6 確率と統計〔総合〕

問題をとく前に！

確率は，問題の設定や条件が複雑に見えても，すべての場合を具体的に書き出していくことで，確実に得点に結びつけることができる。また，資料の活用や標本調査に関する出題は，近年増加傾向にあるが，いずれも基本的な出題が多いので，落ち着いて考えよう。

KEY 1 確率の総合問題

樹形図や表などを利用し，すべての場合を地道に数え上げて，確率を求めよう。
場合の数を計算で求める方法も練習しておくと，検算にも利用でき，速くかつ正確に解くことができるので，余裕があれば身につけておこう。

1 カードと確率①　箱の中に $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ の5枚のカードがある。この箱から同時に2枚のカードを取り出すとき，次の問いに答えなさい。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(1)　カードの取り出し方は全部で何通りありますか。

〔　　　　　〕

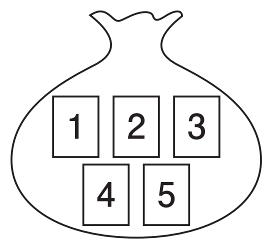
(2)　取り出した2枚のカードに書かれている数の和が3の倍数となる確率を求めなさい。

〔　　　　　〕

(3)　取り出した2枚のカードに書かれている数の積が奇数となる確率を求めなさい。

〔　　　　　〕

2 カードと確率②　袋の中に $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ の5枚のカードがある。まず，袋の中から1枚のカードを取り出し，そのカードに書かれた数を a とする。次に，このカードを袋にもどしてから，ふたたび1枚のカードを取り出し，そのカードに書かれた数を b とする。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



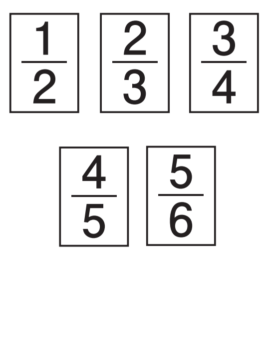
(1)　$a=b$ となる確率を求めなさい。

〔　　　　　〕

(2)　$a<b$ となる確率を求めなさい。

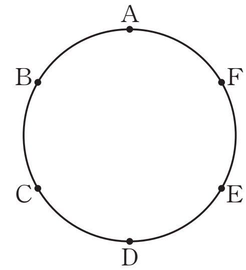
〔　　　　　〕

3 カードと確率③　さいころ1個と，右の図のような，分数が1つずつ書かれた5枚のカードがある。5枚のカードを裏返して，よく混ぜてからカードを1枚ひき，その後に，さいころを1回投げる。このとき，ひいたカードに書かれた分数と，さいころの出た目の数の積が4以上となる確率を求めなさい。ただし，どのカードがひかれることも同様に確からしいものとし，さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



〔　　　　　〕

4 **図形と確率①**　右の図のように，円周を６等分する６つの点A～Fがある。また，箱の中には，A～Fの文字が１つずつ書かれた６枚のカードがあり，同時に３枚のカードを取り出すものとする。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



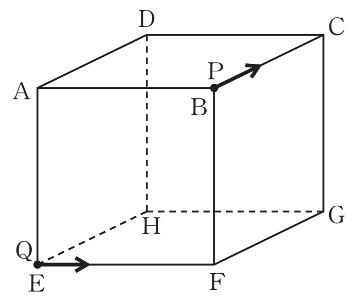
⑴　カードの取り出し方は全部で何通りありますか。

〔　　　　　　　　〕

⑵　取り出したカードと同じ文字の円周上の点を結んで三角形をつくるとき，できた三角形が直角三角形となる確率を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

5 **図形と確率②**　右の図のように，立方体ABCD−EFGHがある。２つの点P，Qが次の**【ルール】**にしたがって立方体の頂点上を移動する。



【ルール】

大小２つのさいころを同時に１回投げる。点Pは，点Bを出発点として，大きいさいころの出た目の数だけ，→C→D→A→B→C→Dの順に移動し，点Qは，点Eを出発点として，小さいさいころの出た目の数だけ，→F→G→H→E→F→Gの順に移動する。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，さいころを投げるとき，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

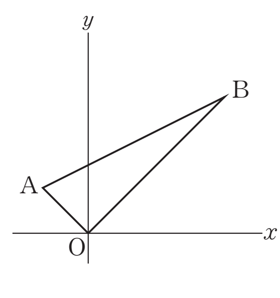
⑴　直線PQと直線DHが，平行の位置にある確率を求めなさい。

〔　　　　　　　　〕

⑵　直線PQと直線DHが，ねじれの位置にある確率を求めなさい。

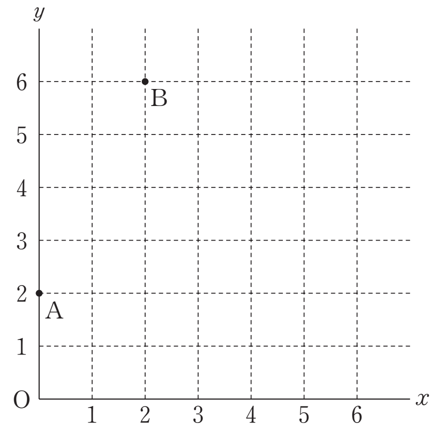
〔　　　　　　　　〕

6 **関数と確率①**　右の図のように，A(−2，2)，B(6，6)，原点Oを頂点とする△OABがある。大小２つのさいころを同時に投げ，大きいさいころの出た目の数をa，小さいさいころの出た目の数をbとし，点P(a，b)をとるとき，点Pが△OABの辺上にある確率を求めなさい。ただし，さいころの目はどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



〔　　　　　　　　〕

7 関数と確率②　さいころを２回投げて，１回目に出た目の数を a，２回目に出た目の数を b とし，点P$(a,\ b)$を下の図にかき入れる。点A(0，2)，点B(2，6)とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，さいころの目はどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



(1)　$a=2$，$b=2$ のとき，△PABの面積を求めなさい。

〔　　　　　　〕

(2)　３点P，A，Bを頂点とする三角形ができる確率を求めなさい。

〔　　　　　　〕

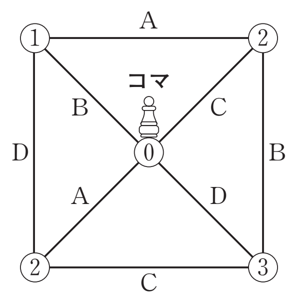
(3)　△PABの面積が８以上となる確率を求めなさい。

〔　　　　　　〕

◆(4)　△PABが直角二等辺三角形となる確率を求めなさい。

〔　　　　　　〕

8 いろいろな確率　右の図のように，正方形の各頂点に１から３，対角線の交点に０の数字を，また，それらを結ぶ経路にはA，B，C，Dの文字を割り当て，次の[1]～[5]に従ってコマを動かし，２けたの整数XYをつくる。



[1]　最初，コマを⓪の位置におく。
[2]　$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$，$\boxed{D}$と書かれたカードが１枚ずつ入っている袋の中から，カードを１枚取り出し，書かれている文字と同じ経路にそってコマを移動させる。
[3]　移動後の位置の数字をXとする。
[4]　カードをもどしたあと，[2]をもう一度行う。ただし，書かれている文字と同じ経路がなければ，コマを移動させない。
[5]　最後にコマがある位置の数字をYとする。

（例）　$\boxed{A}$，$\boxed{C}$の順にカードを取り出したとき，コマの位置は⓪→②→③となるので，XY＝23
　　　$\boxed{C}$，$\boxed{D}$の順にカードを取り出したとき，コマの位置は⓪→②→②となるので，XY＝22

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，どのカードの取り出し方も同様に確からしいものとする。

(1)　A，Cの順にカードを取り出すことを(A，C)のように表すとき，XYが21になるカードの取り出し方をすべて答えなさい。

〔　　　　　　　　　〕

(2)　XYが素数となる確率を求めなさい。

〔　　　　　　〕

KEY 2 資料の活用・母集団の推測の総合問題

度数分布表から，平均値，中央値，最頻値に対する正誤の判断を問う問題が多いので，それぞれの値を混同せずに資料を読みとる練習をしておこう。
母集団の個数を推測する問題では，標本の比率と母集団の比率が等しくなることを利用しよう。

9 資料の活用の総合問題①　あるクラスで１分間にとべるなわとびの回数を計測したところ，クラスの平均値は62.5回であった。しかし，欠席者が２人いたため，その２人については次の日に計測し，クラスの平均値を計算し直したところ，平均値は変化しなかった。このことからわかることについて正しく述べたものを，次の①～⑤までの中からすべて選び，記号で答えなさい。

なお，どちらの平均値も，四捨五入などはしていないものとする。

① 欠席した２人の平均値は62.5回である。
② 欠席した２人を加えても中央値は変わらない。
③ 欠席した２人を加えても最頻値は変わらない。
④ 欠席した２人を加えても記録の分布の範囲は変わらない。
⑤ 欠席した２人のうち１人の記録は必ず63回以上である。

〔　　　　　　　　〕

10 資料の活用の総合問題②　右の表は，ともやさんが通う中学校の３年生60人全員の身長を四捨五入してcmの単位まで測り，度数分布表にまとめたものである。度数分布表から身長の平均値を求めると163cmとなる。

身長が164cmのともやさんは，自分の身長を60人の身長の平均値と比べて次のように考えた。

階級(cm)	度数(人)
以上　未満	
145～150	5
150～155	8
155～160	9
160～165	7
165～170	18
170～175	11
175～180	2
計	60

〔ともやさんの考え〕
自分の身長164cmは平均値より高いから，３年生60人の中で自分より身長が高い生徒は，60人の半数である30人より少ない。

ともやさんの考えが正しいとは言えない理由を，度数分布表をもとに説明しなさい。

〔　　　　　　　　〕

11 標本調査の利用　次の問いに答えなさい。

(1) ある工場で生産した部品9600個のうち，任意に250個を取り出して品質検査を行ったところ，不良品が４個ふくまれていた。9600個の部品の中に不良品は約何個ふくまれていると推測できますか。四捨五入して10個単位で答えなさい。

〔　　　　　　　　〕

(2) ある池で40匹の外来魚を捕獲し，その外来魚に目印をつけてからふたたび池に放した。後日，同じ池で60匹の外来魚を捕獲したところ，目印のついている外来魚が８匹ふくまれていた。この池には約何匹の外来魚が生息していると考えられますか。

〔　　　　　　　　〕

6 確率と統計〔総合〕

P.20

1 (1)10通り
(2)$\frac{2}{5}$
(3)$\frac{3}{10}$

2 (1)$\frac{1}{5}$
(2)$\frac{2}{5}$

3 $\frac{1}{5}$

解説

1 (1) 5枚のカードから2枚を選ぶ組み合わせは，右のように，全部で10通りある。

{$\boxed{1}$, $\boxed{2}$}，{$\boxed{1}$, $\boxed{3}$}，
{$\boxed{1}$, $\boxed{4}$}，{$\boxed{1}$, $\boxed{5}$}
{$\boxed{2}$, $\boxed{3}$}，{$\boxed{2}$, $\boxed{4}$}，
{$\boxed{2}$, $\boxed{5}$}
{$\boxed{3}$, $\boxed{4}$}，{$\boxed{3}$, $\boxed{5}$}
{$\boxed{4}$, $\boxed{5}$}

(2) 2枚のカードに書かれた数の和が3の倍数となるのは，
{$\boxed{1}$, $\boxed{2}$}→和が3　{$\boxed{1}$, $\boxed{5}$}→和が6　{$\boxed{2}$, $\boxed{4}$}→和が6
{$\boxed{4}$, $\boxed{5}$}→和が9
の4通りだから，求める確率は，$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$。

(3) 2枚のカードに書かれた数の積が奇数となるのは，
{$\boxed{1}$, $\boxed{3}$}→積が3　{$\boxed{1}$, $\boxed{5}$}→積が5　{$\boxed{3}$, $\boxed{5}$}→積が15
の3通りだから，求める確率は，$\frac{3}{10}$。

2 カードの取り出し方は，全部で，$5\times5=25$(通り)。
(1)$a=b$となるa，bの値の組(a，b)は，(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)の5通りある。
よって，求める確率は，$\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$。

(2)$a<b$となるa，bの値の組(a，b)は，右のように10通りある。
よって，求める確率は，$\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$。

$a=1$のとき→(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)
$a=2$のとき→(2，3)，(2，4)，(2，5)
$a=3$のとき→(3，4)，(3，5)
$a=4$のとき→(4，5)

3 さいころの出た目と5枚のカードの組み合わせは，全部で，$6\times5=30$(通り)。
カードに書かれた分数はすべて1より小さいので，さいころの出た目が4以下のとき，積が4以上になることはない。さいころの出た目が5のとき，積が4以上となるカードは$\frac{4}{5}$，$\frac{5}{6}$。さいころの出た目が6のとき，積が4以上となるカードは$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{5}{6}$。
よって，積が4以上となる場合は6通りあるので，求める確率は，$\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$。

P.21

4 (1)20通り
(2)$\frac{3}{5}$

解説

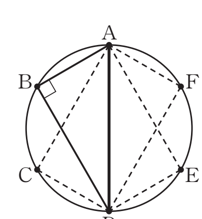
4 (1)A～Fの6枚のカードから3枚を選ぶ組み合わせは，次の20通りである。

ABC　ABD　ABE　ABF　ACD　ACE　ACF　ADE　ADF　AEF
BCD　BCE　BCF　BDE　BDF　BEF
CDE　CDF　CEF
DEF

A B C D E F　(重なりや落ちがないよう，左から右へ数えていくとよい。)

〈参考〉A～Fの6枚のカードから3枚を選び，順に並べるときの並べ方は，全部で，
$6\times5\times4=120$(通り)ある。
ただし，このとき，例えばA，B，Cの3枚のカードの並べ方について考えると，
ABC，ACB，BAC，BCA，CAB，CBA
のように，同じカードを使う並べ方が6通りあることがわかる。
したがって，A～Fの6枚のカードから3枚を選び，組み合わせるときの組み合わせは，全部で，
$120\div6=20$(通り)。

(2)半円の弧に対する円周角の大きさは90°であることから，3つの点のうち，2点を結ぶ線分が円の直径になれば，3点を結んでできる三角形が直角三角形になることがわかる。線分ADを直径にしたとき，残りの1点の選び方は，B，C，E，Fの4通り。
同様に，線分BE，CFを直径にしたときも，残りの1点の選び方は4通りずつあるから，A～Fの6つの点から3点を結んでできる三角形が直角三角形となるような点の選び方は，
$4\times3=12$(通り)である。
したがって，求める確率は，$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$。



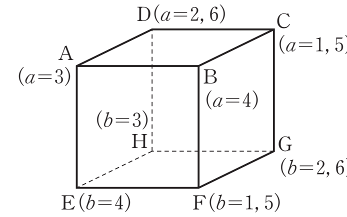
線分ADが円の直径のとき，
△ABD
△ACD
△AED
△AFD
は直角三角形になる。

5 (1) $\frac{7}{36}$

(2) $\frac{13}{36}$

6 $\frac{2}{9}$

5 大小２つのさいころの目の出方は，全部で，$6\times6=36$(通り)。大きいさいころの出た目の数をa，小さいさいころの出た目の数をbとして考えると，P，Qの位置とそのときのa，bの値は右の図のようになる。



(1)直線PQと直線DHが平行の位置になるのは，直線PQが直線AE，BF，CGと重なるときで，大小２つのさいころの目の出方(a，b)は次の７通りである。

AE…(3，4)　BF…(4，1)，(4，5)　CG…(1，2)，(1，6)，(5，2)，(5，6)

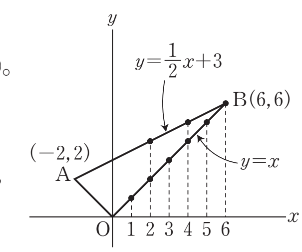
よって，求める確率は，$\frac{7}{36}$。

(2)直線PQと直線DHがねじれの位置になるのは，直線PQが，直線AF，AG，BE，BG，CE，CFと重なるときで，大小２つのさいころの目の出方(a，b)は次の13通りである。

AF…(3，1)，(3，5)　AG…(3，2)，(3，6)　BE…(4，4)　BG…(4，2)，(4，6)
CE…(1，4)，(5，4)　CF…(1，1)，(1，5)，(5，1)，(5，5)

よって，求める確率は，$\frac{13}{36}$。

6 大小２つのさいころの目の出方は，全部で，$6\times6=36$(通り)。
直線OBは原点Oと点B(6，6)を通る直線で，その式は，$y=x$……①。
点Pが直線①上にあるような(a，b)の値の組は，
(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6)の６通り。
また，直線ABは点A(−2，2)と点B(6，6)を通る直線で，その式は，
$y=\frac{1}{2}x+3$……②。



点Pが直線②上にあるような(a，b)の値の組は，(2，4)，(4，5)，(6，6)の３通り。
(6，6)を重複して数えないように注意すると，点Pが△OABの辺上にあるような(a，b)の値の組は，８通りである。よって，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$。

P.22

7 (1) 4

(2) $\frac{17}{18}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) $\frac{1}{18}$

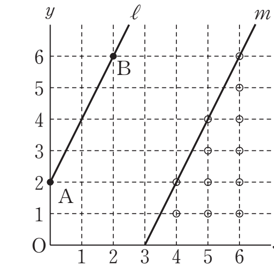
(解説)

7 (1)P(2，2)のとき，△PABは∠APB＝90°の直角三角形であるから，その面積は，$\frac{1}{2}\times2\times4=4$。

(2)さいころを２回投げるときの目の出方は，全部で，$6\times6=36$(通り)。Pが直線AB上の点となる，P(1，4)，P(2，6)のとき，３点P，A，Bを頂点とする三角形はできない。そのときの確率は，$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$。

よって，３点P，A，Bを頂点とする三角形ができる確率は，$1-\frac{1}{18}=\frac{17}{18}$。

(3)２点A，Bを通る直線をℓとする。直線ℓの左側に点Pがあるとき，P(1，5)，P(1，6)となるが，△PABの面積はどちらも８より小さいので問題に合わない。
次に，P(4，2)とすると，△APBの面積はP(2，2)のときの２倍の８となる。
P(4，2)を通り，直線ℓに平行な直線をmとすると，直線m上か，mより右側に点Pがあるならば，△PABの面積は８以上となる。
そのような点は右の図の○印をつけた12通りある。よって，求める確率は，$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$。



(4)・AP＝ABの直角二等辺三角形のとき：Pは，点Bを，点Aを回転の中心として90°だけ時計回りに回転移動させたP(4，0)となり，問題に合わない。
・BP＝BAの直角二等辺三角形のとき：Pは，点Aを，点Bを回転の中心として90°だけ反時計回りに回転移動させたP(6，4)となり，これは問題に合う。
・PA＝PBの直角二等辺三角形のとき：点(4，0)，(6，4)と，点A，Bを頂点とする四角形は正方形となる。よって，その対角線の交点をPとすると，△PABはPA＝PBの直角二等辺三角形となる。このときのPの座標は，P(3，3)であり，これは問題に合う。

よって，△PABが直角二等辺三角形になる場合は２通りだから，求める確率は，$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$。