
<素数とは？>

ふつう、数は、自分自身よりも小さな数のかけ算の形にいろいろと表すことができます。

例えば、36という数は……

$$36=6\times 6 \quad 36=12\times 3 \quad 36=18\times 2$$

などのように、いろいろと形を変えることができます。しかし、これらをさらに細かく、

$$36=6\times 6=(2\times 3)\times(2\times 3)$$

$$36=12\times 3=(2\times 2\times 3)\times 3$$

$$36=18\times 2=(2\times 3\times 3)\times 2$$

のように、これ以上分解できなくなるまで細かく分けていくと、最後にはすべて、

$$36=2\times 2\times 3\times 3$$

という形になります(1はいくつかけても変わらないので、この場合考えません)。

このように、すべての数は、これ以上分解できないかけ算の形に1通りに表すことができ、このとき現れる「これ以上分解できない数」のことを「素数」、数を素数に分解することを「素因数分解する」といいます。素数とは、1と自分自身以外には約数をもたない数のことです(1は素数に数えませんが)。すべての物質が原子という基本元素からなるように、すべての数は素数という数の元素から構成されているのです。

<素数はどれくらいあるか？>

自然界の構成要素である原子の個数は高々100いくつですが、素数はどれくらいあるのでしょうか。

結論から先にいうと、素数は自然数と同じように、無限にあるのです。「1と自分自身以外に約数がない」という、ある意味とても限定された条件をみたす数が無限にあるというのは、ちょっと信じがたい気がします。しかし、これは今から2300年も昔のギリシャ時代、すでにユークリッドが「原論」という本の中で見事に証明しています。けっして難しい証明ではないので下にのせておきました。興味のある方はご覧になってください。

<素数が無限にあることの証明>

素数が有限個しかないと仮定する。

最大の素数をPとして、 $Q=1\times 2\times 3\times 4\times \dots\times P+1$ という数を考える。

Qを素数とすると………Pが最大の素数であるということに矛盾。

Qが素数でないとする………QはP以下のいずれかの素数で割り切れるはずだが、Qの形より、Qは2からPまでのすべての数で割り切れないので矛盾。

いずれにせよ、矛盾。

これにより、素数が有限個であるという最初の仮定があやまりであることがわかる。

よって、素数は無限にある！

Q.E.D(証明終了)

<未解決問題>

古今東西最大の数学者であるガウス(1777~1855)はかつてこういいました。

「数学は科学の女王であり、整数論は数学の女王である」

数学の一分野である「整数論」には、問題の意味は小学生にも理解できるが、いまだ誰にも解決されていないといったタイプの未解決問題がたくさんあり、先年証明されて話題になった「フェルマーの定理」などもその1つでした。素数に関する有名な未解決問題には、「双子素数の問題」や、「ゴールドバッハの予想」などがあります。現在これらはコンピュータによってかなり大きな数までは正しいことがわかっていますが、数学的にはいまだ未解決なのです。

<双子素数の問題>

素数には、(3, 5), (11, 13)のように、1つおきに並ぶペアになっているものがあって、これらを「双子素数」という。

100以下の双子素数は以下の7ペアである。

(3, 5) (5, 7) (11, 13) (17, 19) (29, 31) (41, 43) (71, 73)

このような「双子素数」は無限に多く存在するほとんどの数学者は信じているが、いまだ証明されていない。なお、2003年の時点で知られている最大の双子素数は51090桁である。

<ゴールドバッハの予想>

$4=2+2$, $6=3+3$, $8=3+5$, $10=3+7$, $12=5+7\cdots$

のように、

「4以上のすべての偶数は2つの素数の和で表される」

というもの。これもほとんどの数学者が正しいと信じているが、いまだ未証明。現在、これらはコンピュータによってかなり大きな数までは正しいことがわかっているが、数学的にはいまだ未解決である。

<史上最大の素数？>

一般にある数がとても大きい場合、その数が素数かどうかを判定するのは簡単なことではありません。1996年、アメリカ・フロリダ州のジョージ・ウオルトマンによって、インターネット上で力を合わせて巨大素数を探す素数マニアの集団、別名GIMPS(Great Internet Mersenne Prime Search)が結成されました。彼らは年々新しい巨大な素数を発見し、2003年12月には630万桁以上の巨大素数を発見したと発表し、新聞紙上をにぎわしました。なお、米・電子フロンティア財団(EFF)は、1000万桁以上の素数を発見したコンピュータプロジェクトに対して10万ドルの懸賞金を支払うとしています。

