

## ⑧ 2次方程式の応用

▶ 練習問題 ⇒ P67

### 学習の基本 51 数に関する問題

**問題1** 差が5で、積が84になる2つの正の数を求めよ。

**解** 小さい方の数を  $x$  とすると、大きい方の数は  $x+5$  だから、方程式は、 $x(x+5)=84$   
これを解くと、 $x=7, -12$ 。 $x$  は正の数だから、 $x=7$ 。大きい方の数は、 $7+5=12$

**答** 7と12

**問題2** 連続する3つの自然数がある。最大の数の2乗は他の2つの数の和の7倍より3小さい。  
この3つの数を求めよ。

**解** 最小の自然数を  $x$  とすると、連続する3つの自然数は、 $x, x+1, x+2$  と表されるから、方程式は、 $(x+2)^2=7\{x+(x+1)\}-3$ 。これを解くと、 $x=0, 10$ 。 $x$  は自然数だから、 $x=10$   
連続する3つの自然数は、10, 11, 12

**答** 10, 11, 12

**205** 次の問いに答えよ。

- (1) ある正の数の2乗は、もとの数の2倍より8だけ大きいという。もとの数を求めよ。
- (2) 差が3で、積が40になる2つの負の数を求めよ。
- (3) 和が6で、積が-6になる2つの数を求めよ。

**206** 次の問いに答えよ。

- (1) 連続する3つの自然数がある。そのうちの最小の数と最大の数の積は、3つの数の和の3倍より1小さい。この3つの数を求めよ。
- (2) 連続する3つの負の整数がある。それぞれの数の2乗の和は194である。この3つの数を求めよ。
- (3) 連続する3つの正の奇数がある。最小の数の2乗と最大の数の2乗の和は、真ん中の数の16倍より6小さい。この3つの数を求めよ。

**207** ある正の数に3を加えてから2乗するところを、3を加えてから誤って2倍したため、正しい答えより63だけ小さくなった。はじめの正の数を求めよ。

**208** ある正の数から5をひいてから2乗するところを、5をひいてから誤って2倍してしまっ  
 たが、結果は同じになった。はじめの正の数を求めよ。

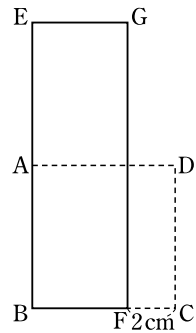
学習の基本 52 図形に関する問題

**問題** 右の図のように、正方形ABCDの縦の長さを2倍にし、横の長さを2cm短くして、長方形EBFGを作ったら、長方形の面積は $48\text{cm}^2$ になった。正方形ABCDの1辺の長さを求めよ。

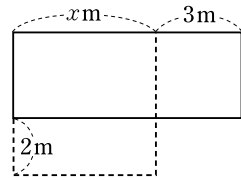
**解** 正方形ABCDの1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、 $EB=2x\text{cm}$ 、 $BF=x-2(\text{cm})$ だから、方程式は、  

$$2x(x-2)=48$$
  
 これを解くと、 $x=-4, 6$   
 $x>2$ だから、 $x=6$

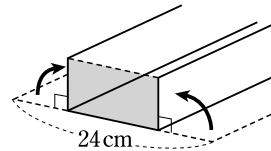
**答** 6cm



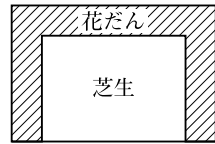
**209** ある学級の花だんは1辺 $x\text{m}$ の正方形であったが、縦を2m短くし、横を3m長くして長方形に作りかえたら、面積が $24\text{m}^2$ になった。 $x$ の値を求めよ。



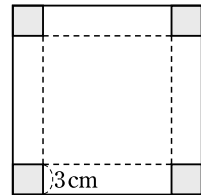
**210** 幅24cmのトタン板を、右の図のように、左右を同じ長さだけ折り曲げて雨どいを作ることにした。この雨どいの断面積を $54\text{cm}^2$ にするには、左右を何cmずつ折り曲げればよいか。



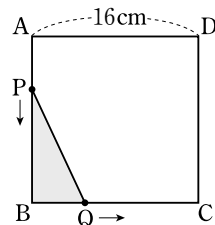
**211** 右の図のように、縦20m、横30mの長方形の土地に、同じ幅の花だんを作り、残りを芝生にした。芝生の面積を測ったところ、土地全体の面積の68%であった。花だんの幅を求めよ。



**212** 右の図のように、正方形の紙の4すみから1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器を作ったら、容積が $675\text{cm}^3$ になった。もとの正方形の紙の1辺の長さを求めよ。



**213** 1辺の長さが16cmの正方形ABCDがある。点PはAを出発して、辺AB上を毎秒1cmの速さでBまで動く。また、点Qは点PがAを出発するのと同時にBを出発して、Pと同じ速さで辺BC上をCまで動く。 $\triangle PBQ$ の面積が $28\text{cm}^2$ になるのは、点P、Qが出発してから何秒後か求めよ。



**学習の基本** 53 関数のグラフに関する問題

**問題** 3点O(0, 0), A(4, 0), B(1, 3)を頂点とする△OABがあり、点Pは辺AB上にある。線分PQがy軸に平行で、△PQAの面積が△OABの面積の $\frac{1}{3}$ のとき、点Qの座標を求めよ。

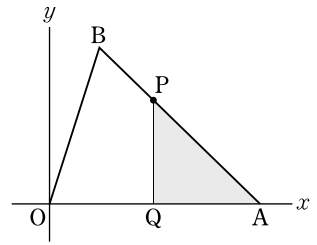
**解** 直線ABの式を $y=ax+b$ として、これに点A, Bの座標の値を代入すると、
$$\begin{cases} 0=4a+b \\ 3=a+b \end{cases}$$

この連立方程式を解くと、 $a=-1, b=4$ より、直線ABの式は、 $y=-x+4$   
点Qのx座標を $t$ とすると、点Pのy座標は $-t+4$ となるから、方程式は、

$$\frac{1}{2}(4-t)(-t+4) = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) \times \frac{1}{3} \text{ より, } t=2, 6$$

ここで、 $1 < t < 4$ だから、点Qのx座標は2

**答** (2, 0)

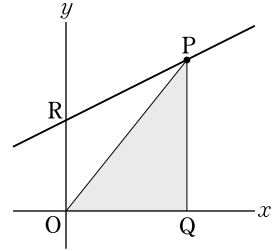


**214** 右の図で、点Pは関数 $y=\frac{1}{2}x+3$ のグラフ上の点で、そのx座標は $a$ である。また、点QはPからx軸にひいた垂線とx軸との交点である。 $a > 0$ のとき、座標軸の1目もりを1cmとして、次の問いに答えよ。

□(1) 点Pのy座標を $a$ の式で表せ。

□(2) △POQの面積が $9\text{cm}^2$ のとき、点Pの座標を求めよ。

□(3) 関数 $y=\frac{1}{2}x+3$ のグラフとy軸との交点をRとする。△POQの面積が△PORの面積より $16\text{cm}^2$ 大きくなる時の点Pの座標を求めよ。



**215** 3点A(0, 6), B(8, 2), C(6, 8)を頂点とする△ABCがある。

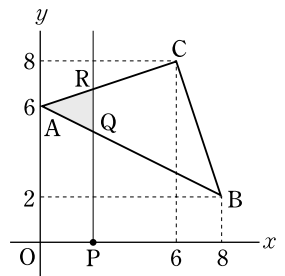
x軸上を動く点P( $t, 0$ )を通りy軸に平行な直線をひき、辺AB, ACとの交点をそれぞれQ, Rとする。

$t$ の値の範囲を $0 \leq t \leq 6$ として、次の問いに答えよ。

□(1) 線分PQの長さを $t$ の式で表せ。

□(2) △AQRの面積を $t$ の式で表せ。

□(3) 線分QRが△ABCの面積を2等分するとき、 $t$ の値を求めよ。



**学習の基本** 54 割合に関する問題

**問題** 原価200円の品物に原価の $2x$ 割の利益を見込んで定価をつけたが、大売り出しの日に、定価の $x$ 割だけ割引きして売ったところ、利益は24円であった。 $x$ の値を求めよ。

**解** 定価は $200\left(1+\frac{2x}{10}\right)$ 円、売り値は $200\left(1+\frac{2x}{10}\right)\left(1-\frac{x}{10}\right)$ 円だから、方程式は、

$$200\left(1+\frac{2x}{10}\right)\left(1-\frac{x}{10}\right)=200+24 \text{ より, } x=2, 3$$

**答**  $x=2, 3$

**216** 次の問いに答えよ。

□(1) 原価100円の品物に原価の $x$ 割の利益を見込んで定価をつけたが、古くなったので、定価の $x$ 割引きで売ったら、16円の損をした。 $x$ の値を求めよ。

☒ □(2) 原価40000円の品物に原価の $x\%$ の利益を見込んで定価をつけたが、大売り出しの日に、定価の $\frac{x}{2}\%$ だけ割引きして売ったところ、利益は4200円であった。はじめに見込んだ利益が原価の50%以下であるとき、 $x$ の値を求めよ。

☒ □(3) ある美術館の入館者数は、金曜日は800人であった。土曜日には金曜日より $x\%$ 多い人数が入館し、次の日曜日には土曜日より $x\%$ 多い人数が入館したという。日曜日の入館者数は1250人であった。土曜日の入館者数を求めよ。

**学習の基本** 55 公式に関する問題

**問題**  $n$ 角形の対角線は、 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 本ある。対角線が27本となるのは何角形か。

**解**  $n$ 角形とすると、 $\frac{1}{2}n(n-3)=27$ ,  $n(n-3)=54$ ,  $n^2-3n-54=0$ ,  $n=-6, 9$

$n$ は自然数で、 $n \geq 3$ だから、適するの $n=9$ 。よって、九角形である。

**答** 九角形

[注]  $n$ 角形という場合、図形が定義されるのは、 $n$ が3以上のときであることに注意する。

**217** 対角線の本数が次のようになる多角形は何角形か。

□(1) 20本

□(2) 35本

□(3) 65本

**218** 1から $n$ までの自然数の和は、 $\frac{1}{2}n(n+1)$ で求められる。和が次のようになるのは、1からいくつまでの自然数の和を求めたときか。

□(1) 55

□(2) 120

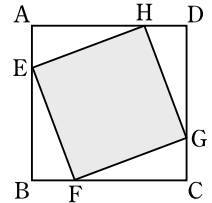
□(3) 210

# 練習問題

219 連続する4つの自然数のそれぞれの平方をつくり、その和を求めたら294になった。このとき、4つの自然数のうち最小の数を求めよ。

220 1辺の長さが15cmの正方形ABCDがある。右の図のように、4つの辺上に、点E, F, G, Hを、 $AE=BF=CG=DH$ となるようにとり、この4点を結ぶと、正方形EFGHができる。この正方形EFGHの面積が $125\text{cm}^2$ になるときのAEの長さを求めよ。

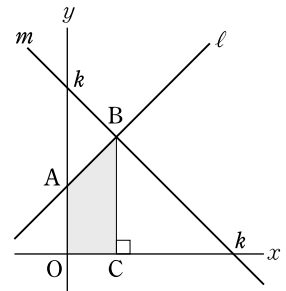
ただし、 $AE < EB$  とする。



221 右の図で、 $\ell$ は点A(0, 2)を通り、傾きが1の直線で、 $m$ は2点 $(k, 0)$ ,  $(0, k)$ を通る直線である。また、点Bは2直線 $\ell$ ,  $m$ の交点で、点Cは点Bから $x$ 軸にひいた垂線と $x$ 軸との交点である。

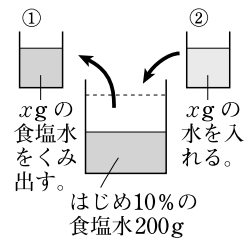
$k > 2$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点Bの座標を $k$ の式で表せ。
- (2) 台形OABCの面積が23のとき、 $k$ の値を求めよ。



222 10%の食塩水が200g入っている容器から $x$ gの食塩水をくみ出し、かわりに $x$ gの水を入れた。よくかき混ぜてから、また $x$ gの食塩水をくみ出し、かわりに $x$ gの水を入れた。このとき、食塩水中の食塩の量は5gになったという。次の問いに答えよ。

- (1) はじめの食塩水中の食塩の量を求めよ。
- (2) はじめにくみ出したあとの食塩水中の食塩の量を $x$ の式で表せ。
- (3)  $x$ の値を求めよ。



223  $n$ 個の自然数の3乗 $1^3, 2^3, 3^3, \dots, n^3$ の和は、 $\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$ で求められる。この和が、1から $n$ までの自然数の和の35倍より450大きいという。このとき、 $n$ の値を求めよ。

## 3章の確認

**224 2次方程式の解き方** 次の方程式を解け。

□(1)  $x^2 - 64 = 0$

□(2)  $(x+1)^2 = 6$

□(3)  $25(x-2)^2 = 16$

□(4)  $x^2 + 2x - 35 = 0$

□(5)  $x^2 - 9x + 20 = 0$

□(6)  $x^2 + 10x + 13 = 0$

□(7)  $7x^2 = 9x$

□(8)  $x^2 + 18x + 81 = 0$

□(9)  $9x^2 - 49 = 0$

□(10)  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{12} = 0$

□(11)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x = \frac{1}{8}\left(x^2 + \frac{1}{3}x\right)$

□(12)  $(x-8)(x+4) = 22-x$

□(13)  $(2x-3)^2 - 19 = 3(x^2 - 3x)$

□(14)  $(x-7)(x-5) + (x-4)(x+4) = 1$

□(15)  $(2x+1)^2 = x(2x+9) + 8$

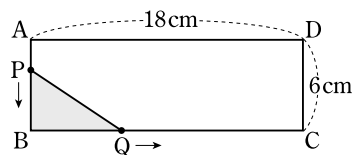
**225 2次方程式と解** 次の問いに答えよ。

□(1) 2次方程式  $x^2 + ax + 7(a-1) = 0$  の1つの解が  $-4$  であるとき、 $a$  の値と他の解を求めよ。

□(2)  $x$  についての1次方程式  $2x + 2a + 9 = x + 3a + 7$  の解が2次方程式  $x^2 + ax - 40 = 0$  の解であるとき、正の数  $a$  の値を求めよ。

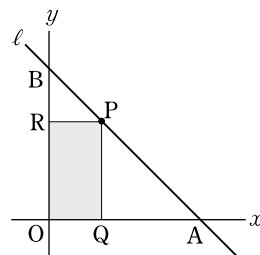
**226 2次方程式と図形** 右の図のような、縦6 cm、横18 cm

□の長方形ABCDがある。点Pは、辺AB上を毎秒1 cmの速さでAからBまで動き、点Qは、辺BC上を毎秒3 cmの速さでBからCまで動く。点P、Qが同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$ の面積が  $12 \text{ cm}^2$  になるのは何秒後か求めよ。



**227 2次方程式と関数** 右の図の直線  $l$  は関数  $y = -x + 8$  のグラフ

□で、 $x$  軸、 $y$  軸とそれぞれ点A、Bで交わっている。点Pは直線  $l$  上をBからAまで動く点である。点Pから  $x$  軸、 $y$  軸にひいた垂線をそれぞれPQ、PRとする。四角形OQPRの面積が15となるときの点Pの座標を求めよ。



# 章末問題

228 下の(ア), (イ)で解き方が正しいときは○を書き, 正しくないときは正しい解を求めよ。

□(ア)  $x^2=6x$  の解き方

両辺を  $x$  でわって,

$$x=6$$

(イ)  $2x^2+4x+2=0$  の解き方

両辺を 2 でわって,

$$x^2+2x+1=0$$

因数分解して,

$$(x+1)^2=0, x+1=0, x=-1$$

答え  $x=6$

答え  $x=-1$

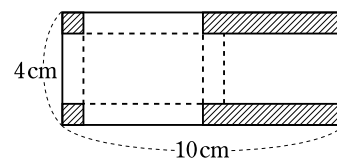
229 次の問いに答えよ。

□(1)  $n$  を整数とするとき,  $x$  についての 2 次方程式  $x^2-nx+12=0$  の 2 つの解がどちらも正の整数になったという。このときの  $n$  の値をすべて求めよ。

□(2)  $n$  を整数とするとき, 3 を  $n^2+n+1$  でわったらわり切れて, 商が正の整数になった。このときの  $n$  の値をすべて求めよ。

230 縦 4 cm, 横 10 cm の長方形の紙から, 右の図の斜線部分の

□ 2 つの正方形と 2 つの長方形を切り取り, 点線を折り目として折って直方体を作ったところ, その表面積が  $32\text{cm}^2$  になった。このとき, 切り取った正方形の 1 辺の長さを求めよ。



231 12% の食塩水が 600 g 入っている容器からある量の食塩水をくみ出し, そのかわりに同量

□ の水を入れてよくかき混ぜた。次に, 前にくみ出した量の 2 倍の食塩水をくみ出し, そのかわりに同量の水を入れてよくかき混ぜた。すると, この食塩水の濃度は 4.5% になった。はじめにくみ出した食塩水の量を求めよ。

232 右の表は, ある自動車の燃料を一杯にして一定の速さで走らせた

□ とき, どのくらいの時間走り続けることができるかを表したものである。速さが時速 72 km から時速 112 km までの範囲では, 速さを時速 1 km 増すごとに, 走行時間は一定の割合で減少するものとし, この範囲の速さで自動車を走らせることにする。

走行距離が 800 km になるときの時速を求めよ。

時 速	走行時間
72 km	11 時間
112 km	6 時間