

18 因数分解

例題1 因数分解①(共通因数でくくる)

次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^2y+8xy^2-2xy$

(2) $x(a+b)+y(a+b)$

(3) $px-py-x+y$

解 (1) 共通因数 $2xy$ を () の外にくくり出すと、
 $4x^2y+8xy^2-2xy$
 $=2xy(2x+4y-1)$

(2) $a+b=M$ とおくと、
 $x(a+b)+y(a+b)$
 $=xM+yM$
 $=M(x+y)$
 $=\underline{(a+b)}(x+y)$

(3) $px-py-x+y$
 $=p(x-y)-(x-y)$
 $\underline{x-y=M}$ とおくと、
 $pM-M$
 $=\underline{M}(p-1)$
 $=\underline{(x-y)}(p-1)$

※(2), (3)は, M とおかずに, 直接 $(a+b)$ や $(x-y)$ でくくってもよい。

答 (1) $2xy(2x+4y-1)$ (2) $(a+b)(x+y)$ (3) $(x-y)(p-1)$

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $6a^2b-3ab^2+12ab$

(2) $4x^3-8x^2$

(3) $x(p-q)-y(p-q)$

(4) $a(x-1)+b(x-1)$

(5) $mx-my+x-y$

(6) $ax+bx-ay-by$

例題2 因数分解②(公式の利用)

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+5x+6

(2) $x^2-2x-15$

解 (1) $x^2+5x+6=x^2+(2+3)x+2\times 3$
 $=\underline{(x+2)}(x+3)$

(2) $x^2-2x-15=x^2+(-5+3)x+(-5)\times 3$
 $=\underline{(x-5)}(x+3)$

積が6, 和が5になる
2数を探す。
 $2\times 3=6$
 $2+3=5$ → $\underline{2と3}$

積が-15, 和が-2になる
2数を探す。
 $(-5)\times 3=-15$
 $-5+3=-2$ → $\underline{-5と3}$

答 (1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(x-5)(x+3)$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+6x+8

(2) $a^2-3a-28$

(3) $x^2+5x-14$

例題 3 因数分解③(平方の公式, 和と差の積の公式)

次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^2+10a+25$

(2) x^2-81

解 (1) $a^2+10a+25$

$=a^2+2\times a\times 5+5^2$

$=(a+5)^2$

(2) x^2-81

$=x^2-9^2$

$=(x+9)(x-9)$

●²+2●▲+▲²をみたら,
(●+▲)²を思い浮かべる。
※積が25, 和が10になるの
は5と5

●²-▲²をみたら,
(●+▲)(●-▲)を
思い浮かべること。
(和と差の積の形)

答 (1) $(a+5)^2$ (2) $(x+9)(x-9)$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+18x+81$

(2) a^2-4a+4

(3) x^2-64

(4) a^2-49

例題 4 因数分解④(共通因数でくくる→公式の利用)

次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2+24x+72$

(2) $3ax^2-12a$

(3) $4m^2n+8mn-60n$

解 (1) $2x^2+24x+72$

$=2(x^2+12x+36)$

$=2(x+6)^2$

(2) $3ax^2-12a$

$=3a(x^2-4)$

$=3a(x+2)(x-2)$

(3) $4m^2n+8mn-60n$

$=4n(m^2+2m-15)$

$=4n(m-3)(m+5)$

①共通因数でくくる

↓

②公式の利用

答 (1) $2(x+6)^2$ (2) $3a(x+2)(x-2)$ (3) $4n(m-3)(m+5)$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2-20x+50$

(2) $3x^2+3x-36$

(3) $5a^2-45$

(4) $2ax^2+16ax+30a$

定着問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $8ax+4bx-12cx$

(2) $10x^2y-25xy^2$

(3) $p(x+1)-q(x+1)$

(4) $ax+ay-bx-by$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+9x+14$

(2) x^2+x-30

(3) $x^2-12x+27$

(4) $x^2-5x-24$

(5) $x^2+8x+16$

(6) $x^2-20x+100$

(7) x^2-9

(8) $4x^2-25$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2-8x+8$

(2) $4x^2-16x-48$

(3) $3ax^2-15ax+12a$

(4) $2x^2y-72y$

4 次の式の値を求めなさい。

(1) $a=17, b=23$ のとき, $a^2+2ab+b^2$ の値

(2) $x=93$ のとき, x^2+8x+7 の値

5 因数分解を利用して, 次の計算をしなさい。

(1) 75^2-25^2

(2) $4.1^2-3.9^2$

強化問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+4x-60$

(2) $x^2-12xy+35y^2$

(3) $4a^2+4a+1$

(4) $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$

(5) $9x^2-49y^2$

(6) $81x^2-\frac{1}{64}$

(7) $2a^2b-28ab+98b$

(8) $a^2x^2-4a^2x-21a^2$

(9) $5x^3+30x^2y-80xy^2$

(10) $75a^3bc-48ab^3c$

(11) $(x-7)(x+3)-11$

(12) $(x+4)(x-9)+5x$

2 次の式の値を求めなさい。

(1) $x-y=-5$ のとき, $x^2-2xy+y^2-x+y$ の値

(2) $a+b=10$, $a-b=-3$ のとき, $2b^2-2a^2$ の値

3 次のことを証明しなさい。

(1) 奇数の2乗から1をひいた数は, 連続する2つの偶数の積になる。

(2) 連続する3つの整数で, 最大の数の2乗と最小の数の2乗の差は, 真ん中の数の4倍に等しい。