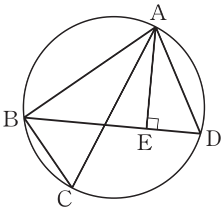
⓫ 円の性質の利用

▶練習問題 ⇒ P81

学習の基本 48 円と相似の証明(1)

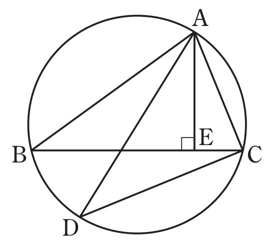
問題 **下の図で，4 点 A，B，C，D は円周上にあり，線分 AC は直径で，∠AED＝90° である。このとき，△ABC∽△AED であることを証明せよ。**



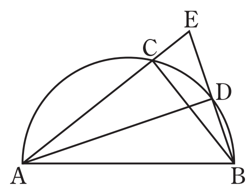
? **右の下線部をうめて証明せよ。**

△＿＿＿＿と△＿＿＿＿において，
AC は直径だから，∠＿＿＿＿＝90°
仮定より，∠AED＝90°
よって，
∠＿＿＿＿＝∠＿＿＿＿ ……①
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから，
∠＿＿＿＿＝∠＿＿＿＿ ……②
①，②より，＿＿＿＿＿＿＿＿
がそれぞれ等しいから，
△＿＿＿＿∽△＿＿＿＿ 終

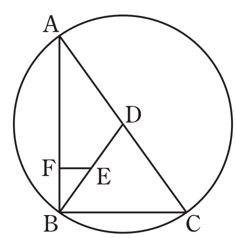
197 右の図で，4 点 A，B，C，D は円周上にあり，線分 AD は直径である。また，線分 BC 上に∠AEB＝90° となる点 E をとる。このとき，△ABE∽△ADC であることを証明せよ。



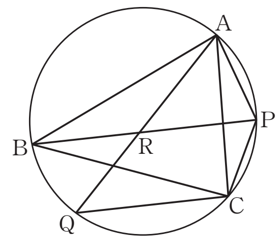
198 右の図のように，線分 AB を直径とする半円の弧上に点 C，D を，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DC}$ となるようにとる。また，線分 AC の延長と線分 BD の延長の交点を E とする。このとき，△ABD∽△BEC であることを証明せよ。



応 **199** 右の図で，3 点 A，B，C は円周上にあり，線分 AC は直径である。線分 AC の中点を D とし，線分 BD 上に点 E をとる。点 E から線分 BC に平行な直線をひき，線分 AB との交点を F とする。このとき，△ABC∽△BFE であることを証明せよ。



応+ **200** 右の図で， 3 点 A，B，C は円周上にある。$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BC}$ 上に，BP∥QC となるように，点 P，Q をとる。また，線分 AQ と BP の交点を R とする。このとき，△ABR∽△ACP であることを証明せよ。

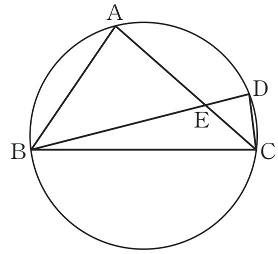


学習の基本　49　円と相似の証明⑵〜線分の長さ〜

問題　右の図で，4点A，B，C，Dは円周上の点であり，点Eは線分AC，BDの交点である。$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ であるとき，次の問いに答えよ。

⑴　△ABC∽△AEB であることを証明せよ。

⑵　AB＝4cm，BC＝6cm，CA＝5cm のとき，線分DCの長さを求めよ。



解　⑴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ より，∠ACB＝∠ABE となる。

⑵ △ABC∽△AEB より，AB：AE＝AC：AB，4：AE＝5：4，AE＝$\frac{16}{5}$cm

よって，EC＝$5-\frac{16}{5}=\frac{9}{5}$(cm)。また，∠BAC＝∠EDC（$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角），

∠ACB＝∠DCE（$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$）より，△ABC∽△DEC でもある。

したがって，AC：DC＝BC：EC，5：DC＝6：$\frac{9}{5}$，DC＝$\frac{3}{2}$cm

答　⑴　△ABC と△AEB において，

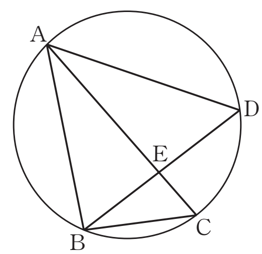
共通な角だから，∠BAC＝∠EAB……①

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ で，等しい弧に対する円周角は等しいから，∠ACB＝∠ABE……②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△AEB　**終**

⑵　$\frac{3}{2}$cm

応 201　右の図で，4点A，B，C，Dは円周上の点であり，点Eは線分AC，BDの交点である。$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ であるとき，次の問いに答えよ。

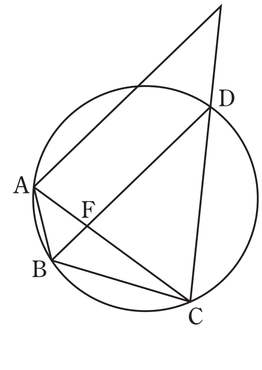


□⑴　△ABC∽△BEC であることを証明せよ。

□⑵　AB＝5cm，BC＝3cm，CA＝6cm のとき，次の線分の長さを求めよ。

①　AD　　　　②　BD

応 202　右の図のように，4点A，B，C，Dが円の周上にある。点Aを通り，弦BDに平行な直線と弦CDの延長の交点をEとする。また，弦ACと弦BDの交点をFとする。次の問いに答えよ。

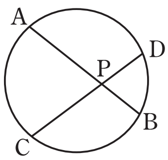


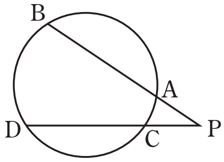
□⑴　△ABF∽△ECA であることを証明せよ。

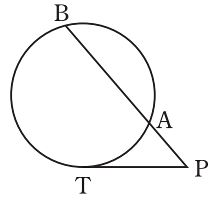
□⑵　AF＝2cm，FC＝4cm，AE＝9cm のとき，線分BDの長さを求めよ。

学習の基本 50 方べきの定理

(1)　下の図の①，②のとき，PA×PB＝PC×PD
(2)　下の図の③のとき，　　PA×PB＝PT^2
これらをまとめて**方べきの定理**という。

①


②


③　（PTは円の接線）


〔(1)図①の場合の証明〕　△PACと△PDBにおいて，

対頂角は等しいから，∠APC＝∠DPB

$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$に対する円周角は等しいから，∠PAC＝∠PDB

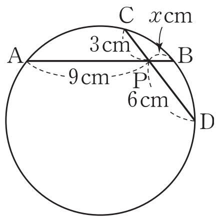
よって，2組の角がそれぞれ等しいから，△PAC∽△PDB

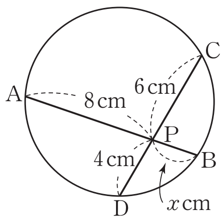
相似な図形の対応する辺の比は等しいから，

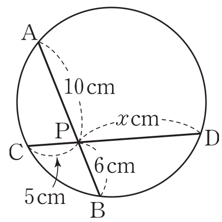
PA：PD＝PC：PB　すなわち，PA×PB＝PC×PD　終

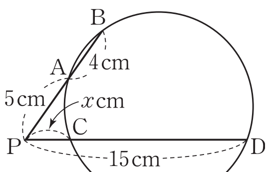
?　**(1)図②の場合に方べきの定理が成り立つことを証明せよ。また，(2)の場合に方べきの定理が成り立つことを △PTA∽△PBT を示すことにより証明せよ。**

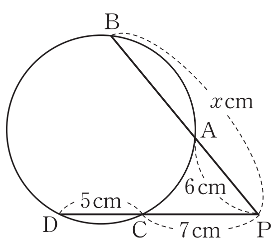
203 次の図で，xの値を求めよ。ただし，(7)〜(9)で，PTは円の接線である。

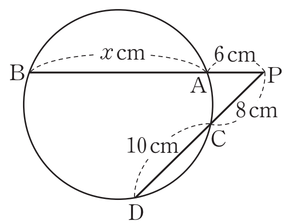
□(1)


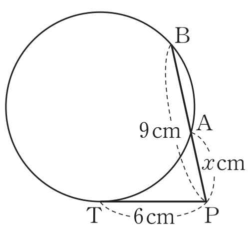
□(2)


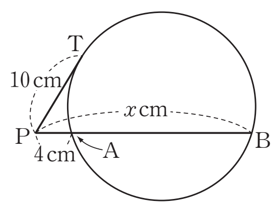
□(3)


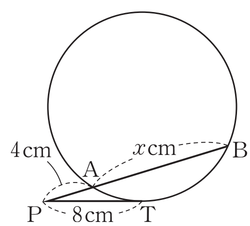
□(4)


□(5)


□(6)


□(7)


□(8)


□(9)


学習の基本　51　方べきの定理の逆

右の図１や図２で，PA×PB＝PC×PD ならば，４点A，B，C，Dは１つの円周上にある。

図１

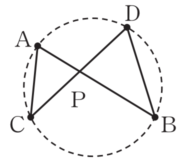
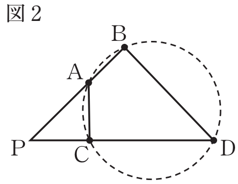


図２



〔図１の場合の証明〕　△PACと△PDBにおいて，

PA×PB＝PC×PD より，

PA：PD＝PC：PB

対頂角は等しいから，∠APC＝∠DPB

２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，△PAC∽△PDB

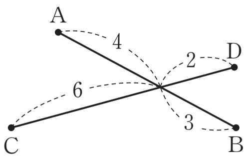
相似な図形の対応する角は等しいから，∠PAC＝∠PDB

円周角の定理の逆より，４点A，B，C，Dは１つの円周上にある。 終

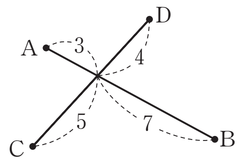
? 図２の場合に，４点A，B，C，Dが１つの円周上にあることを証明せよ。

204 次の図で，４点A，B，C，Dが１つの円周上にあるものには○，ないものには×をつけよ。

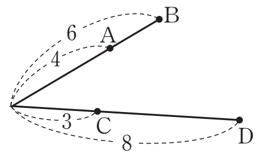
□(1)



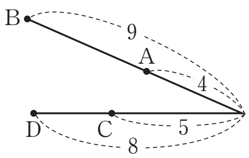
□(2)



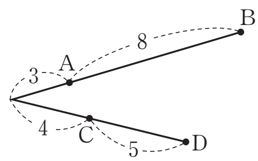
□(3)



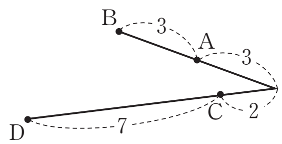
□(4)



□(5)

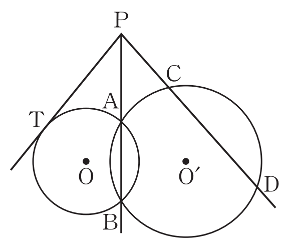


□(6)



学習の基本　52　方べきの定理の逆と証明

問題　２点A，Bで交わる２つの円O，O′がある。線分ABの延長上に点Pをとり，Pから円Oに接線PTをひき，円O′と２点C，Dで交わる直線をひく。このとき，PTは３点C，D，Tを通る円の接線であることを証明せよ。



解　「PT^2＝PC×PD ならば，PTは３点C，D，Tを通る円の接線である」ことを利用する。(これも，方べきの定理の逆である。)

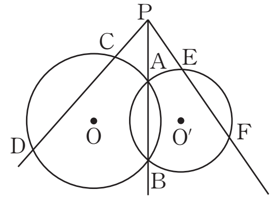
答　円Oにおいて，方べきの定理より，PA×PB＝PT^2

円O′において，方べきの定理より，PA×PB＝PC×PD

よって，PT^2＝PC×PD

方べきの定理の逆より，PTは３点C，D，Tを通る円の接線である。

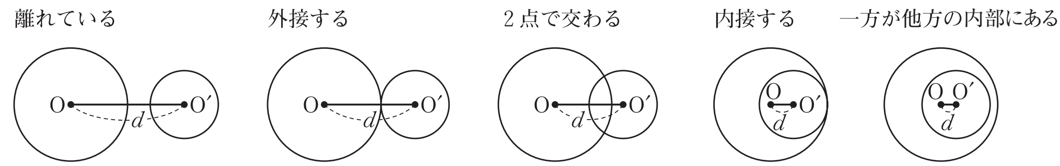
応 **205** ２点A，Bで交わる２つの円O，O′がある。線分ABの延長上に点Pをとり，Pから円Oと２点C，D，円O′と２点E，Fで交わる直線をひくとき，４点C，D，E，Fは１つの円周上にあることを証明せよ。



学習の基本 53　2円の位置関係

半径がそれぞれr，$r'$$(r>r')$の2円O，O$'$について，位置関係と，中心間の距離を$d$としたときの$r$，$r'$，$d$の関係式をまとめると，次の表のようになる。

位置関係	離れている	外接する	2点で交わる	内接する	一方が他方の内部にある
r，r'，dの関係式	$d>r+r'$	$d=r+r'$	$r-r'<d<r+r'$	$d=r-r'$	$d<r-r'$



206 2円の半径が等しいとき，2円の位置関係にはどのようなものがあるか。
□

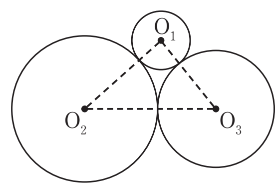
207 2円の半径をr，r'，2円の中心間の距離をdとするとき，次の2円の位置関係はどうなるか。

□(1)　$r=5$，$r'=3$，$d=6$
□(2)　$r=4$，$r'=2$，$d=8$
□(3)　$r=6$，$r'=4$，$d=10$
□(4)　$r=3$，$r'=7$，$d=3$
□(5)　$r=8$，$r'=9$，$d=15$
□(6)　$r=10$，$r'=6$，$d=4$

応 **208** 次の問いに答えよ。

□(1)　半径がそれぞれr，$r'$$(r>r')$である2つの円がある。2円は，中心間の距離が13のとき外接し，5のとき内接する。r，r'の値を求めよ。

□(2)　右の図のように，3つの円O_1，O_2，O_3が互いに外接している。円O_1の半径が4で，$O_1O_2:O_2O_3:O_3O_1=7:9:6$のとき，円$O_2$，円$O_3$の半径を求めよ。



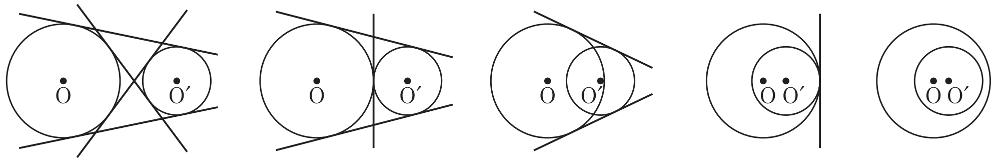
応$^+$ **209** 半径が2の円Oと半径がrの円O$'$があり，中心間の距離は5である。次の問いに答えよ。

□(1)　2円が外接するときのrの値を求めよ。
□(2)　2円が共有点をもつときのrの値の範囲を，不等号を使って表せ。
□(3)　円Oが円O$'$の内部にあるときのrの値の範囲を，不等号を使って表せ。

学習の基本 54 共通接線

半径の異なる2円について，位置関係と共通接線の数をまとめると，次の表のようになる。

位置関係	離れている	外接する	2点で交わる	内接する	一方が他方の内部にある
共通接線の数	4	3	2	1	0

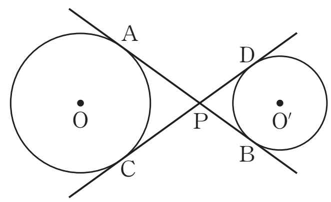


※図は，(円Oの半径)＞(円O′の半径)の場合を示したものである。

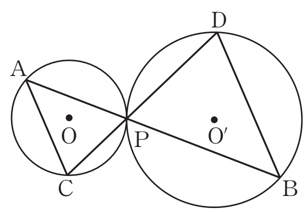
210 中心間の距離が8である2円の半径を r，r' とするとき，次のそれぞれの場合について，共通接線の数を求めよ。

□(1) $r=7$，$r'=6$　　□(2) $r=2$，$r'=4$　　□(3) $r=5$，$r'=3$

応 **211** 右の図のように，2つの円O，O′に共通接線をひき，
□接点をA，B，C，D，2直線の交点をPとするとき，AB＝CDであることを証明せよ。

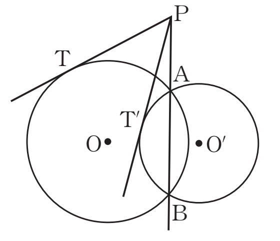


応 **212** 右の図のように，点Pで外接する2つの円O，O′と
□点Pを通る2つの直線との交点をA，B，C，Dとするとき，△PAC∽△PBDであることを証明せよ。



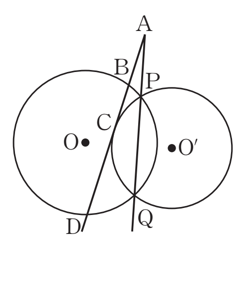
学習の基本 55 交わる2円

問題　**2点A，Bで交わる2つの円O，O′がある。線分ABの延長上の点Pから円O，O′にそれぞれ接線PT，PT′をひくとき，PT＝PT′であることを証明せよ。**



答　円Oにおいて，方べきの定理より，$PA\times PB=PT^2$
円O′において，方べきの定理より，$PA\times PB=PT'^2$
よって，$PT^2=PT'^2$　$PT>0$，$PT'>0$ だから，$PT=PT'$ 終

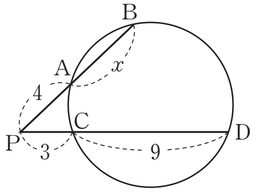
応 **213** 2点P，Qで交わる2つの円O，O′がある。右の図のように，
□直線PQ上にあって，円O′の外部にある点Aから円O′に接線ACをひき，円Oとの交点をB，Dとする。AB＝BC＝4cmのとき，線分CDの長さを求めよ。



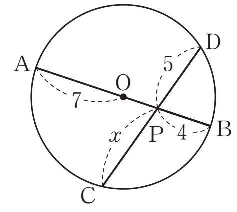
練習問題　11　円の性質の利用

214 次の図で，x の値を求めよ。ただし，(2)の点Oは円の中心，(3)のPTは円の接線である。

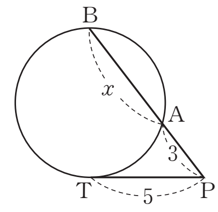
□(1)



□(2)

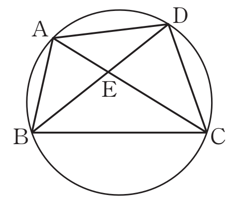


□(3)



応 **215** 右の図のように，四角形ABCDの4つの頂点A，B，C，Dは円の周上にあり，点Eは対角線ACとBDの交点である。

AD＝CD のとき，次の問いに答えよ。

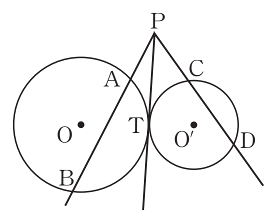


□(1)　△ABD∽△EAD であることを証明せよ。

□(2)　AB＝5cm，AD＝6cm，BD＝9cm のとき，線分ACの長さを求めよ。

216 右の図のように，点Tにおいて外接する2つの円O，O′がある。

□点Tにおける共通接線上の点Pを通り，円O，O′とそれぞれ2点で交わる2つの直線をひき，その交点をA，B，C，Dとするとき，4点A，B，C，Dは1つの円周上にあることを証明せよ。



応 **217** 半径が4と r の2つの円がある。中心間の距離が7であるとき，次の問いに答えよ。

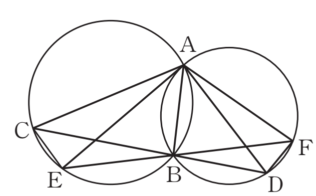
□(1)　$r=2$ のとき，2円の共通接線の数を求めよ。

□(2)　2円の共通接線が1本であるときの r の値を求めよ。

□(3)　2円の共通接線が2本であるときの r の値の範囲を，不等号を使って表せ。

応 **218** 2点A，Bで交わる2つの円がある。右の図のように，

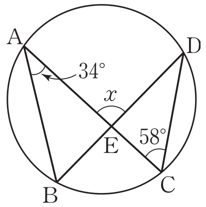
□点Bを通る2つの直線と2つの円との交点をそれぞれC，D，E，Fとするとき，△ACE∽△ADF であることを証明せよ。



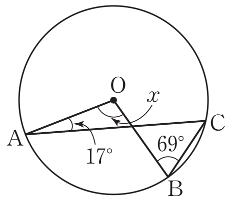
3章の確認問題

219 円周角の定理　次の図で，$\angle x$の大きさを求めよ。

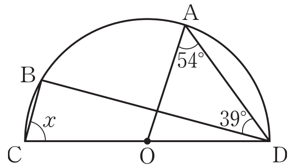
□(1)



□(2)

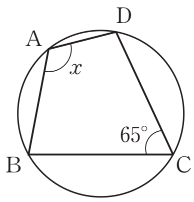


□(3)

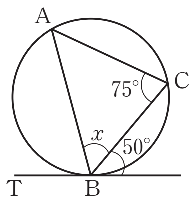


220 内接四角形・接弦定理　次の図で，$\angle x$の大きさを求めよ。ただし，(2)，(3)で，BTは円の接線，Bはその接点である。

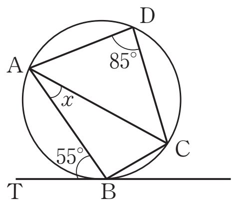
□(1)



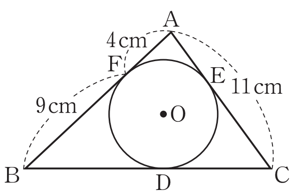
□(2)



□(3)



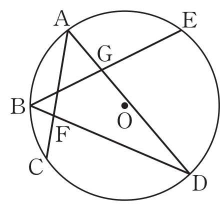
221 接線の長さ　右の図で，直線AB，BC，CAは，円Oの接線で，点D，E，Fは接点である。このとき，次の線分の長さを求めよ。



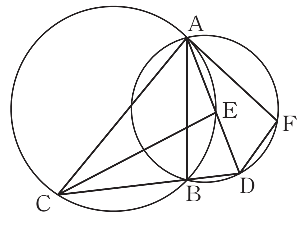
□(1)　線分CE

□(2)　線分BC

222 円周角の定理の逆と証明　右の図のように，5点A，B，C，D，Eは円Oの周上にあり，$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$である。弦ACと弦BDの交点をF，弦ADと弦BEの交点をGとする。このとき，4点A，B，F，Gは1つの円周上にあることを証明せよ。
□



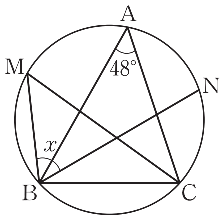
223 円と相似の証明　右の図のように，2点A，Bで交わる大小2つの円があり，点Bを通る直線とそれぞれ点C，Dで交わっている。線分ADと大きい円との交点をE，点Aにおける大きい円の接線と小さい円との交点をFとするとき，△ACE∽△DAFであることを証明せよ。
□



3章の応用問題

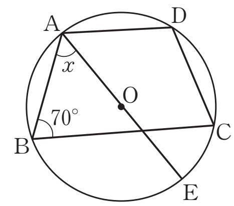
224 次の図で，$\angle x$の大きさを求めよ。

□(1)



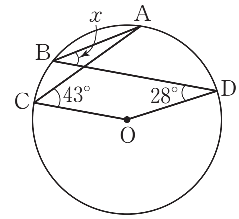
$(\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{MB},\ \overset{\frown}{AN}=\overset{\frown}{NC})$

□(2)



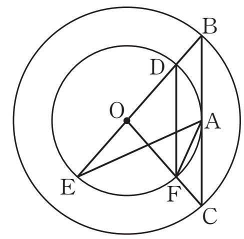
(AD∥BC，AD＝DC)

□(3)



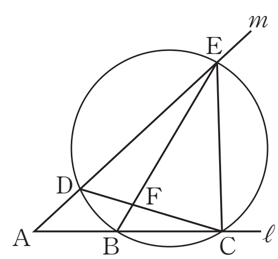
(BD∥CO)

★ **225** 右の図のように，点Oを中心とする2つの円があり，点Aは
□内側の円の周上の点である。点Aを通る内側の円の接線と外側の円との交点をB，Cとする。また，直線BOと内側の円との交点をD，Eとし，線分COと内側の円との交点をFとする。このとき，△AFC∽△EABであることを証明せよ。



★ **226** 右の図のように，円外の点Aを通る2つの直線ℓ，mがある。ℓと円との交点を点Aに近い方からB，C，mと円との交点を点Aに近い方からD，Eとし，CDとBEの交点をFとする。

AB＝4，BC＝5，DE＝9のとき，次の問いに答えよ。



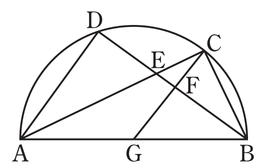
□(1)　ADの長さを求めよ。

□(2)　CF：FDを求めよ。

□(3)　四角形ABFDと△CEFの面積比を求めよ。

★★ **227** 右の図は線分ABを直径とする半円で，点C，Dは弧上の点，点Eは線分ACとBDの交点である。点Cを通り線分ADに平行な直線と線分DB，ABとの交点をそれぞれF，Gとする。

BC：AC＝1：2，AE：EC＝3：1のとき，次の問いに答えよ。

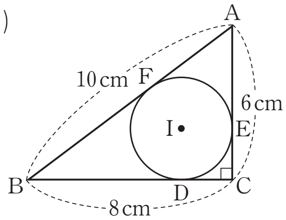


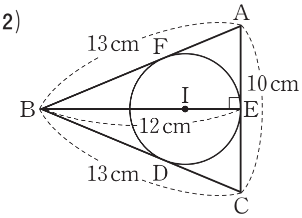
□(1)　△ABC∽△AEDであることを証明せよ。

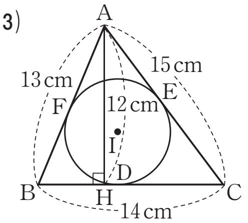
□(2)　四角形EAGFと△ABDの面積比を求めよ。

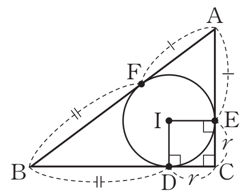
●放課後数学クラブ●　数学力を身につけよう　3章　円

問題 1　次の図の△ABCにおいて，内心（内接円の中心）をI，辺BC，CA，ABと内接円との接点をそれぞれD，E，Fとする。また，(3)で頂点Aから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点をHとする。△ABCの内接円の半径を r cmとするとき，r の値をそれぞれ求めよ。

(1)


(2)


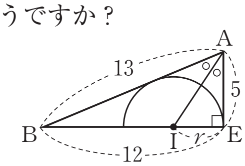
(3)




か　い：(1)で内心Iと接点D，Eを結ぶと，ID＝IE で，接点を通る円の半径は接線に垂直だから，四角形IDCEは［ア］になり，CD＝CE＝r cm と表せるね。

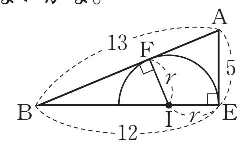
あなた：円外の1点から円にひいた接線の長さは等しいから，
AF＝AE＝（［イ］）cm，BF＝BD＝（［ウ］）cm
AF＋BF＝AB だから，（［イ］）＋（［ウ］）＝10 より，r＝［エ］だよ。

先　生：円の接線の性質を上手に利用できていますね！ (2)はどうですか？



まどか：(2)は線対称な図形だから，△ABE で考えます。
内心Iは∠Aの二等分線上にあるから角の二等分線の定理より，BI：IE＝AB：［オ］が成り立つわ。
IE＝r cm だから，（［カ］）：r＝13：5 より，r＝［キ］ね。

か　い：角の二等分線の定理より，内心Iは線分BEを 13：5 に内分するから，比例式をつくらずに，$r=\dfrac{\boxed{ク}}{13+5}\mathrm{BE}=\dfrac{\boxed{ク}}{18}\times 12=\boxed{キ}$ と求めてもいいね。
ところで，(2)は相似な三角形を見つけても解けるんじゃないかな。

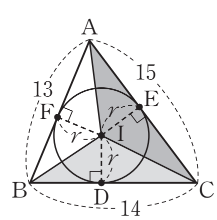


あなた：内心Iと接点Fを結ぶと，△ABE∽△［ケ］となるから，AB：［コ］＝AE：IF だね。IF＝IE＝r cm だから，13：（［サ］）＝5：r より，r＝［キ］だね。

先　生：**対称性に着目して，もとの図形の半分の形で考える**アイデアはいいですね！
線対称な図形では，そのような発想が役に立つことも多いですよ。

か　い：(3)は直角三角形じゃないから(1)の方法はダメ，二等辺三角形でもないから(2)の方法も無理だね。垂線AHが内心Iを通らないと，(2)のようには解けないし。

先　生：少し難しいのでヒントです。△ABCの面積を r の式で表してみましょう。



まどか：右の図のように内心Iと頂点A，B，C，接点D，E，Fをそれぞれ結ぶと，△IBCの面積は，

$$\frac{1}{2}\times \mathrm{BC}\times \mathrm{ID}=\frac{1}{2}\times 14\times r=\boxed{シ}\,r\,(\mathrm{cm}^2)$$

と表せるわ。

あなた：同様に考えると，$\triangle \mathrm{ICA}=\boxed{\text{ス}}\,r\,\mathrm{cm}^2$，$\triangle \mathrm{IAB}=\boxed{\text{セ}}\,r\,\mathrm{cm}^2$ となるから，

$$\triangle \mathrm{ABC}=\triangle \mathrm{IBC}+\triangle \mathrm{ICA}+\triangle \mathrm{IAB}$$
$$=\boxed{\text{シ}}\,r+\boxed{\text{ス}}\,r+\boxed{\text{セ}}\,r=\boxed{\text{ソ}}\,r\,(\mathrm{cm}^2)$$

一方，△ABCの面積は，$\dfrac{1}{2}\times \mathrm{BC}\times \mathrm{AH}=\dfrac{1}{2}\times 14\times 12=\boxed{\text{タ}}\,(\mathrm{cm}^2)$ と求められるから，$\boxed{\text{ソ}}\,r=\boxed{\text{タ}}$ より，$r=\boxed{\text{チ}}$

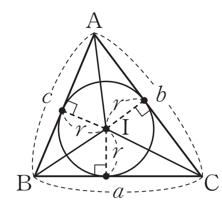
か　い：なるほど。この解法なら直角三角形や二等辺三角形でない三角形についても，面積さえわかれば内接円の半径が求められるんだね。

先　生：４章で**三平方の定理**を学べば，三角形の３辺の長さから高さと面積が求められるので，どんな三角形でも内接円の半径が求められるようになりますよ。

問題２　$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ である△ABCの面積を S とするとき，△ABCの内接円の半径 r を，S，a，b，c を用いて表せ。

まどか：こういう問題がいきなり出てきたら難しいと思うけど，**問題１**(3)のあとなら考えやすいわ。

か　い：さっきの図で，14cmが a，15cmが b，13cmが c の場合だから，右のような図で考えればいいね。



あなた：**問題１**(3)と同じように考えると，△ABCの面積は，

説明の続きを書こう！❶

この等式を r について解くと，$r=\boxed{\text{ツ}}$

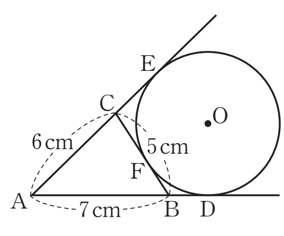
先　生：このように**具体的な数でわかったことを文字に置き換えてみると，自分で公式を作ることができますし，公式を忘れても自力でいつでも導けますね。**

問題３　右の図のように，円Oが△ABCの辺AB，ACの延長線と２点D，Eで，辺BCと点Fで接している。

$\mathrm{AB}=7\mathrm{cm}$，$\mathrm{BC}=5\mathrm{cm}$，$\mathrm{CA}=6\mathrm{cm}$ のとき，次の問いに答えよ。

(1)　線分ADの長さを求めよ。

(2)　△ABCの面積が $6\sqrt{6}\ \mathrm{cm}^2$ になることを利用して，円Oの半径を求めよ。



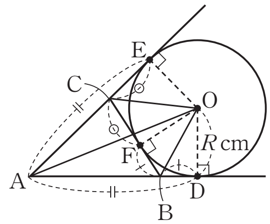
先　生：円Oを△ABCの**傍接円**（ぼうせつ）といい，その中心Oを**傍心**（ぼうしん）といいます。**重心**，**垂心**，**内心**，**外心**，**傍心**の５つを三角形の**五心**（ごしん）といったりしますよ。

か　い：まずは(1)から。円外の１点から円にひいた接線の長さは等しいことから，$\mathrm{AD}=\mathrm{AE}$，$\mathrm{BD}=\mathrm{BF}$，$\mathrm{CE}=\boxed{\text{テ}}$ となることはすぐわかるんだけど…。

まどか：BD＝BF，CE＝$\boxed{\text{テ}}$ より，次のようになるわ。

AD＝AB＋BD＝AB＋BF　……㋐

AE＝AC＋CE＝AC＋$\boxed{\text{テ}}$　……㋑



あなた：㋐＋㋑より，AD＋AE＝AB＋(BF＋$\boxed{\text{テ}}$)＋AC

＝AB＋$\boxed{\text{ト}}$＋CA

となるから，AD＝AE＝x cm とすると，

$x+x=7+5+6$ より，$x=$ $\boxed{\text{ナ}}$ と求められるよ。

か　い：すごい。AD，AEの長さの和が△ABCの $\boxed{\text{ニ}}$ に等しくなるんだね。

先　生：(2)はちょっと難しいのでヒントです。円Oの半径をR cmとして，△ABCの面積をRの式で表してみましょう。

か　い：**問題１**(3)に似たヒントですね。これも，△ABCの３辺をそれぞれ底辺として，円Oの半径Rを高さとする三角形の面積を考えたらいいのかな？

まどか：△OAB＝$\frac{1}{2}$×AB×OD＝$\frac{1}{2}$×7×R＝$\boxed{\text{ヌ}}$ R(cm^2) と表せるから，同じように考えると，△OBC＝$\boxed{\text{ネ}}$ R cm^2，△OCA＝$\boxed{\text{ノ}}$ R cm^2 になるわね。

あなた：△ABC＝△OAB＋△OCA－△OBC より，

説明の続きを書こう！❷

となって，Rの値が求められました。

先　生：よくできました！　一見**違う問題に見えても，すでに解いた問題の解法を真似したり発展させたり**することで解けることもあります。このことを見ぬく力が**応用力**というやつですね。

考えてみよう！　会話を読んで，次の問いに答えよう。

① $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ノ}}$ にあてはまる言葉や数，式，三角形，線分などを答えよう。

② 　❶，❷に続きを書いて，説明を完成させよう。

③ **問題３** で，BC＝a，CA＝b，AB＝c，△ABCの面積をSとします。ADの長さをx，円Oの半径をRとするとき，x，Rをそれぞれ a，b，c，Sを使って表してみよう。

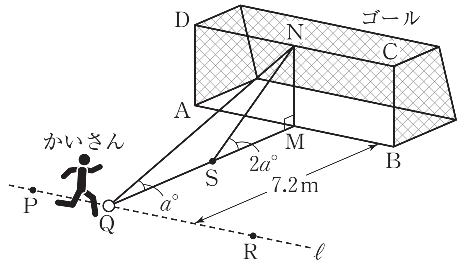
<たすく先生の数学力向上ポイント>

- **線対称な図形では，対称性に着目すると見通しがよくなることがある。**
- **具体的な数で行っていた作業を文字に置き換えると，自分で公式を導ける。また，公式を忘れてもその場で作ることができる。**
- **未知の問題であっても，似たような問題の解法を真似したり発展させたりすると解決できることがある。これが応用力の養成につながる。**

●放課後数学クラブ●　生活の中の数学を知ろう　3章　円

◆どこからシュートを打つ？

問題　正面が長方形のゴールABCDから7.2m離れた直線ℓ上で，かいさんがボールを蹴ろうとしている。M，Nはそれぞれ辺AB，CDの中点，3点P，Q，Rは直線ℓ上の点，点Sは線分QM上の点で，QM⊥ABである。ボールの大きさやゴール枠の太さは考えないものとして，次の問いに答えよ。



(1)　点Qからまっすぐにボールを蹴るとき，蹴る角度が$a°$未満であればボールはゴールに入る。また，点Qから4.0mゴールに近づいて，点Sからまっすぐにボールを蹴るとき，蹴る角度が$2a°$未満であればボールはゴールに入る。ゴールの高さMNを求めよ。

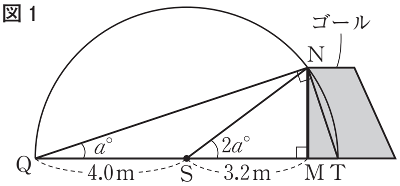
(2)　直線ℓ上からボールを蹴るとき，点Pや点Rではなく，点Qから蹴った方がボールがゴールに入りやすい。この理由を説明せよ。ただし，ボールを蹴る地点とゴールの両端のA，Bをそれぞれ結んでできる角度が大きいほどゴールに入りやすいものとする。

(1)　ゴールを真横から見た，右の**図1**で考えます。

$\angle$SNQ$=2a°-a°=a°$ より，SQ＝SN となるから，

2点Q，Nは点Sを中心とする半径$\boxed{\text{ア}}$mの円周上にあります。この円周とQSの延長線との交点をTとすると，MT＝ST－SM＝$\boxed{\text{イ}}$(m) です。

図1



また，$\angle$QNM＝($\boxed{\text{ウ}}$)°，QTは直径だから，$\angle$MNT＝$\angle$QNT－$\angle$QNM＝$\boxed{\text{エ}}$°となり，△QMN∽△$\boxed{\text{オ}}$がいえるので，QM：NM＝MN：MT が成り立ちます。

よって，7.2：NM＝MN：$\boxed{\text{イ}}$　　これを解くと，MN>0 より，MN＝$\boxed{\text{カ}}$m です。

(2)　ゴールを上空から見た，右の**図2**で考えます。

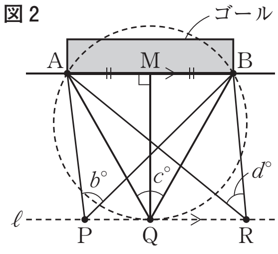
$\angle$APB$=b°$，$\angle$AQB$=c°$，$\angle$ARB$=d°$ とし，2点A，Bを通り直線ℓに接する円をかくと，直線ℓは点Qでこの円に接します。

点Qはこの円の円周上，点Pは円外にあるので，$c>\boxed{\text{キ}}$

点Rも円外にあるので，$c>\boxed{\text{ク}}$

となり，点Qからボールを蹴るときの角度$c°$が最も大きくなるので，ゴールに最も入りやすいといえるのです。

図2



考えてみよう！　上の説明を読んで，次の問いに答えよう。

①　$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ク}}$にあてはまるものを答えよう。

②　右の**図3**で，AB＝7.2m，BE＝2.4m，m⊥AE です。直線m上からボールを蹴るとき，ボールがゴールに最も入りやすい点をFとします。

EFの長さを求めてみよう。

図3