\times(c-a)$

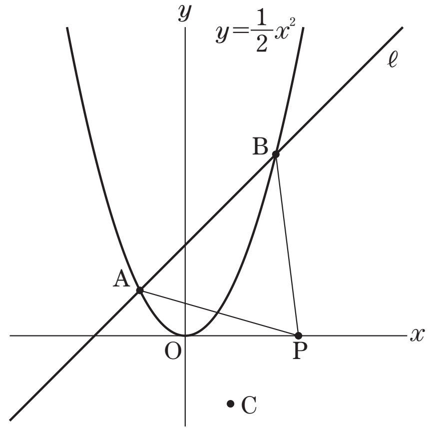
(ただし，$b<b'$，$a<c$)

で求められる。



練　習　問　題

1 **関数 $y=ax^2$ のグラフと図形①**　右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ の交点をA，Bとする。点Aの x 座標は-2，点Bの x 座標は4である。また，点Cの座標は(2，-3)である。さらに，x 軸上の $x>0$ の範囲に点Pをとる。このとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。



(1)　点Aの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(2)　線分APの長さが$\sqrt{85}$となるとき，点Pの x 座標を求めなさい。

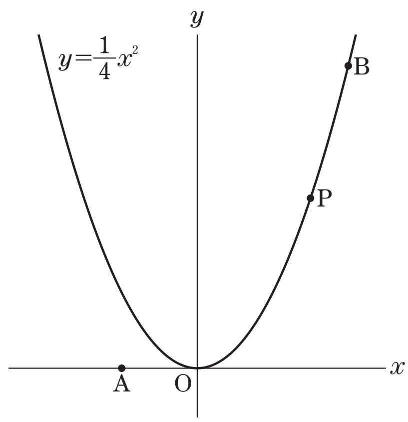
〔　　　　　　　〕

(3)　△ABCの面積が△ABPの面積と等しくなるとき，点Pの x 座標を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

2 **関数 $y=ax^2$ のグラフと図形②**　右の**図1**のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が8である点Bがある。また，点Aの座標は(-4，0)である。関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，点Bとは異なる点Pをとるとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

図1



(1)　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の値が2から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

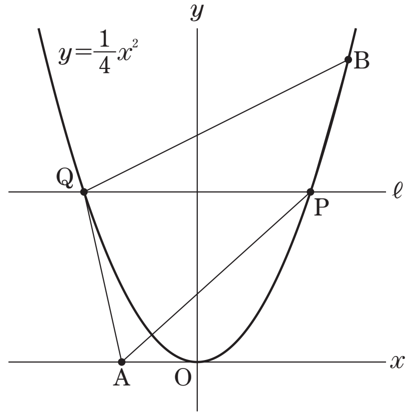
(2)　点Pの x 座標が-5のとき，△OPBの面積を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(3)　右の**図2**は，**図1**において，x 座標が8より小さい正の数である点Pを通り，x 軸に平行な直線 ℓ をひいて，直線 ℓ と関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が負の数である点をQとし，点Aと点P，点Aと点Q，点Bと点P，点Bと点Qをそれぞれ結んだものである。△APQの面積が△BPQの面積の3倍となるとき，点Pの座標を求めなさい。

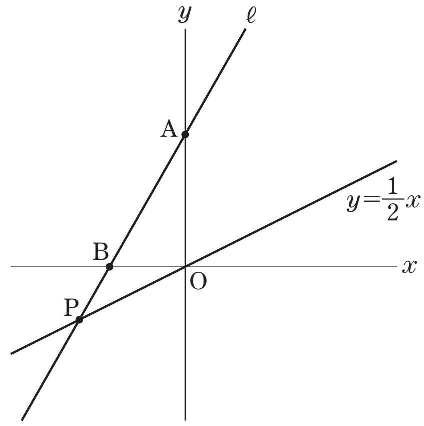
　ただし，答えに根号が含まれるときは，根号をつけたままで表しなさい。

図2



〔　　　　　　　〕

3 **一次関数のグラフと図形①**　右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x$ のグラフ上に，x 座標が負の数である点Pがある。また，点Aの座標は(0, 5)である。2点A，Pを通る直線を ℓ とし，直線 ℓ と x 軸の交点をBとするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



(1)　点Pの x 座標が－4のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　直線 ℓ の式を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

②　点Bの座標を求めなさい。

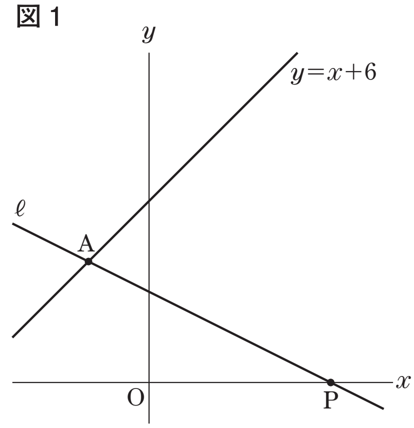
〔　　　　　　　〕

(2)　OA＝OPとなるとき，△OAPを y 軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いることとする。

〔　　　　　　　〕

4 **一次関数のグラフと図形②**　右の**図1**のように，関数 $y=x+6$ のグラフ上に，x 座標が－2である点Aがある。また，点Pは x 軸上にあり，x 座標が正の数である。2点A，Pを通る直線を ℓ とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図1

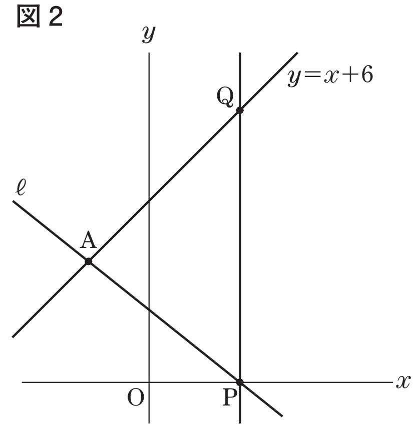


(1)　点Pの x 座標が6のとき，直線 ℓ の式を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

(2)　右の**図2**は，**図1**において，点Pを通る y 軸に平行な直線をひき，関数 $y=x+6$ のグラフとの交点をQとしたものである。このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

図2



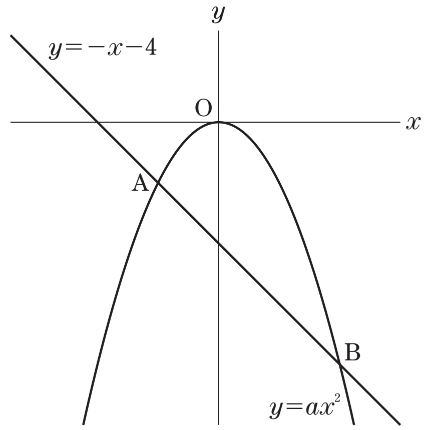
①　AP＝AQとなるとき，点Qの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

②　△APQの面積が48のとき，点Pの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

5 **関数 $y=ax^2$ のグラフと図形③**　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=-x-4$ の交点を A，B とする。点 A の x 座標が−2，点 B の x 座標が 4 のとき，次の⑴〜⑶の問いに答えなさい。ただし，$a<0$ とする。



⑴　a の値を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

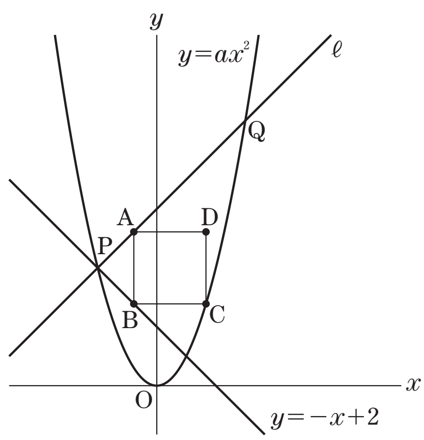
⑵　線分 AB の長さを求めなさい。

〔　　　　　　　〕

⑶　y 軸上に点 P をとる。∠APB＝90°となるとき，点 P の y 座標をすべて求めなさい。

〔　　　　　　　〕

6 **関数 $y=ax^2$ のグラフと図形④**　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ との交点をそれぞれ P，Q とする。また，直線 $y=-x+2$ は点 P を通る。線分 PQ 上に 2 点 P，Q とは異なる点 A をとる。点 A を通る y 軸に平行な直線をひき，直線 $y=-x+2$ との交点を B，点 B を通る x 軸に平行な直線をひき，関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点を C とする。点 A を通る x 軸に平行な直線と，点 C を通る y 軸に平行な直線をひき，これらの交点を D とする。2 点 P，Q の x 座標がそれぞれ−2，3 であるとき，次の⑴〜⑶の問いに答えなさい。ただし，$a>0$ とし，点 C の x 座標は点 A の x 座標より大きいこととする。



⑴　a の値を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

⑵　直線 ℓ の式を求めなさい。

〔　　　　　　　〕

⑶　四角形 ABCD が正方形となるとき，点 C の座標を求めなさい。

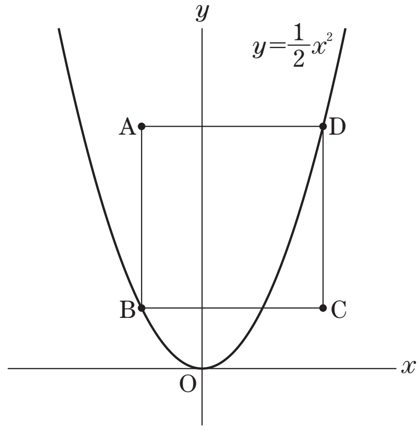
〔　　　　　　　〕

大問３対策　実戦問題

1 下の**図１**のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，x 座標が負の数である点B，x 座標が正の数である点Dがある。点Bを通る y 軸に平行な直線と点Dを通る x 軸に平行な直線との交点をAとし，点Dを通る y 軸に平行な直線と点Bを通る x 軸に平行な直線との交点をCとする。点B，Cの x 座標がそれぞれ-2，4で，四角形ABCDが正方形となるとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

ただし，答えに根号が含まれるときは，根号をつけたままで表しなさい。

図１

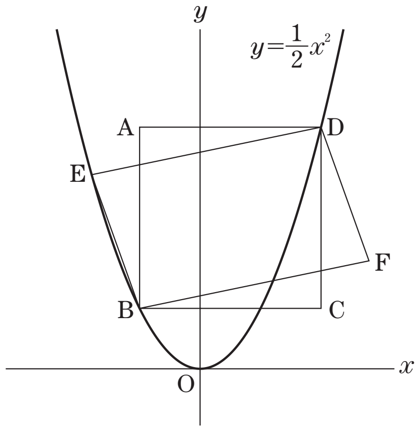


⑴　点Dの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

⑵　下の**図２**は，**図１**において，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上の２点Ｂ，Ｄと，グラフ上の x 座標が負の数である点Ｂとは異なる点Ｅを頂点とする平行四辺形EBFDをかいたものである。ただし，点Ｆは関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上にない点である。このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

図２



①　点Ｅの x 座標が−5のとき，点Ｆの座標を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

②　平行四辺形EBFDの面積が正方形ABCDの面積と等しくなるとき，点Ｆの x 座標を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕