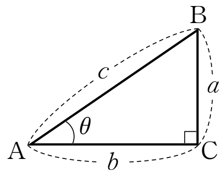
第9講座　三角比

要点のまとめ

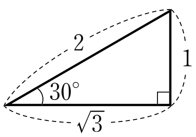
① **正接(タンジェント)，正弦(サイン)，余弦(コサイン)**



右図の直角三角形ABCにおいて，

$\tan\theta=\dfrac{a}{b}$，$\sin\theta=\dfrac{a}{c}$，$\cos\theta=\dfrac{b}{c}$

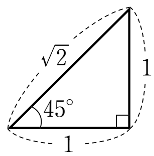
② **30°，45°，60°の三角比**



$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

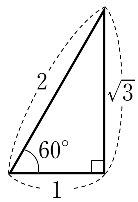
$\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$



$\sin 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 45^\circ=1$



$\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

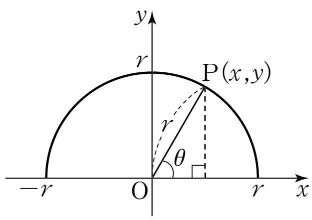
③ **90°−θの三角比**

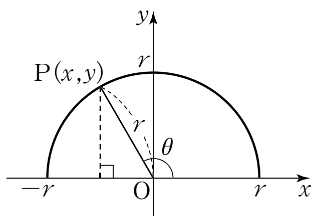
$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$，$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$，$\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$

④ **座標を用いた三角比の定義**　下図のように，座標平面上に原点Oを中心とする半径rの半円をかく．この半円で，x軸の正の向きから左回りに角θをとったときの半径をOPとし，点Pの座標を$(x,\ y)$として，次のように定義する．

$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$，$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$，$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$

この定義によると，θが鈍角の場合にまで三角比が拡張される．





$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，

$0\leqq\sin\theta\leqq1$，$-1\leqq\cos\theta\leqq1$，$\tan\theta$ $(\theta\neq90^\circ)$ は任意の値をとる．

⑤ **三角比の相互関係**

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

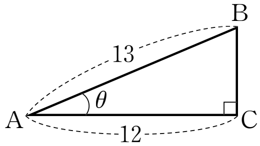
⑥ **180°−θの三角比**

$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$，$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$，$\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$

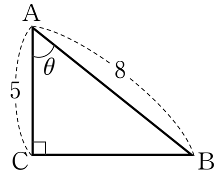
問 題 A

1 下図の直角三角形ABCにおいて，$\tan\theta$，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ．

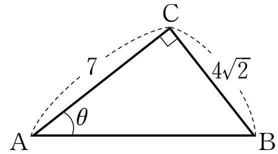
(1)



(2)



(3)



2 次の三角比について，正弦は余弦で，余弦は正弦で表せ．

(1) $\sin 25°$ (2) $\sin 8°$ (3) $\sin 73°$

(4) $\cos 42°$ (5) $\cos 27°$ (6) $\cos 86°$

3 次の三角比の値を求めよ．

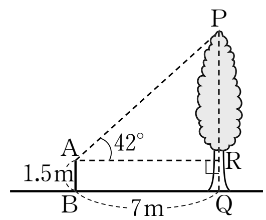
(1) $\sin 30°$ (2) $\cos 45°$ (3) $\tan 60°$

(4) $\sin 150°$ (5) $\cos 120°$ (6) $\tan 135°$

4 $\sin 25° = a$ とするとき，次の三角比の値を a の式で表せ．

(1) $\sin 155°$ (2) $\cos 65°$ (3) $\cos 115°$

5 平地に垂直に立っている木の高さPQを測るために，木の根元Qから7m離れた地点Bで木の上端Pを見上げたら，仰角が42°であった．目の高さABを1.5m，$\tan 42° = 0.9004$ とすると，木の高さは約何mか．ただし，答えは小数第2位を四捨五入せよ．



問 題 B

例題 1 三角比の相互関係

θ が鈍角で，$\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ．

解 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より，$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$

$\cos\theta < 0$ より，$\cos\theta = -\sqrt{\dfrac{9}{25}} = \boldsymbol{-\dfrac{3}{5}}$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \boldsymbol{-\frac{4}{3}}$$

6 次の問いに答えよ．

(1) θが鋭角で，$\cos\theta=\dfrac{3}{4}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ．

(2) θが鈍角で，$\tan\theta=-\dfrac{\sqrt{21}}{2}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ．

(3) $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ で，$\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ．

7 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ．

(1) $\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　(2) $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(3) $\tan\theta=\sqrt{3}$

(4) $\sin\theta=1$　(5) $\sqrt{2}\cos\theta+1=0$　(6) $\sqrt{3}\tan\theta+1=0$

8 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ．

(1) $\sin\theta<\dfrac{1}{2}$　(2) $2\cos\theta-\sqrt{3}\geqq0$　(3) $-\sqrt{3}\leqq\tan\theta\leqq-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

問 題 C

9 △ABC の 3 つの内角を A，B，C とするとき，次の等式が成り立つことを証明せよ．

(1) $\sin\dfrac{A}{2}=\cos\dfrac{B+C}{2}$　(2) $\sin\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B+C}{2}=\cos\dfrac{A}{2}$

10 直線の x 軸より上の部分と，x 軸の正の向きとの作る角を，直線と x 軸とのなす角と定める．次の 1 次方程式で表される直線と x 軸とのなす角を求めよ．

(1) $\sqrt{3}x-y=0$　(2) $x+\sqrt{3}y=2$

11 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の方程式を解け．

(1) $4\sin^2\theta+4\sin\theta-3=0$　(2) $3(\cos\theta+1)=2\sin^2\theta$

12 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，関数 $y=-\sin^2\theta+\sqrt{3}\cos\theta+2$ の最大値，最小値を求めよ．また，それらを与える θ の値も求めよ．

13 $\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，次の式の値を求めよ．

(1) $\sin\theta\cos\theta$　(2) $\sin^4\theta+\cos^4\theta$　(3) $\tan^2\theta+\dfrac{1}{\tan^2\theta}$

●ヒント

12 $\cos\theta=t$ とおいて，t の 2 次関数として考える．$-1\leqq t\leqq1$ に注意する．