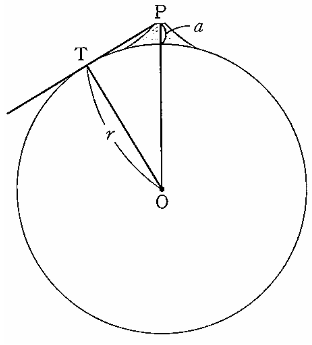
富士山の頂上から見える距離

もっと数学の世界⑱（中学生向）

ほこりのない澄みきった晴れの日には，高い建物や山の頂上からはるか遠くの景色を見ることができますが，一体どのくらいの距離まで見ることができるのでしょう？
このことを数学の考え方を使って求めてみましょう！

地球が半径 r の球として，その中心を O とします。また，高さが a である山の頂上を P とし，右の図のように，P から円 O へ接線 PT をひきます。このときの PT の長さが，山の頂上から見ることのできるいちばん遠い地点までの距離となります。

（右の図で，PT は接線，OT は半径なので PT⊥OT です。）



右の図で，△TOP は直角三角形だから，三平方の定理（ピタゴラスの定理）により，

$$\mathrm{PT}^2+\mathrm{OT}^2=\mathrm{PO}^2$$

の関係が成り立ちます。これより，

$$\mathrm{PT}=\sqrt{\mathrm{PO}^2-\mathrm{OT}^2}$$

$$=\sqrt{(r+a)^2-r^2}$$

で求められます。

ー三平方の定理（ピタゴラスの定理）ー
「直角三角形の直角をはさむ 2 つの辺でできる正方形の面積の和は，斜辺でできる正方形の面積と等しい」

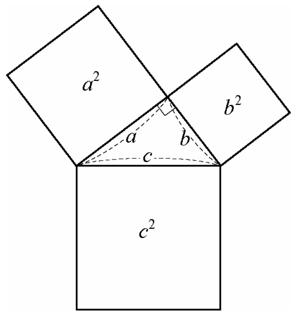
――

直角をはさむ 2 辺の長さを a，b とし，斜辺の長さを c とすれば

$$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$$

（1 辺 a の正方形）＋（1 辺 b の正方形）＝（斜辺 c の正方形）

このような公式で表せます。



地球の半径 r を 6378km，富士山の高さ a を 3.776km として計算してみると…

$$\mathrm{PT}=\sqrt{(r+a)^2-r^2}=\sqrt{(6378+3.776)^2-6378^2}=\sqrt{48180.9141}=219.50\cdots \rightarrow \text{約 } 220\text{km}$$

となり，約 220km と求められます。

富士山を中心として半径 220km の円をかくと右の図のようになります。
（実際には大気中の光は屈折し，上記の計算結果の約 1.06 倍（220×1.06＝233.2km）遠くまで見えるそうです。）

※これは地球を球として考えたものです。実際にはこうはいきませんよね！

＜問題＞
東京タワーの一番上からは，何 km 先まで見えるでしょうか？
地球の半径を 6378km，東京タワーの高さを 333m（＝0.333km）として計算してみましょう。

＜答え＞ $\sqrt{(6378+0.333)^2-6378^2}$

$=65.17\cdots \rightarrow$ 約 65km