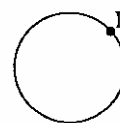
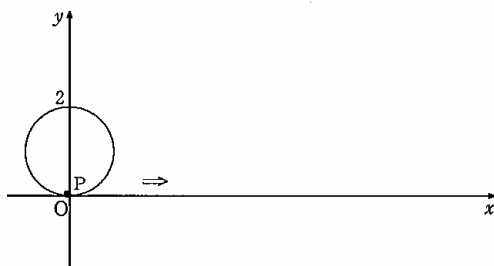


右の図のように、円周上に定点(決まった点)Pをとります。
 円を転がすとき、点Pはどんな線を描くか考えてみましょう。



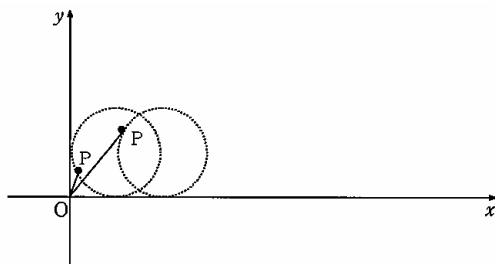
< 1 直線上を転がす場合 >

下の図の座標平面で、円の半径は1とします。点Pの最初の位置は原点Oと一致しているものとします。この円が x 軸上を矢印の方向に転がるものとします。

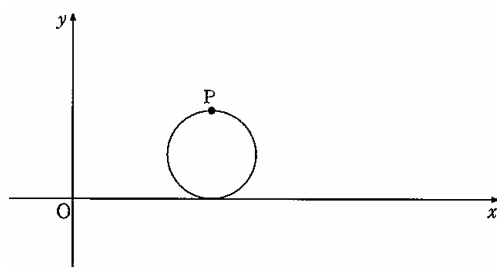


まず、次の3つのことがわかります。

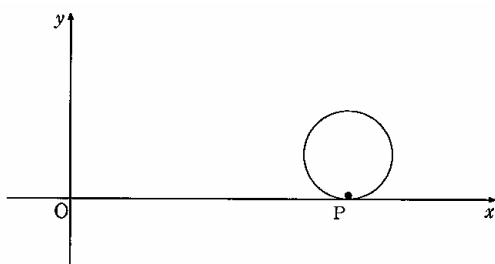
円が転がるとき、下の図のように、 x 軸と直線OPの作る角の大きさは一定にならない。だから、点Pが描く線は直線ではない。



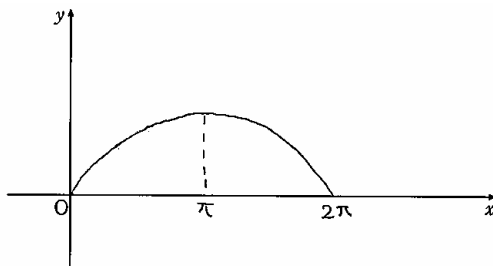
円が半回転したとき(つまり、円が 1 だけ進んだとき)、点Pは x 軸からいちばん遠いところにくる。



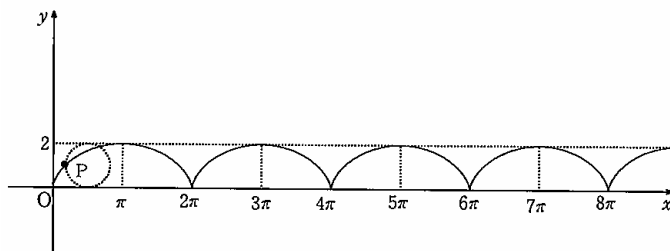
円が1回転したとき(つまり、円が 2 だけ進んだとき)、点Pは x 軸上に戻る。



～ のことから、点Pはだいたい下の図のような曲線を描くのではないかと予想がつかます。



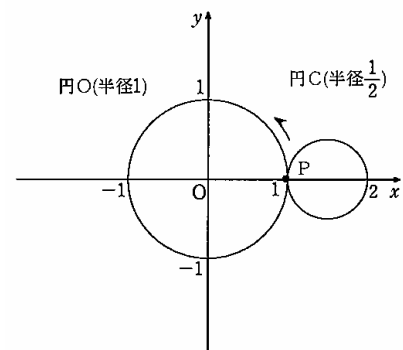
実際にコンピュータを使って正確に描いてみると下の図のようになります。



$0 < x < 2\pi$ で山が1つでき、その後は 2π ごとにこのパターンが永遠に繰り返されます。このように、円が直線上を転がる時、円上の定点が描く曲線をサイクロイドといいます。

< 2 円周上を転がす場合 >

右の図の座標平面で、円Oの半径は1、円Cの半径は $\frac{1}{2}$ とします。点Pの最初の位置は点(1,0)と一致しているものとします。円Cが円Oの周上を矢印の方向に転がるものとします。



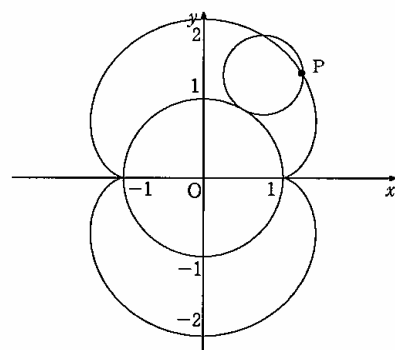
直線上を転がした場合と同様に、次の3つのことをもとに考えます。

点Pは曲線を描く。

円Cが半回転したとき(つまり、円Cが円O上を $\frac{1}{2}$ だけ進んだとき)、点Pは原点Oからいちばん遠いところにくる。

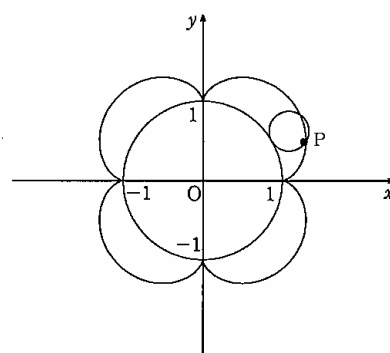
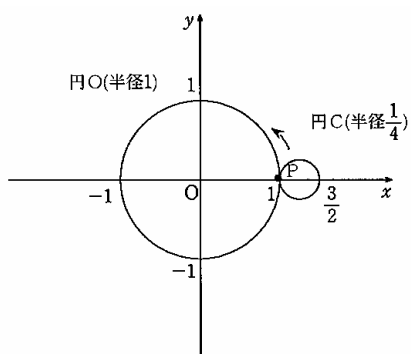
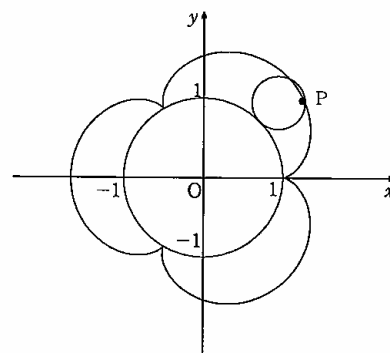
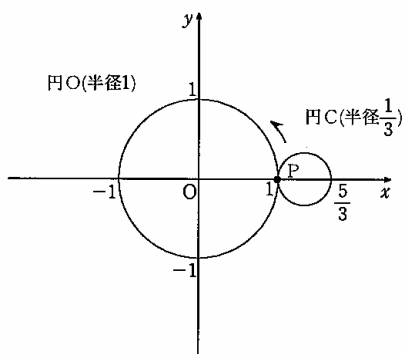
円Cが1回転したとき(つまり、円Cが円O上を 1 だけ進んだとき)、点Pは円Oの周上に戻る。

点Pが点(1, 0)に戻るまでに円Oの周上を2回転することから、点Pの描く曲線は右の図のようになり、山2つの曲線になります。



このように、円Oに外接する円Cが円Oの周上を転がるとき、円C上の定点Pが描く曲線をエピサイクロイド(外サイクロイド)といいます。

ちなみに、円Cの半径を変えて転がしてみると次のようになります。(いずれの場合も、点Pの最初の位置は点(1, 0)と一致しているものとします。)



どのような性質があるか、気づくでしょうか？……………

以上のことから、エピサイクロイドには次のような性質があることがわかります。

* 円Oの半径が1, 円Cの半径が $\frac{1}{2}$ のとき, 山が2つできる。

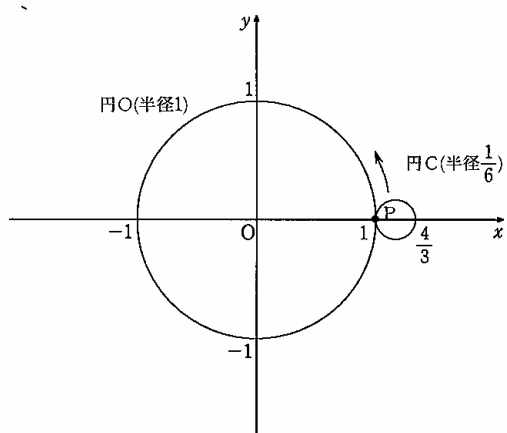
* 円Oの半径が1, 円Cの半径が $\frac{1}{3}$ のとき, 山が3つできる。

* 円Oの半径が1, 円Cの半径が $\frac{1}{4}$ のとき, 山が4つできる。

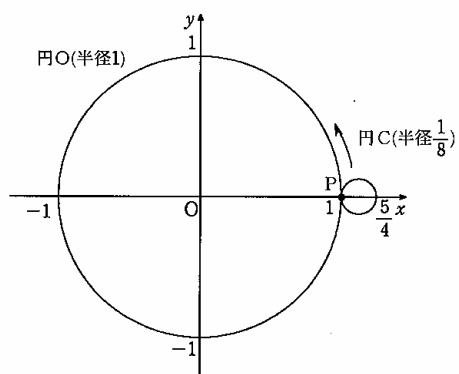
.....

問題 次のような場合, 点Pの描く曲線はどのようになるか考えてみましょう。(いずれの場合も, 点Pの最初の位置は点(1, 0)と一致しているものとします。)

(1)

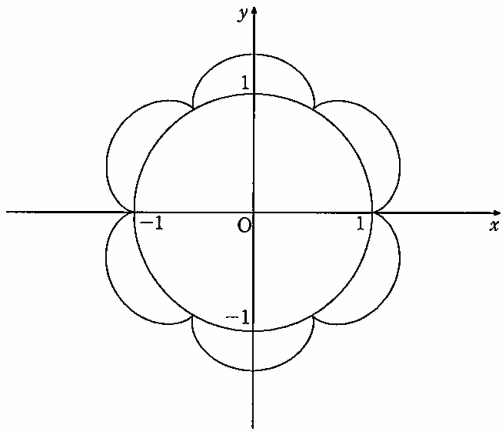


(2)



答え

(1)



(2)

