18　連立不等式　　4章　不等式

106　連立不等式の解き方①

①　２つ以上の不等式を組み合わせたものを**連立不等式**という。

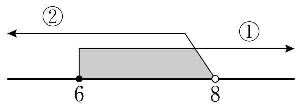
②　連立不等式を解くには，それぞれの不等式を解いて，それらの解の共通の範囲を求める。

連立不等式 $\begin{cases} 2x-3 \geqq 9 \\ x+3<11 \end{cases}$ を解け。

解　$2x-3 \geqq 9$ を解いて，$x \geqq 6$ ……①

$x+3<11$ を解いて，$x<8$ ……②

①，②の共通範囲を求めて，$\boldsymbol{6 \leqq x < 8}$



407　次の連立不等式を解け。

□(1)　$\begin{cases} 5x-8<2 \\ 7-3x<16 \end{cases}$

□(2)　$\begin{cases} 7x-12 \geqq 2x+3 \\ 5x+1>x+25 \end{cases}$

□(3)　$\begin{cases} 3x \geqq -5 \\ 4x-1 \leqq 11 \end{cases}$

□(4)　$\begin{cases} 6x+1 \leqq 7x+2 \\ 2x+4>-3x-6 \end{cases}$

□(5)　$\begin{cases} 2x-5<3x-2 \\ 6x-5 \leqq 2x+7 \end{cases}$

□(6)　$\begin{cases} 5x-2 \leqq 8 \\ x<6x-5 \end{cases}$

□(7)　$\begin{cases} 7x-3 \leqq 2(x+6) \\ 2x-6<5x-3 \end{cases}$

応□(8)　$\begin{cases} 3(x-1)>2(2x-1) \\ 5x+2 \leqq 2(x-2) \end{cases}$

408　次の連立不等式を解け。

□(1)　$\begin{cases} 0.6x+0.1 \geqq 1.9 \\ 0.7x-0.1>0.2x+2.4 \end{cases}$

□(2)　$\begin{cases} 0.25x-0.18 \leqq 0.6-0.14x \\ 3x+1 \leqq 5x-1 \end{cases}$

□(3)　$\begin{cases} 0.2x-1<0.7x-2 \\ 2.3x-1.4 \leqq 0.7(2x+7) \end{cases}$

応□(4)　$\begin{cases} 0.2(x-1)<0.5x-0.5 \\ 0.2x+0.7 \geqq 0.4x-0.5 \end{cases}$

□(5)　$\begin{cases} x-5<3x+4 \\ \dfrac{3}{2}x+1<1-\dfrac{x}{3} \end{cases}$

□(6)　$\begin{cases} 3x-\dfrac{5}{2} \leqq \dfrac{1}{2}x+3 \\ 7x+5<2x-6 \end{cases}$

応□(7)　$\begin{cases} \dfrac{8x+12}{5}<x+\dfrac{3}{2} \\ 5-7x>-x-3 \end{cases}$

応⁺□(8)　$\begin{cases} \dfrac{9}{4}x-\dfrac{3}{2}>2x-7 \\ \dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{6} \leqq -\dfrac{1}{3}x-\dfrac{5}{2} \end{cases}$

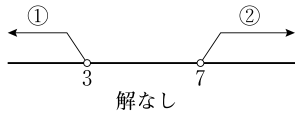
107　連立不等式の解き方②

連立不等式 $\begin{cases} 5-3x>-4 \\ 2x-5>9 \end{cases}$ を解け。

解　$5-3x>-4$ を解いて，$x<3$ ……①

$2x-5>9$ を解いて，$x>7$ ……②

①，②の共通範囲はないので，**解なし**



〔注〕 このように，連立不等式は解をもたない場合がある。

409 次の連立不等式を解け。

□(1) $\begin{cases} 5x>6x+2 \\ 4x+3>3x+2 \end{cases}$　　□(2) $\begin{cases} 2(x+5)\leqq 4x-7 \\ 7x+4>3x-8 \end{cases}$

□(3) $\begin{cases} 0.8x+0.7>0.4x-0.9 \\ 0.3(2x+1)+0.2x<0.3 \end{cases}$　　□(4) $\begin{cases} 3(x-5)>4x \\ 0.1x+0.1\leqq 0.2(x-2) \end{cases}$

□(5) $\begin{cases} \dfrac{4-x}{3}\leqq 2 \\ \dfrac{3x-10}{2}\leqq x-6 \end{cases}$　　応□(6) $\begin{cases} \dfrac{3}{4}x-\dfrac{5}{6}<\dfrac{2}{3}x-1 \\ \dfrac{1}{3}\leqq \dfrac{2x+8}{3}-\dfrac{-3x+1}{2} \end{cases}$

108　連立不等式の解き方③

連立不等式　$3x-1<2x\leqq 5+3x$　を解け。

解　$3x-1<2x$ ……①，$2x\leqq 5+3x$ ……②として，①を解くと，$x<1$。②を解くと，$x\geqq -5$

よって，①，②の共通範囲は，$\boldsymbol{-5\leqq x<1}$

〔注〕 $A<B<C \Rightarrow \begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ として解く。

410 次の連立不等式を解け。

□(1) $6x-9\leqq 3x<-10-2x$　　□(2) $2x+14>-3x-1\geqq 5x+7$

□(3) $0.5x-0.3<0.2x-0.9\leqq 0.5x$　　□(4) $-0.6x-3.6<0.3(x+6)\leqq 0.1x+1.2$

□(5) $\dfrac{1}{2}x-\dfrac{8}{3}>-x+\dfrac{2}{3}>\dfrac{1}{3}x-5$　　応□(6) $\dfrac{x+2}{3}\geqq \dfrac{-x+1}{3}>\dfrac{x}{2}-3$

411 右の例にならって，次の連立不等式を解け。

□(1) $-1\leqq \dfrac{x+5}{3}\leqq 1$

□(2) $-3\leqq 7-2x<11$

応□(3) $5<3x-6\leqq 15$

応□(4) $-8<\dfrac{5}{3}(x-2)-\dfrac{x}{3}<\dfrac{4}{3}$

（例）　$2\leqq \dfrac{x}{3}+\dfrac{5-x}{4}\leqq 6$
各辺に 12 をかける
$24\leqq 4x+3(5-x)\leqq 72$
$24\leqq x+15\leqq 72$
各辺から 15 をひく
$9\leqq x\leqq 57$

109　解の個数

連立不等式 $\begin{cases} 6x-4<9x-12 \\ \dfrac{3x-2}{2}<4+\dfrac{2}{3}x \end{cases}$ を満たす整数 x の個数を求めよ。

解　$6x-4<9x-12$ を解いて，$x>\dfrac{8}{3}$ ……①。$\dfrac{3x-2}{2}<4+\dfrac{2}{3}x$ を解いて，$x<6$ ……②

①，②の共通範囲を求めて，$\dfrac{8}{3}<x<6$。この範囲にある整数は，3，4，5 の **3 個**

412　次の連立不等式を満たす整数 x の個数を求めよ。

□(1)　$\begin{cases} 4x-5>2x-9 \\ x+3\leqq 4 \end{cases}$　　□(2)　$\dfrac{x-4}{2}<\dfrac{-3x+2}{3}<x+6$

□(3)　$\begin{cases} 2(2x-3)-1.5(x+2)<80.5 \\ \dfrac{x-2}{5}-\dfrac{x-3}{3}<4 \end{cases}$　　□(4)　$-50<\dfrac{5-3x}{4}<40$

413　次の問いに答えよ。

□(1)　ある整数を 3 倍して 6 をひくと 37 より大きくなる。また，もとの数に 2 を加えて 4 倍すると 70 より小さくなる。ある整数を求めよ。

応□(2)　ある整数から 2 をひいてから 5 倍したら 20 より小さくなる。また，もとの数を 2 倍して 7 を加えると 10 より大きくなる。ある整数を求めよ。

110　文字の値に関する問題

x についての連立不等式 $\begin{cases} 7x-8\leqq 6+5x \\ 5x-a\geqq 2x-2 \end{cases}$ を満たす整数 x の個数が 4 個となるような a の値の範囲を求めよ。

解　$7x-8\leqq 6+5x$ を解いて，$x\leqq 7$ ……①。$5x-a\geqq 2x-2$ を解いて，$x\geqq\dfrac{a-2}{3}$ ……②

①，②をともに満たす整数が 7，6，5，4 の 4 個だけであればよい。

よって，$3<\dfrac{a-2}{3}\leqq 4$ より，$\boldsymbol{11<a\leqq 14}$

414　次の問いに答えよ。

応□(1)　x についての連立不等式 $\begin{cases} 3(x-6)\leqq 5(x-5) \\ x<-3x+12a \end{cases}$ を満たす整数 x の個数が 2 個となるような a の値の範囲を求めよ。

応□(2)　x についての連立不等式 $\begin{cases} 3x+a\geqq 2x-5 \\ \dfrac{x-1}{2}\geqq\dfrac{2x+2}{3}+a \end{cases}$ の解が存在しないような a の値の範囲を求めよ。

111　連立不等式の利用

1個250円のケーキと1個350円のケーキを合わせて15個買い，代金を5000円以下にしたい。350円のケーキを250円のケーキより多く買うとき，350円のケーキは何個以上何個以下か。

解　350円のケーキを x 個買うとすると，$\begin{cases} 15-x<x \\ 250(15-x)+350x \leqq 5000 \end{cases}$ より，$7\frac{1}{2}<x \leqq 12\frac{1}{2}$

これを満たす自然数は8以上12以下で，ケーキを8個以上12個以下買うことは問題に適している。よって，**8個以上12個以下**

415　次の問いに答えよ。

□(1)　1個120円のりんごと1個80円のみかんを合わせて15個買い，その代金を1500円以上1600円以下にしたい。りんごは何個以上何個以下か。

□(2)　80円のボールペンと50円の鉛筆を合わせて30本買い，代金を2000円以下にしたい。80円のボールペンの本数を50円の鉛筆の本数より多くするとき，80円のボールペンは何本買えるか。

□(3)　あるグループに，お菓子を3個ずつ配ると11個余るが，5個ずつ配ると最後の1人は数が足りなくなるという。このグループの人数は何人か。

416　次の問いに答えよ。

□(1)　10％の食塩水が500gある。水を加えて5％以上8％以下の食塩水にしたい。加える水は何g以上何g以下か。

□(2)　8％の食塩水が300gある。食塩を加えて12％以上15％以下の食塩水にしたい。加える食塩は何g以上何g以下か。

応□(3)　7％の食塩水と12％の食塩水を混ぜ合わせて，800gの食塩水を作りたい。できた食塩水にふくまれる食塩の量を70g以上80g以下にするには，7％の食塩水は何g以上何g以下にすればよいか。

417　次の問いに答えよ。

□(1)　25kmの道のりを自転車で行くとき，はじめは時速12kmで走り，途中から時速15kmで走る。目的地に着くまでの所要時間を1時間45分以上2時間以下にしたい。時速12kmで走る道のりは何km以上何km以下か。

応□(2)　右の表は，食品A，Bそれぞれ1包当たりの熱量とカルシウムの量を示したものである。この食品A，Bを合わせて30包使うとき，熱量の合計が3000kcal以上，カルシウムが560mg以下となるようにしたい。食品Aは何包使うか。

	熱量 (kcal)	カルシウム (mg)
A	110	20
B	70	14

応□(3)　ケーキが200個ある。これを余りの出ないように3個入りの箱と5個入りの箱につめて売りたい。3個入りの箱の数と5個入りの箱の数の和を47個以上50個以下とするとき，5個入りの箱をいくつ作ればよいか。

節　末　問　題

418　次の連立不等式を解け。

□(1) $\begin{cases} 3x+5 \geqq 5x-3 \\ -x<3x+8 \end{cases}$

□(2) $\begin{cases} -7x-10<-6x+23 \\ 5-3x>-4x+10 \end{cases}$

□(3) $\begin{cases} 2(x-5)<5(2x+3) \\ 3(-2x+1) \geqq -x-3 \end{cases}$

□(4) $\begin{cases} -4(5-3x)>3(x-2) \\ 10(x-3) \leqq -7(2x+1) \end{cases}$

□(5) $\begin{cases} 0.3x+0.2 \geqq 0.8x+1.7 \\ 0.6x-0.7>0.2x+0.1 \end{cases}$

□(6) $\begin{cases} 0.5x+0.8 \geqq 0.3(x-2) \\ x-2 \geqq 4x-11 \end{cases}$

□(7) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} \leqq \dfrac{3x-2}{3} \\ 4-x \geqq \dfrac{x+7}{2} \end{cases}$

□(8) $\begin{cases} 5x-\dfrac{3}{5}>\dfrac{x}{5}+3 \\ \dfrac{x+7}{4}<\dfrac{3x-8}{2} \end{cases}$

□(9) $\dfrac{1}{5}<\dfrac{2}{3}x \leqq \dfrac{5}{3}$

□(10) $-12 \leqq 8-2x \leqq 8$

□(11) $7x+12 \geqq 9x+8 \geqq -10$

□(12) $\dfrac{3x+4}{4}>\dfrac{2x+1}{2}>\dfrac{-7x-1}{3}$

419　次の問いに答えよ。

□(1)　連立不等式 $\begin{cases} 8x+3<18(x+1) \\ \dfrac{2x+3}{3}<5+\dfrac{1}{2}x \end{cases}$ を満たす整数 x の個数を求めよ。

応□(2)　ある整数の 5 倍から 12 をひいた数は 27 より大きく，3 倍から 18 をひいた数はもとの数より小さくなる。ある整数を求めよ。

応**420**　不等式 $8x-8 \leqq 2x-7 \leqq 4x+a$ を満たす整数が 5 個となるような a の値の範囲を求めよ。
□

応+**421**　x についての連立不等式 $\begin{cases} 3x-5>2x-a \\ 4(x+a)>8x-3 \end{cases}$ を解け。
□

422　倉庫に同じ大きさの製品がある。これを大型と小型の 2 種類のトラックを使って運び出したい。1 台に積める個数と 1 台の運賃は右の表のとおりである。この 2 種類のトラックを合わせて 9 台使って，85 個以上の製品を同時に運び出し，運賃の合計を 63000 円以下にするには，大型トラックを何台使えばよいか。
□

トラック	1 台に積める個数(個)	1 台の運賃(円)
大型	12	8000
小型	8	6000

応**423**　お菓子を箱に詰めるのに 12 個ずつ詰めると 17 個余り，18 個ずつにすると余りのお菓子はないが，最後の箱には 18 個ちょうどにはならなかった。箱の数とお菓子の数をそれぞれ求めよ。
□

4章のハイレベル問題①

★ **424**　次の方程式，不等式を解け。ただし，$|x|$ は x の絶対値を表す。

□(1)　$|3x-1|=|2x+5|$　　□(2)　$\dfrac{1}{2}\leqq\left|\dfrac{x+1}{6}\right|\leqq 1$

★ **425**　$[x]$ は x をこえない最大の整数を表すものとする。次の等式を満たす x の値の範囲を求めよ。

□(1)　$[x]=3$　　□(2)　$[2x-1]=1$

□(3)　$\left[-\dfrac{x}{4}\right]=-4$　　□(4)　$\left[\dfrac{x-2}{3}-\dfrac{x}{2}\right]=2$

★ **426**　ある整数 x を5倍した数から8をひくと，その数は $a-2$ より大きく，$a+4$ より小さくなる。
□この条件を満たす x の値が2だけとなるような a の値の範囲を求めよ。

★ **427**　倉庫の中に同じ大きさの商品が320個入っている。この商品を，50個まで積めるトラックAと，35個まで積めるトラックBを合わせて8台使って全部運び出したい。トラック1台の運賃は，A，Bそれぞれ15000円，10000円である。運賃の合計を100000円未満にするとき，次の問いに答えよ。

□(1)　トラックA，トラックBはそれぞれ何台使うことになるか。

□(2)　運賃の合計は何円になるか。

4章のハイレベル問題②

428 次の不等式を解け。ただし，$|x|$ は x の絶対値を表す。

□(1)　$2|x|+1 \leqq |x+3|+3x$　　□(2)　$|x+2|>|2x-1|$

429 ある正の数を x として $\frac{8}{5}(x+3)$ の値を計算し，小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めたら，$2x-1$ に等しくなった。x として考えられる値をすべて求めよ。

430 $2 \leqq x \leqq 4$，$-3 \leqq y \leqq 2$，$-4 \leqq z \leqq 2$ のとき，次の式の値の範囲を求めよ。

□(1)　$\frac{y}{x}-z$　　□(2)　xyz

431 A さんはノートを何冊か買おうと思って文房具店に行った。1 冊 120 円のノートだと A さんの予定しただけの冊数は買えないが，1 冊減らせば買うことができ，お金は余る。1 冊 100 円のノートにすれば予定していた冊数よりも 2 冊多く買えて，お金は余らない。予定していたノートの冊数を x 冊，持っていた金額を y 円として，次の問いに答えよ。

□(1)　x と y の関係を表す不等式をつくれ。また，x と y の関係を表す等式をつくり，y を x の式で表せ。

□(2)　(1)でつくった式から A さんの持っていたと考えられる金額をすべて求めよ。

432 ある野球選手の昨日までの打率は，四捨五入して小数第 2 位まで求めると 0.24 となった。ところが，今日の試合で 3 打数に対して 1 安打であったので，打率はちょうど 0.25 となった。この選手の今日までの打数が 40 打数以上であるとき，今日までの安打数として考えられるものをすべて求めよ。

●放課後数学クラブ●　数学力を身につけよう　4章　不等式

問題　不等式 $ax \geqq b$ を解け。ただし，a，b は定数とする。

まどか：ずいぶんシンプルな問題よね。方程式と同じように両辺を x の係数 a でわって，

$x \geqq \dfrac{b}{a}$ としたら，それでおしまいじゃないの？

か　い：具体的な数字で考えてみよう。例えば，不等式 $3x \geqq 12$ なら，

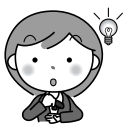
$3x \geqq 12$ → 両辺を 3 でわって，$\boxed{\text{ア}}$

でいいけど，不等式 $-2x \geqq -10$ のときは，

$-2x \geqq -10$ → 両辺を 2 でわって，$-x \geqq -5$

→ さらに両辺に -1 をかけて，$\boxed{\text{イ}}$

となるから，a の値が負だと，不等号の向きも考えないといけないよ。



まどか：そっかぁ。$ax \geqq b$ が $x \geqq \dfrac{b}{a}$ となるのは，$a>0$ の場合だけなのね。

あなた：じゃあ，$ax \geqq b$ で $a<0$ の場合は，解が $\boxed{\text{ウ}}$ となるね。

先　生：そうですね。でもそれだけでは不十分です。$a=0$ の場合はどうですか。

か　い：$a=0$ のとき，$ax \geqq b$ は $0 \times x \geqq b$，すなわち，$0 \geqq b$ ですね。b についてはとくに条件がないように思えるので，$0 \geqq b$ が答えでいいですか？

先　生：本当にそうでしょうか。もしも $b=3$ だったら，どうなりますか。

か　い：$b=3$ のとき，$0 \geqq b$ は $0 \geqq 3$ となって…。あれ，これは不等式としておかしいです。「0 が 3 以上」なはずはないし…。

あなた：ということは，$a=0$ のときは，b の条件による場合分けも必要で，

$\boxed{\text{エ}}$ のときは，x は $\boxed{\quad\text{A}\quad}$

$\boxed{\text{オ}}$ のときは，解なし（x にどんな数を入れても成り立たない）

ということですか。

先　生：その通りです。**式に文字がふくまれるときは，その値によって考えなければならない条件があったりする**ので，問題がシンプルでも油断してはいけません！

考えてみよう！　会話を読んで，次の問いに答えよう。

① $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{オ}}$ にあてはまる不等式を答えよう。
　ただし，$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ウ}}$ の左辺は x，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ の左辺は b とします。

② $\boxed{\quad\text{A}\quad}$ には，どんな表現があてはまるか考えよう。

問題の式に文字がふくまれているときは，その文字の値によって式変形に注意が必要だったり，場合分けが必要になったりすることがある。問題に隠された条件（文字の値の範囲など）を見落とさないようにしよう！

●放課後数学クラブ●　生活の中の数学を知ろう　4章　不等式

◆実生活に隠れた条件・値の範囲を見抜こう！

か　い：２つの数量の関係を，文字を使って等式に表す問題を考えよう。最初の問題はこれ。

問題１　「100gの水に x gの食塩を加えて混ぜたとき，できる食塩水の濃さが y %になる。」

まどか：食塩水の濃さ(%)は，食塩水全体に対する食塩の量の割合を百分率になおしたものだから，

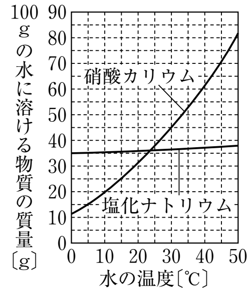
$\dfrac{\text{食塩の量(g)}}{\text{食塩水の量(g)}}\times 100$，つまり，$\dfrac{\text{食塩の量(g)}}{\text{水の量＋食塩の量(g)}}\times 100$ で求められるわ。

あなた：ということは，x と y の関係は，

$y=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$　　…★

という等式で表されるよね。

か　い：でも，100gの水に溶ける食塩(塩化ナトリウム)の量には限界があるって，理科の授業で習ったよ。水の温度と溶ける物質の質量の関係は右のグラフのようになるんだ。水温が高いほど固体は水によく溶けるけど，食塩の場合は温度による差はわずかだよ。



仮に，20℃の水100gに食塩が35.8gまで溶けるとすると，

$0\leqq x\leqq 35.8$ のときの食塩水の濃さは，★の式

$x>35.8$ のときの食塩水の濃さは，$y=\boxed{\text{ウ}}$ で一定

になるというのがより正しいのかな。だから，実際の生活の中で食塩水の濃さを考えるときは，$0\leqq x\leqq 35.8$ とか，$0\leqq y\leqq \boxed{\text{ウ}}$ という条件が隠れていると考えることもできるね。

まどか：似たような問題を考えてみたわ。

問題２　「20℃の水100gをビーカーに入れて１分間に５℃ずつ上がるように加熱するとき，加熱を始めてから x 分後の水温を y ℃とする。」

あなた：水の温度は $\boxed{\text{エ}}$ ℃までしか上がらないから，

$0\leqq x\leqq \boxed{\text{オ}}$ のときの水の温度は，$y=\boxed{\text{カ}}$

$x>\boxed{\text{オ}}$ のときの水の温度は，$y=\boxed{\text{エ}}$ で一定

つまり，$0\leqq x\leqq \boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{キ}}\leqq y\leqq \boxed{\text{エ}}$

という条件が隠れていたわけだね。

か　い：問題文には条件が書いていなくても，このように日常生活の中の**具体的なことがらを式に表すときは，隠れた条件を考えないといけない**こともあるんだね。

考えてみよう！　会話を読んで，次の問いに答えよう。

①　$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{キ}}$ にあてはまる式や数を答えよう。ただし，$\boxed{\text{ウ}}$ は小数第２位を四捨五入して，小数第１位までの数にして答えよう。

②　次の **問題３** で隠れている条件を，x，y それぞれについて，不等号を用いて表そう。

問題３　「水が12L入っている水そうから，毎分0.8Lの割合で水を抜いていくとき，x 分後の水そうの中の水量を y Lとする。」