第 3 講座　関数 $y=ax^2$

チェック1　2乗に比例する関数

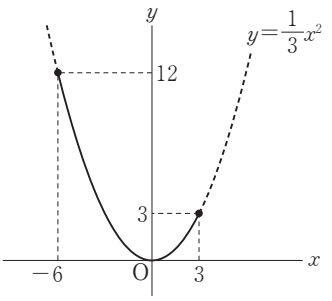
y は x の 2 乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=12$ である。このとき，y を x の式で表しなさい。

y は x の 2 乗に比例するから，$y=ax^2$ と表せる。
$x=-2$ のとき $y=12$ だから，これを代入すると，
$12=a\times(-2)^2$，$a=3$

答　$y=3x^2$

チェック2　$y=ax^2$ のグラフと変域

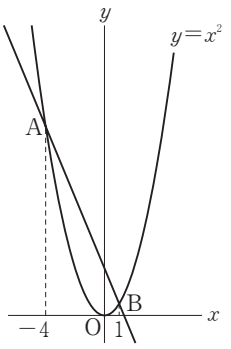
$y=\frac{1}{3}x^2$ $(-6\leqq x\leqq 3)$ のグラフと変域



このとき，y の変域は，$0\leqq y\leqq 12$ となる。

チェック3　放物線と直線

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点A，Bがあり，A，Bの x 座標はそれぞれ −4，1 である。直線 AB の式を求めなさい。



点A，Bの座標を求めてから，直線 AB の式を求める。

1　y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=36$ である。このとき，次の問いに答えなさい。

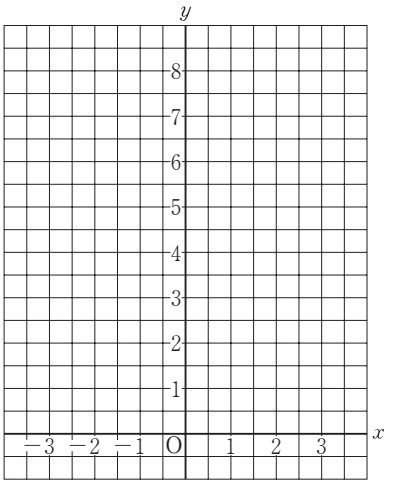
(1)　y を x の式で表しなさい。

〔　　〕

(2)　$x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

〔　　〕

2　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を，グラフをかいてから求めなさい。



〔　　〕

3　左の3について，次の問いに答えなさい。

(1)　点Aの座標を求めなさい。

〔　　〕

(2)　点Bの座標を求めなさい。

〔　　〕

(3)　直線 AB の式を求めなさい。

〔　　〕

練習問題

1　2乗に比例する関数　次の問いに答えなさい。

(1)　y は x の 2 乗に比例し，$x=-6$ のとき $y=24$ である。

①　y を x の式で表しなさい。　〔　　〕

②　$x=9$ のときの y の値を求めなさい。　〔　　〕

(2)　y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=-45$ である。

①　y を x の式で表しなさい。　〔　　〕

②　$x=-4$ のときの y の値を求めなさい。　〔　　〕

2　変域　次の場合について，y の変域を求めなさい。

(1)　関数 $y=x^2$ で，x の変域が $1 \leqq x \leqq 4$　〔　　〕

(2)　関数 $y=2x^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$　〔　　〕

(3)　関数 $y=-\frac{3}{4}x^2$ で，x の変域が $-6 \leqq x \leqq -2$　〔　　〕

(4)　関数 $y=-x^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$　〔　　〕

3　変化の割合　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で，x の値が 4 から 8 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

〔　　〕

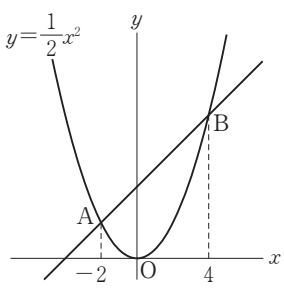
(2)　関数 $y=ax^2$ で，x の値が 1 から 5 まで増加するときの変化の割合が -9 であった。このとき，a の値を求めなさい。

〔　　〕

コーチ

関数 $y=ax^2$ で，
x の値が m から n まで増加するとき，
(変化の割合)$=a(m+n)$

4　放物線と直線　右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点A，Bがあり，A，Bの x 座標はそれぞれ -2，4 である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　2 点A，Bの座標を求めなさい。

A〔　　〕

B〔　　〕

(2)　直線 AB の式を求めなさい。

〔　　〕

(3)　△OAB の面積を求めなさい。

〔　　〕

STEP 問題

1 y は x の 2 乗に比例し，$x=4$ のとき $y=-12$ である。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

〔　　〕

(2) $y=-18$ となる x の値を求めなさい。

〔　　〕

(3) x の変域が $-5 \leqq x \leqq 8$ のときの y の変域を求めなさい。

〔　　〕

2 次の問いに答えなさい。

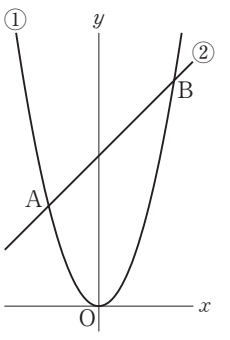
(1) x の値が -5 から -1 まで増加するとき，2 つの関数 $y=-3x+1$ と $y=ax^2$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

〔　　〕

(2) 関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ で，x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は 4 である。このとき，a の値を求めなさい。

〔　　〕

3 右の図のように，放物線 $y=x^2$…①と直線 $y=x+6$…②が 2 点A，Bで交わっている。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 2 点A，Bの座標を求めなさい。

A〔　　〕

B〔　　〕

(2) △OAB の面積を求めなさい。

〔　　〕

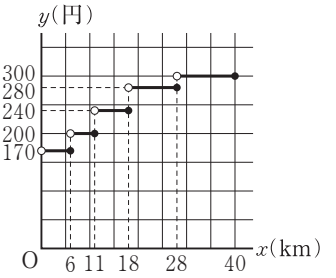
(3) 放物線のOからBの間に点Pをとり，△OAB と △PAB の面積を等しくする。このときの点Pの座標を求めなさい。

〔　　〕

コーチ

〈$y=ax^2$ と $y=mx+n$ の交点〉
$ax^2=mx+n$ を解くことで，交点の x 座標がわかる。

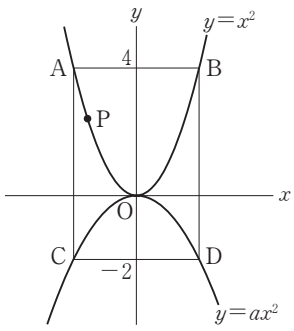
4 ある鉄道の運賃は，乗車する距離によって右のグラフのようになっている。Aさんは，この鉄道の沿線を 1 人で旅行するのに，鉄道を利用するか，120円分のガソリンで 10km 走ることができる自動車で行くかを決めようとしている。28km の距離を旅行するのには，どちらの移動手段の方が得か求めなさい。



〔　　〕

STEP UP 問題

1 右の図のように，2つの関数 $y=x^2$，$y=ax^2(a<0)$ のグラフがある。$y=x^2$ のグラフ上に2点A，B，$y=ax^2$ のグラフ上に2点C，Dを，四角形ACDBが長方形になるようにとる。2点A，Bの y 座標はともに4であり，2点C，Dの y 座標はともに -2 である。このとき，次の問いに答えなさい。



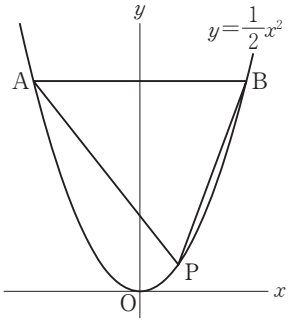
(1) a の値を求めなさい。

〔　　〕

(2) 点Pは，関数 $y=x^2$ のグラフ上の2点A，Bの間にあるとする。このとき，△PBDの面積が△PCDの面積の $\frac{3}{2}$ になるような点Pの x 座標を求めなさい。

〔　　〕

2 右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，y 軸について対称な2点A，Bと点Pがある。点Bの x 座標が4，点Pの x 座標が1であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) △APBの面積を求めなさい。

〔　　〕

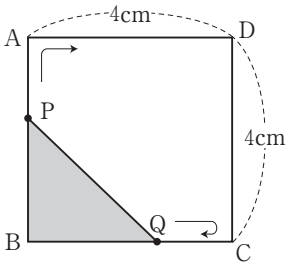
(2) 点Pを通って△APBの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

〔　　〕

(3) 放物線上に点Qをとり，△ABPと△AQPの面積が等しくなるようにしたい。点Qの座標を求めなさい。

〔　　〕

3 1辺が4cmの正方形ABCDがある。右の図のように，点P，QはBを同時に出発して，点Pは毎秒1cmの速さで辺BA，AD上をDまで動き，点Qは毎秒1cmの速さで辺BC上をCまで動き，Cで折り返して辺BC上をBまでもどる。点P，Qが出発してから x 秒後の△PBQの面積を y cm² とするとき，次の問いに答えなさい。



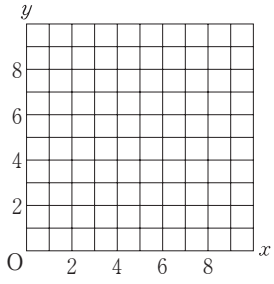
(1) x の変域が次の場合について，y を x の式で表しなさい。また，x と y の関係をグラフに表しなさい。

① $0 \leqq x \leqq 4$

〔　　〕

② $4 \leqq x \leqq 8$

〔　　〕



(2) $y=6$ となる x の値をすべて求めなさい。

〔　　〕