

## ● 要点のまとめ ●

- ① **和の法則** 2つのことがら  $A$ ,  $B$  があって、これらは同時には起こらないとする。  $A$  の起こり方が  $m$  通り、  $B$  の起こり方が  $n$  通りならば、  $A$  または  $B$  の起こる場合の数は、  $m+n$  通りである。
- ② **積の法則** 2つのことがら  $A$ ,  $B$  があって、  $A$  の起こり方が  $m$  通り、そのおのおのに対して、  $B$  の起こり方が  $n$  通りならば、  $A$  と  $B$  がともに起こる場合の数は、  $mn$  通りである。
- ③ **正の約数の個数・総和** ある自然数が  $a^p b^q c^r \cdots$  と素因数分解されるとき、  
 正の約数の個数は、  $(p+1)(q+1)(r+1)\cdots$  (個)  
 正の約数の総和は、  $(1+a+\cdots+a^p)(1+b+\cdots+b^q)(1+c+\cdots+c^r)\cdots$
- ④ **階乗** 1 から  $n$  までのすべての自然数の積を  $n$  の階乗といい、  $n!$  で表す。すなわち、  
 $n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$  また、  $0! = 1$  と定める。
- ⑤ **順列**  $n$  個の異なるものから  $r$  個取って1列に並べたものを、  $n$  個のものから  $r$  個取った順列といい、その個数を  ${}_n P_r$  と書く。

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \overbrace{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}^{r \text{ 個}} \quad \text{とくに、} {}_n P_n = n!$$

- ⑥ **円順列**  $n$  個の異なるものを円形に並べる並べ方を円順列という。その総数は  $(n-1)!$
- ⑦ **重複順列**  $n$  個の異なるものから重複を許して  $r$  個取る順列を重複順列という。その総数は  $n^r$  である。

## ● 問題 A ●

- 1 大小2個のさいころを同時に投げるとき、次の問いに答えよ。
- (1) 出た目の和が7または8になる場合の数を求めよ。
  - (2) 出た目の和が5の倍数になる場合の数を求めよ。
  - (3) 出た目の積が24以上になる場合の数を求めよ。
- 2 男子36人、女子40人の中から男女1人ずつ計2人の代表を選ぶ方法は何通りあるか。
- 3 次の問いに答えよ。
- (1) A地点からB地点までの交通手段は2種類、B地点からC地点までの交通手段は5種類ある。A地点からB地点を通ってC地点へ行く方法は何通りあるか。
  - (2) 昼食に、6種類の弁当、4種類のドリンク、2種類のスープからそれぞれ1種類ずつ選ぶ方法は何通りあるか。
  - (3)  $(a+b)(x+y+z)$  を展開すると、項は何個できるか。



第2講座

14 大中小3個のさいころを同時に投げるとき、出た目の積が3の倍数となる場合の数を求めよ.

15  $(1+a+a^2)(1+b)(1+x+y+xy)$  を展開すると、項は何個できるか.

16  $112^n$  の正の約数の個数が85個となるような自然数  $n$  の値を求めよ.

17 540の正の約数について、次のものを求めよ.

- (1) 正の約数の2乗の総和
- (2) 正の約数の逆数の総和

**【例題】 1 整数をつくる順列**

7個の数字0, 1, 2, 3, 4, 5, 6がある. この中から異なる数字を用いて整数をつくるとき、次のような整数は何個できるか.

- (1) 3桁の整数
- (2) 3桁で400より小さい整数

**解** (1) 百の位は、1, 2, 3, 4, 5, 6の中から1つ選ぶから ${}_6P_1$ 通り.  
十の位、一の位は、残りの6個の中から2つ選んで並べるから ${}_6P_2$ 通り.  
よって、 ${}_6P_1 \times {}_6P_2 = 6 \times 6 \cdot 5 = 180$  (個)

(2) 百の位は、1, 2, 3の中から1つ選ぶから ${}_3P_1$ 通り.  
十の位、一の位は、残りの6個の中から2つ選んで並べるから ${}_6P_2$ 通り.  
よって、 ${}_3P_1 \times {}_6P_2 = 3 \times 6 \cdot 5 = 90$  (個)

18 5個の数字0, 2, 4, 6, 8がある. この中から異なる数字を用いて整数をつくるとき、次のような整数は何個できるか.

- (1) 3桁の整数
- (2) 3桁で600以上の整数
- (3) 4桁の整数のうち3の倍数

19 7個の数字0, 1, 2, 3, 4, 5, 6がある. この中から異なる数字を用いて整数をつくるとき、次のような整数は何個できるか.

- (1) 4桁で一の位が0である整数
- (2) 両端の数字が奇数である4桁の整数
- (3) 両端の数字が偶数である4桁の整数
- (4) 4桁の奇数
- (5) 4桁の偶数

**例題 2** 隣り合うものがある順列

男子4人と女子2人が1列に並ぶとき、女子2人が隣り合う並び方は何通りあるか。

**解** 女子2人をまとめて1人と考える。これと男子4人を合わせ  
 $\boxed{\text{男}} \boxed{\text{男}} \boxed{\text{男}} \boxed{\text{女女}} \boxed{\text{男}}$   
 せた5人の並び方は ${}_5P_5$ 通り。その並び方の1つ1つに女  
 子2人の並び方が ${}_2P_2$ 通りある。求める並び方は、 ${}_5P_5 \times {}_2P_2 = 5! \times 2! = 240$ (通り)

**20** A, B, C, a, b, c, dの7文字を1列に並べるとき、3つの大文字A, B, Cが隣り合うような並べ方は全部で何通りあるか。

**21** 7個の数字1, 2, 3, 4, 5, 6, 7を全部並べて7桁の整数をつくる。

- (1) 1, 2, 3, 4が隣り合う整数はいくつあるか。
- (2) 1と2が両端にあり、6と7が隣り合う整数はいくつあるか。

**22** 次の問いに答えよ。

- (1) 8個の異なる色の玉をすべて使ってネックレスを作る方法は何通りあるか。
- (2) 男子5人と女子5人の計10人が円形に並ぶとき、男子どうし、女子どうしがどちらも隣り合わない並び方は何通りあるか。

**23** 次の問いに答えよ。

- (1) 5個の異なる箱に、1, 2, 3, 4の数字を1つずつ書いた4枚の札をかってに入れるとする。1個の箱に何枚入れてもよいとすると、何通りの入れ方があるか。
- (2) 候補者が4人いる。6人の選挙人が記名投票で1人1票ずつ投票すると、その結果は何通りになるか。

●————● **問題 C** ————●

**24** hospitalという単語の8文字を1列に並べる方法は全部で何通りあるか。また、それらを辞書式にアルファベット順に配列すると、この単語は何番目になるか。

**25** 次の問いに答えよ。

- (1) 4桁の整数で、1000や1221のようにちょうど2種類の数字でできたものは何個あるか。
- (2)  $n$ 桁の整数で、ちょうど2種類の数字でできたものは何個あるか。

● **ヒント** —————

**24** 最初がaのもの、最初がhで次がa, i, lのもの、……を順に数えていく。

**25** (1) 4桁の整数●○○○で、●の選び方は1~9の9通り。もう1種類の数字の選び方は9通り。○には2種類の数字のどちらかが入るが、すべて●と同じ場合は適さない。