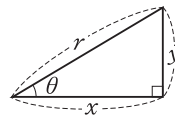


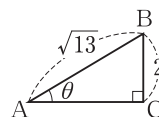
1 正弦・余弦・正接 ⇒ 直角三角形の角と辺の比の関係

右の図の直角三角形において、 $\sin \theta = \frac{y}{r}$, $\cos \theta = \frac{x}{r}$, $\tan \theta = \frac{y}{x}$



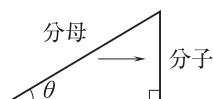
例 右の図の直角三角形 ABC で、 $\sin \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

また、 $AC = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = \sqrt{9} = 3$ より、 $\cos \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\tan \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{3}$

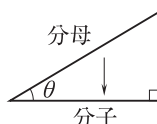


右のように
覚えるとよい

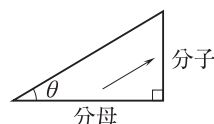
$\sin \theta$



$\cos \theta$



$\tan \theta$

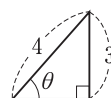
**2 三角比の相互関係①** ⇒ $\sin \theta$ から $\cos \theta$, $\tan \theta$

θ が鋭角で、 $\sin \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

解 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$ ← $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

$\cos \theta > 0$ より、 $\cos \theta = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ← $\cos \theta$ が正であることを注意

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4} \div \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$



相互関係①

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

3 三角比の相互関係② ⇒ $\tan \theta$ から $\cos \theta$, $\sin \theta$

θ が鋭角で、 $\tan \theta = 2$ のとき、 $\cos \theta$, $\sin \theta$ の値を求めよ。

解 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5}$ ← $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$

$\cos \theta > 0$ より、 $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ← $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \sin \theta = \tan \theta \cos \theta$



相互関係②

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

4 $90^\circ - \theta$ の三角比 ⇒ $\sin \Leftrightarrow \cos$, $\tan \Leftrightarrow \frac{1}{\tan}$ の変換

$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$, $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$, $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$

例 次のように、 45° 以上の角の三角比を 45° 以下の角の三角比に直すことができる。

$$\sin 66^\circ = \sin(90^\circ - 24^\circ) = \cos 24^\circ$$

$$\cos 73^\circ = \cos(90^\circ - 17^\circ) = \sin 17^\circ$$

$$\tan 52^\circ = \tan(90^\circ - 38^\circ) = \frac{1}{\tan 38^\circ}$$

$\sin \Rightarrow \cos$

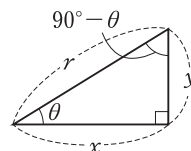
$\cos \Rightarrow \sin$

$\tan \Rightarrow \frac{1}{\tan}$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y} = \frac{1}{\tan \theta}$$

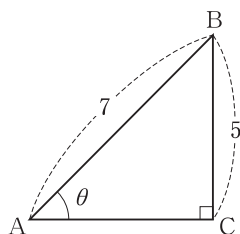


練習問題

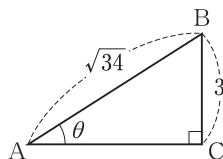
1 正弦・余弦・正接 次の問いに答えよ。

(1) 次の図で, $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

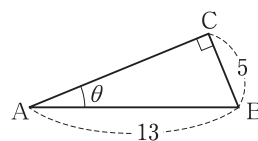
①



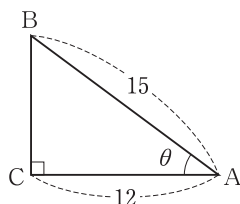
②



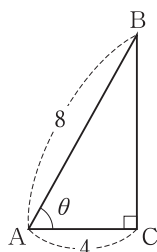
③



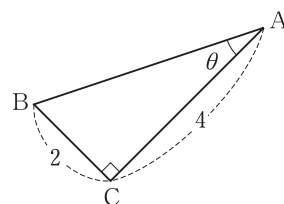
④



⑤



⑥



(2) 右の図の直角三角形を用いて, 次の値を求めよ。

① $\sin 30^\circ$

② $\cos 30^\circ$

③ $\tan 30^\circ$

④ $\sin 45^\circ$

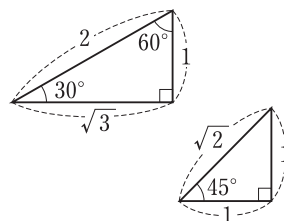
⑤ $\cos 45^\circ$

⑥ $\tan 45^\circ$

⑦ $\sin 60^\circ$

⑧ $\cos 60^\circ$

⑨ $\tan 60^\circ$



2 三角比の相互関係① 次の問いに答えよ。ただし, θ は鋭角とする。

(1) $\sin \theta = \frac{4}{5}$ のとき, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

(2) $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{4}$ のとき, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

(3) $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき, $\sin \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

(4) $\cos \theta = \frac{5}{11}$ のとき, $\sin \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ。

3 三角比の相互関係② θ が鋭角で, $\tan \theta$ が次の値のとき, $\cos \theta$, $\sin \theta$ の値を求めよ。

(1) $\tan \theta = 3$

(2) $\tan \theta = \sqrt{5}$

(3) $\tan \theta = 3\sqrt{2}$

(4) $\tan \theta = \sqrt{3}$

(5) $\tan \theta = \frac{1}{2}$

(6) $\tan \theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$

4 $90^\circ - \theta$ の三角比 次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ。

(1) $\sin 72^\circ$

(2) $\cos 83^\circ$

(3) $\tan 77^\circ$

(4) $\sin 64^\circ$

(5) $\cos 60^\circ$

(6) $\tan 59^\circ$

(7) $\cos 78^\circ$

(8) $\sin 58^\circ$

(9) $\tan 81^\circ$

(10) $\sin 49^\circ$

(11) $\tan 62^\circ$

(12) $\cos 88^\circ$