❼ 立体の体積と表面積

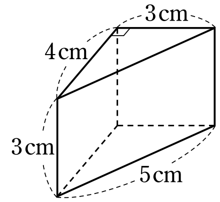
▶練習問題 ⇒ P55

学習の基本 32 角柱・円柱の体積と表面積

① 立体のすべての面の面積の和を**表面積**という。また，側面全体の面積を**側面積**，1つの底面の面積を**底面積**という。

② (柱体の体積)＝(底面積)×(高さ)，(柱体の表面積)＝(側面積)＋(底面積)×2

問題1 右の図の角柱の体積と表面積を求めよ。



解 体積…(底面積)×(高さ)＝$\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)\times3=6\times3=18$ (cm^3)

展開図で考えると，側面全体は長方形で，横の長さは，

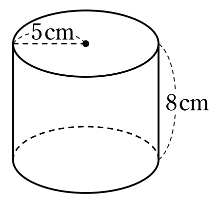
$3+4+5=12$ (cm)

側面積…$3\times12=36$ (cm^2)，底面積…6cm^2 より，

表面積…(側面積)＋(底面積)×2＝$36+6\times2=48$ (cm^2)

答 体積…18cm^3，表面積…48cm^2

問題2 右の図の円柱の体積と表面積を求めよ。



解 体積…(底面積)×(高さ)＝$(\pi\times5^2)\times8=25\pi\times8=200\pi$ (cm^3)

展開図で考えると，側面は長方形で，横の長さは，

$2\pi\times5=10\pi$ (cm)

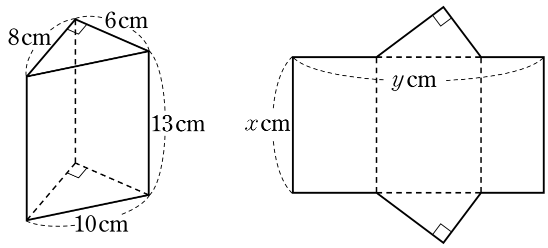
側面積…$8\times10\pi=80\pi$ (cm^2)，底面積…25π cm^2 より，

表面積…(側面積)＋(底面積)×2＝$80\pi+25\pi\times2=130\pi$ (cm^2)

答 体積…200π cm^3，表面積…130π cm^2

---

131 右の図は，三角柱とその展開図である。次の問いに答えよ。

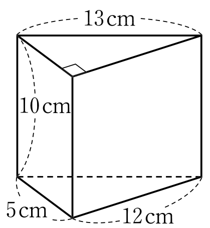


□(1) x，y の値を求めよ。

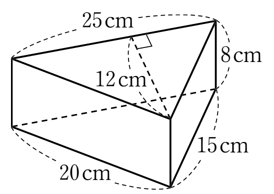
□(2) 体積と表面積を求めよ。

132 次の図の三角柱の体積と表面積を求めよ。

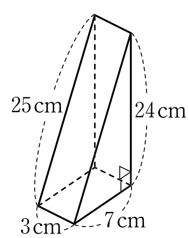
□(1)



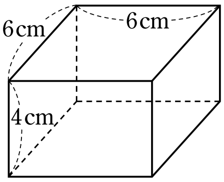
□(2)

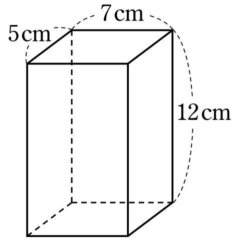


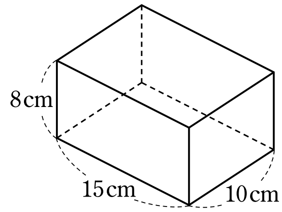
□(3)



133 次の図の直方体の体積と表面積を求めよ。

□(1)


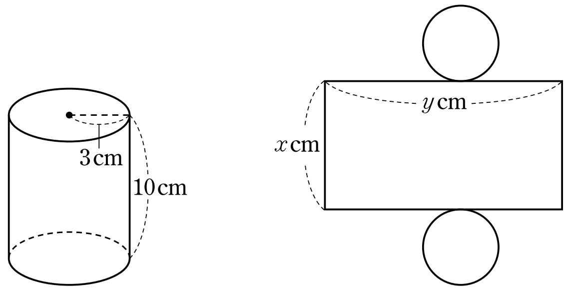
□(2)


□(3)


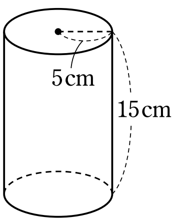
134 右の図は，円柱とその展開図である。
次の問いに答えよ。

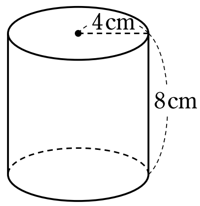
□(1)　x，y の値を求めよ。

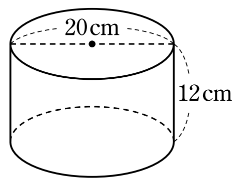
□(2)　体積と表面積を求めよ。



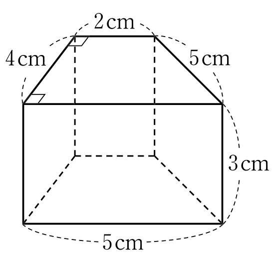
135 次の図の円柱の体積と表面積を求めよ。

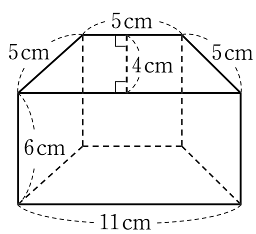
□(1)


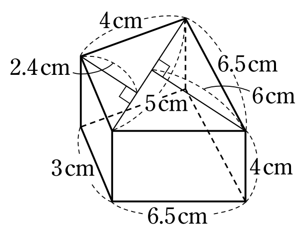
□(2)


□(3)


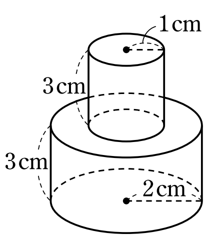
136 次の図の四角柱の体積と表面積を求めよ。

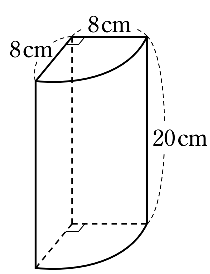
□(1)


□(2)


□(3)


137 次の図の立体の体積と表面積を求めよ。

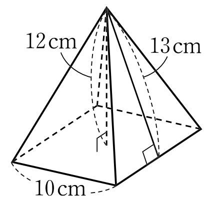
□(1)


応 □(2)


学習の基本 33 角錐の体積と表面積

（錐体の体積）$=\dfrac{1}{3}\times$（底面積）$\times$（高さ），（錐体の表面積）$=$（側面積）$+$（底面積）

問題 右の図の正四角錐の体積と表面積を求めよ。



解 体積…$\dfrac{1}{3}\times10^2\times12=400\ (\text{cm}^3)$

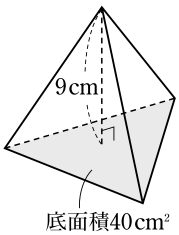
表面積…底面積は$100\,\text{cm}^2$。側面は合同な二等辺三角形だから，

$\left(\dfrac{1}{2}\times10\times13\right)\times4+100=360\ (\text{cm}^2)$

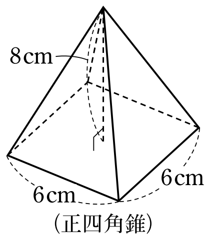
答 体積…$400\,\text{cm}^3$，表面積…$360\,\text{cm}^2$

138 次の図の角錐の体積を求めよ。

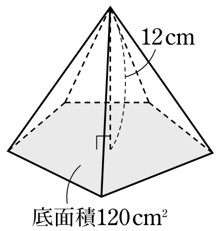
□(1)



□(2)

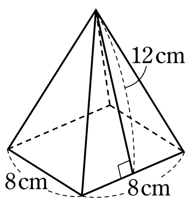


□(3)

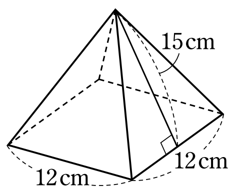


139 次の図の正四角錐の表面積を求めよ。

□(1)

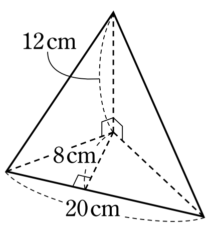


□(2)

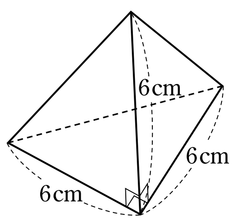


140 次の図の立体の体積を求めよ。

□(1)

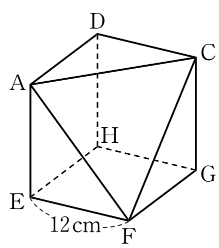


□(2)



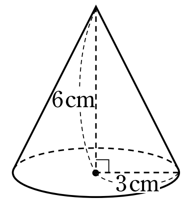
応 **141** 右の図のように，1辺12cmの立方体から，3点A，C，Fを通る平面で切ってできる2つの立体のうち，小さい方の立体を取り除いた。残った立体の体積を求めよ。

□



学習の基本 34 円錐の体積と表面積

問題１　**右の図の円錐の体積を求めよ。**



解　(錐体の体積)$=\dfrac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)より，

$\dfrac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times6=18\pi$ (cm^3)

答　18π cm^3

---

①　(錐体の表面積)＝(側面積)＋(底面積)

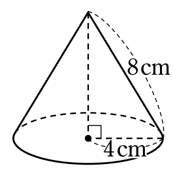
②　円錐の底面の周の長さ(側面の扇形の弧の長さ)を ℓ，母線の長さを R，側面積を S とすると，

$\boldsymbol{S=\dfrac{1}{2}\ell R}$

③　円錐の底面の半径を r とすると，②より，$S=\dfrac{1}{2}\times\overbrace{2\pi r}^{\ell=2\pi r}\times R$，すなわち，$\boldsymbol{S=\pi rR}$

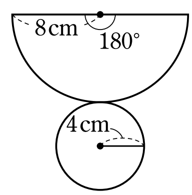
④　側面の扇形の中心角は，$\boldsymbol{\dfrac{r}{R}\times360^\circ}$

問題２　**右の図の円錐の表面積を求めよ。**



解　側面の扇形の中心角を a° とすると，

$2\pi\times8\times\dfrac{a}{360}=2\pi\times4$，$a=180$。展開図は右下のようになる。



側面積…$\pi\times8^2\times\dfrac{180}{360}=32\pi$ (cm^2)，底面積…$\pi\times4^2=16\pi$ (cm^2)

表面積…(側面積)＋(底面積)$=32\pi+16\pi=48\pi$ (cm^2)

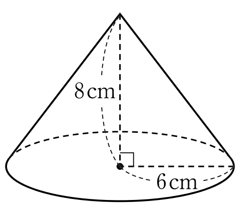
〔注〕　側面積は上の③の公式を用いると，$\pi\times4\times8=32\pi$ (cm^2) と求められる。

また，中心角は上の④の公式を用いると，$\dfrac{4}{8}\times360^\circ=180^\circ$ と求められる。

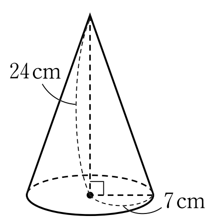
答　48π cm^2

142 次の図の円錐の体積を求めよ。

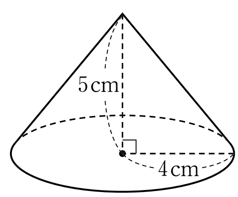
□(1)



□(2)



□(3)



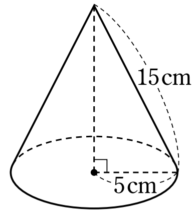
143 右の図の円錐について，次の問いに答えよ。

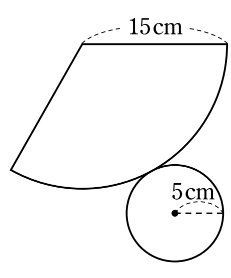
□(1)　底面積を求めよ。

□(2)　側面の扇形の中心角を求めよ。

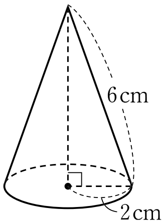
□(3)　側面積を求めよ。

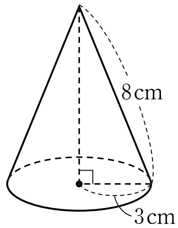
□(4)　表面積を求めよ。

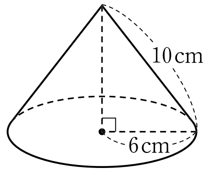




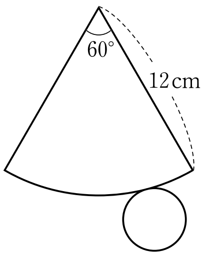
144 次の図の円錐の表面積を求めよ。

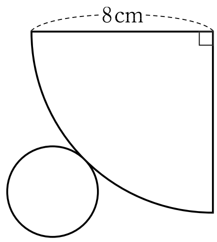
□(1)


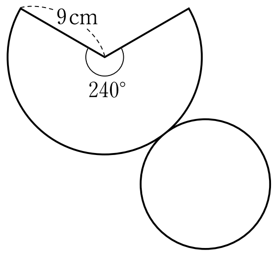
□(2)


□(3)


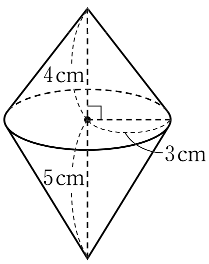
145 展開図が次のようになる円錐の表面積を求めよ。

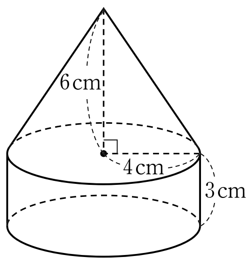
□(1)


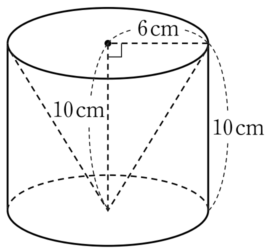
□(2)


□(3)


146 次の図のような立体の体積を求めよ。

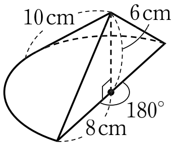
□(1)


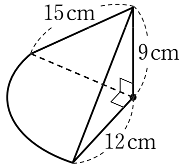
□(2)


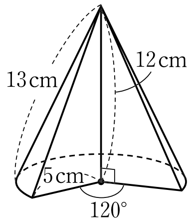
□(3)


(円柱から円錐を
くりぬいた立体)

応 **147** 次の図のような立体の体積と表面積を求めよ。

□(1)


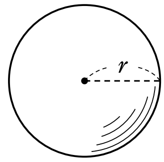
□(2)


□(3)


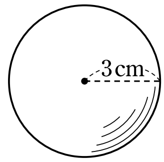
学習の基本 35 球の体積と表面積

半径 r の球の体積を V，表面積を S とすると，

$$\boldsymbol{V=\frac{4}{3}\pi r^3} \qquad \boldsymbol{S=4\pi r^2}$$



問題　**半径 3 cm の球の体積と表面積を求めよ。**

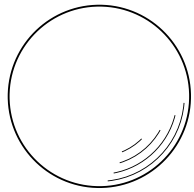


解　体積は，$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi$ (cm^3)

表面積は，$4\pi\times3^2=36\pi$ (cm^2)

答　体積…36π cm^3，表面積…36π cm^2

148 次のような球の体積と表面積を求めよ。

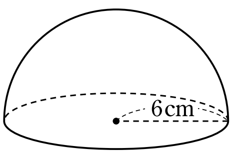


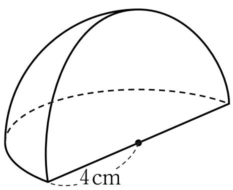
□(1)　半径 2 cm の球　　■(2)　半径 9 cm の球

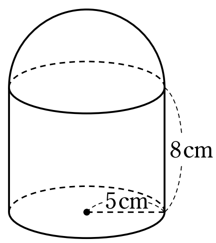
■(3)　直径 8 cm の球　　□(4)　直径 20 cm の球

149 次の図のような立体の体積と表面積を求めよ。

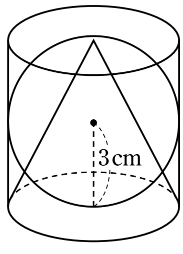
□(1)　半球　　■(2)　球の $\frac{1}{4}$　　■(3)　半球と円柱を組み合わせた立体







150 半径 3 cm の球と，その球がちょうど入る円柱，その円柱にちょうど入る円錐がある。このとき，次の問いに答えよ。



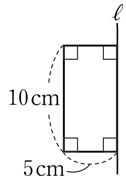
■(1)　球と円柱と円錐の体積の比を「球：円柱：円錐」として表せ。

■(2)　球と円柱の表面積の比を「球：円柱」として表せ。

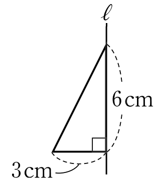
学習の基本 36 回転体の体積

問題　次の図形を，直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

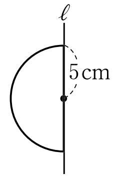
(1)　長方形



(2)　直角三角形



(3)　半円



解　(1)右の図のような円柱ができる。

$(\pi\times5^2)\times10=250\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

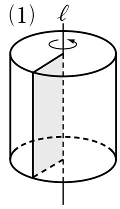
(2)右の図のような円錐ができる。

$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times6=18\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

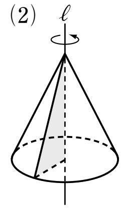
(3)右の図のような球ができる。

$\frac{4}{3}\pi\times5^3=\frac{500}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

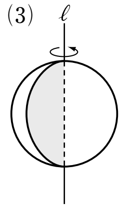
(1)



(2)



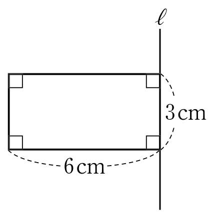
(3)



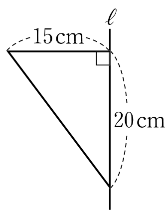
答　(1)　$250\pi\ \mathrm{cm}^3$　(2)　$18\pi\ \mathrm{cm}^3$　(3)　$\frac{500}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

151 次の平面図形を，直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

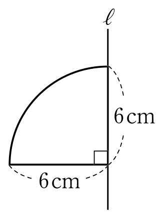
□(1)



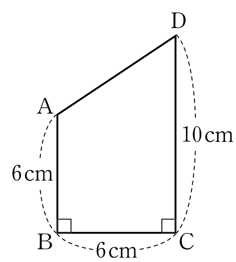
□(2)



□(3)



152 右の図のような台形ABCDがある。次の問いに答えよ。



□(1)　辺DCを軸として1回転させてできる立体について答えよ。

①　見取図をかけ。

②　できた立体の体積を求めよ。

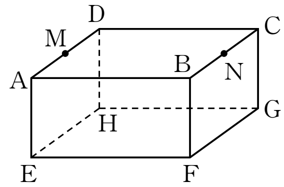
□(2)　辺ABを軸として1回転させてできる立体について答えよ。

①　見取図をかけ。

②　できた立体の体積を求めよ。

学習の基本 37 切断と体積(1)

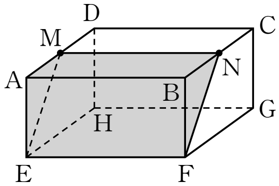
問題 **右の図は，AB＝6cm，AD＝6cm，AE＝3cm の直方体である。辺ADの中点をM，辺BCの中点をNとし，この直方体を次の平面で切るとき，頂点Aをふくむ方の立体の体積を求めよ。**



(1)　3点M，N，Eを通る平面

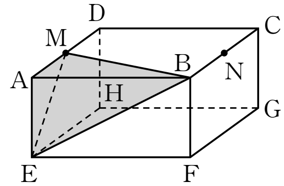
(2)　3点M，B，Eを通る平面

解 (1)右の図のような三角柱AEM−BFNとなり，△BFNを底面とみると高さはABだから，体積は，



$\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times6=27\ (\mathrm{cm}^3)$

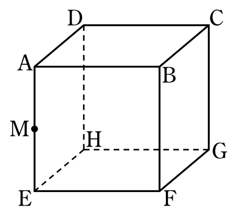
(2)右の図のような三角錐E−ABMとなり，△ABMを底面とみると高さはAEだから，体積は，



$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times3\right)\times3=9\ (\mathrm{cm}^3)$

答 (1)　27 cm³　　(2)　9 cm³

153 右の図は1辺が4 cmの立方体で，点Mは辺AEの中点である。この立方体を次の平面で切るとき，頂点Aをふくむ方の立体の体積を求めよ。

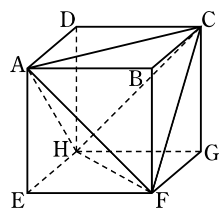


□(1)　3点M，B，Dを通る平面

□(2)　3点M，F，Gを通る平面

□(3)　3点M，D，Fを通る平面

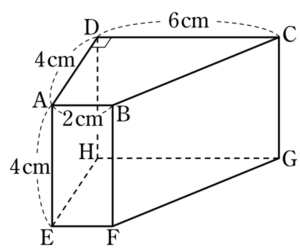
154 右の図のような，1辺が3 cmの立方体がある。これを図のように，平面AFC，平面AHF，平面ACH，平面CFHで切ると，4点A，C，F，Hを頂点とする立体ができる。これについて，次の問いに答えよ。



□(1)　立体ACFHの名称を答えよ。

□(2)　立体ACFHの体積を求めよ。

155 右の図のように，底面が台形である四角柱があり，AB∥DC，∠CDA＝90°，AB＝2 cm，DC＝6 cm，DA＝4 cm，AE＝4 cmである。このとき，次の問いに答えよ。



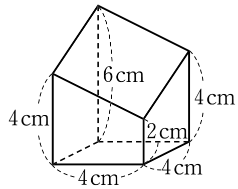
□(1)　この四角柱の体積を求めよ。

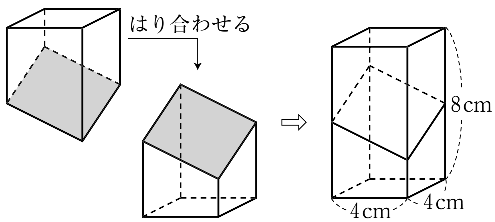
□(2)　この四角柱を，3点A，E，Cを通る平面で切ったとき，頂点Dをふくむ方の立体の体積と，頂点Bをふくむ方の立体の体積の差を求めよ。

学習の基本 38 切断と体積(2)

(1) はり合わせ

右の図は，直方体を１つの平面で切断してできた立体である。この立体の体積は，下の図のように，同じ立体を２つはり合わせてできる直方体の体積の半分として求められる。

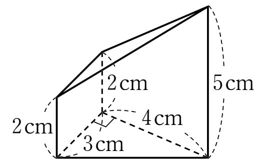


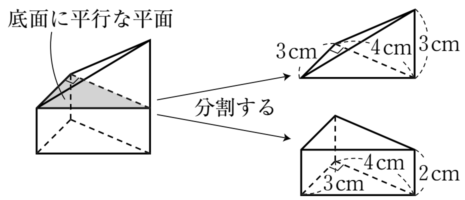


求める体積は，$(4\times4\times8)\div2=64\,(\text{cm}^3)$

(2) 立体の分割

右の図は，三角柱を１つの平面で切断してできた立体である。この立体の体積は，下の図のように，三角錐と三角柱に分割して求められる。



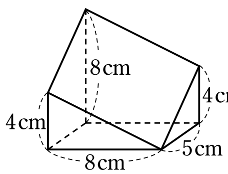


求める体積は，

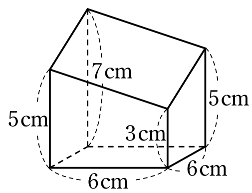
$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)\times3+\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)\times2=18\,(\text{cm}^3)$$

156 次の図は，直方体や円柱を１つの平面で切断してできた立体である。それぞれの体積を求めよ。

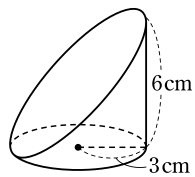
□(1)



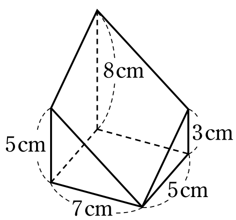
□(2)



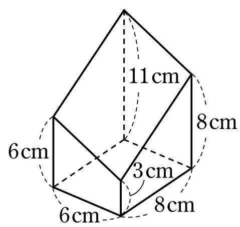
□(3)



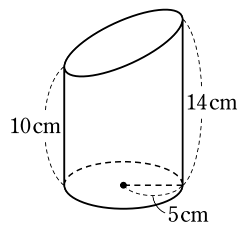
□(4)



□(5)

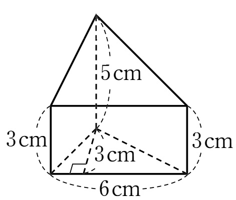


応 □(6)

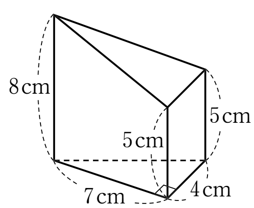


157 次の図は，三角柱を１つの平面で切断してできた立体である。それぞれの体積を求めよ。

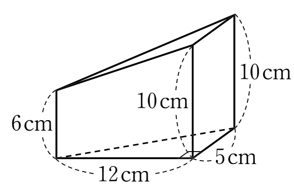
□(1)



□(2)



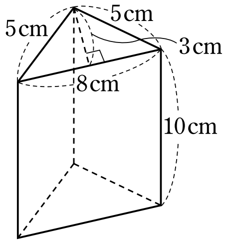
応 □(3)



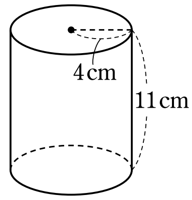
●●●●●● 練習問題 ●●●●●●　7　立体の体積と表面積

158 次の図の立体の体積と表面積を求めよ。

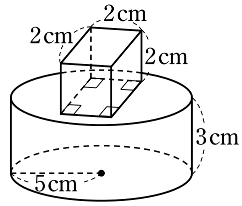
□(1)



□(2)

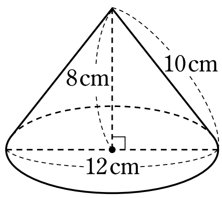


□(3)

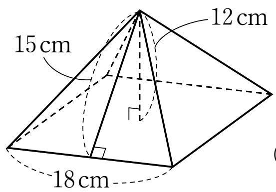


159 次の図の立体の体積と表面積を求めよ。

□(1)



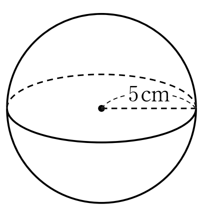
□(2)



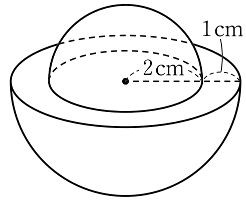
（正四角錐）

160 次の図の立体の体積と表面積を求めよ。

□(1)　球

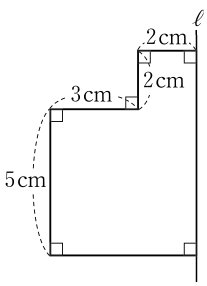


□(2)　半球を 2 つ組み合わせた立体

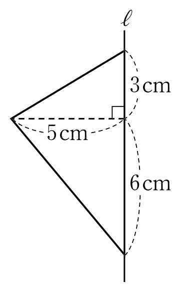


161 次の平面図形を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

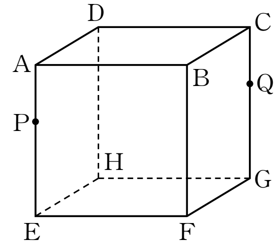
□(1)



□(2)

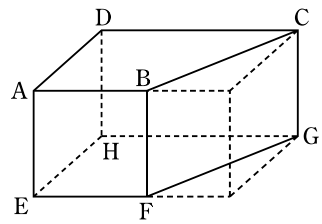


応 **162** 右の図は，1 辺が 8 cmの立方体で，点P，Qはそれぞれ辺AE，CG上の点であり，AP＝CQ＝3cm である。この立方体を 3 点D，P，Qを通る平面で切るとき，頂点Eをふくむ方の立体の体積を求めよ。
□



2章の確認

163 直線と平面の位置関係　右の図は，直方体を１つの平面で切ってできた立体であり，AE∥BF である。次の問いに答えよ。



□(1)　辺DCと平行な辺は何本あるか。

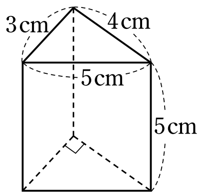
□(2)　辺DCとねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

□(3)　辺EFと垂直な面を答えよ。

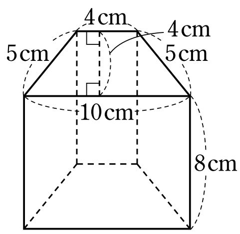
□(4)　面AEHDと平行な面はあるか。

164 角柱・円柱　次のような角柱や円柱の体積と表面積を求めよ。

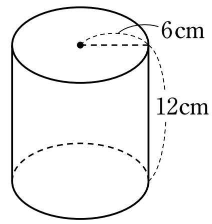
□(1)



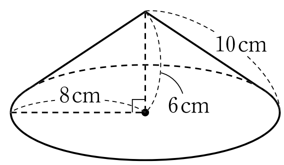
□(2)



□(3)



165 円錐　右の図のような底面の円の半径が８cm，高さが６cm，母線の長さが10cmの円錐について，次の問いに答えよ。



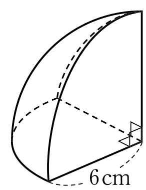
□(1)　この円錐の体積を求めよ。

□(2)　側面の扇形の中心角を求めよ。

□(3)　この円錐の表面積を求めよ。

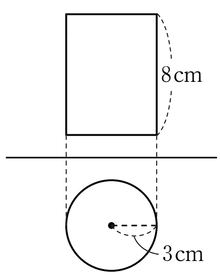
166 球　右の図は，球を８等分してできた立体の１つである。この立体の体積と表面積を求めよ。

□

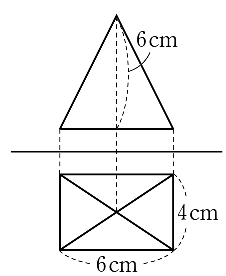


167 投影図　次の投影図で表された立体の名称を答えよ。また，体積を求めよ。

□(1)



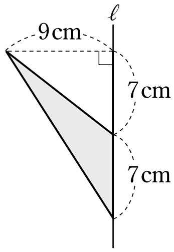
□(2)



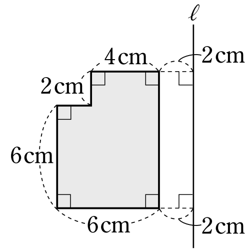
章末問題

168 次のような図形を，直線 ℓ を軸として１回転させてできる立体の体積を求めよ。

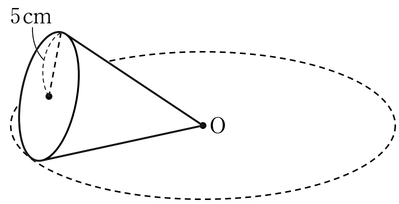
□(1)



□(2)



応 **169** 右の図のように，底面の半径が５cmの円錐を，頂点Oを中心として平面上で転がしたところ，円錐は点線で示した円の上を１周してもとの場所にもどるまでにちょうど３回転した。この円錐について，次の問いに答えよ。



□(1)　母線の長さを求めよ。

□(2)　表面積を求めよ。

応 **170** 右の図１は，AB＝3cm，AC＝4cm，∠BAC＝90°，BE＝6cmの三角柱であり，AP＝BQ＝FR＝2cm である。図２は，図１の三角柱を３点P，Q，Rを通る平面で２つに分けた立体のうち，点Dをふくむ方の立体である。
　図２の立体について，次の問いに答えよ。

図１

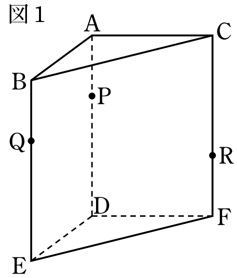
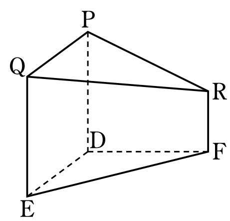


図２



□(1)　辺QRとねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

□(2)　この立体の体積を求めよ。

応 **171** 右の図は，１辺が６cmの立方体で，点M，Nはそれぞれ辺AB，BCの中点である。次の問いに答えよ。

□(1)　△FMNと△DMNが合同であることを利用して，△FMNの面積を求めよ。

□(2)　３点F，M，Nを通る平面と点Bの距離を求めよ。