

どんどん広がる数の世界

もっと数学の世界④ (小学生～中学生範囲)

みなさんはいつのまにか数をあやつり、算数・数学の問題を解くときや一般生活の中で数を巧みに使いこなしています。

数学が長い歴史を経て現在に至るように、みなさんも子どもの頃から少しずつ数の世界を広げてきています。

小学校から中学校までの範囲で、現在の指導要領に基づいて整理すると下の表のようになります。

小学校	整数の世界	小数の世界	分数の世界
1年生	0, 1～100まで		
2年生	～1000まで		
3年生	～千万の位まで		
4年生	～兆, 億の位まで	小数登場! 小数第1位まで	分数登場!
5年生		小数第3位まで	
6年生			

中学校	
1年生	負の数登場! 正負の数, 自然数
2年生	
3年生	無理数登場! 根号のついた数

順を追って、これらの数を紹介してみましょう。

0の発明…今から1300～1400年前頃インドで発明されたといわれています。これによって、0～9までの十個の数字で、どんな数も表すことができる(位取り記数法)ようになりました。

下のような古代エジプト数字やローマ数字では、10, 100, …になるごとに新しい記号を増やしていて、不便といえます。

古代エジプト数字						∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩
	1	2	3	4	5	10	50	100	500	1000
ローマ数字	I	II	III	IV	V	X	L	C	D	M

分数の発明…分数のはじまりは意外に早く、今から4000年前のエジプトでは、すでに使われていたとされています。1つのものを2人で分ける、3人で分ける、…ことを数字で表す必要があったのです。当然、表し方は現在とは違い、右のようなものでした。現在の $\frac{2}{3}$ のような分母と分子を一で区切る表し方に近くなったのは、1000年程前のヨーロッパからです。



$$= \frac{1}{3}$$

小数の発明…オランダのステヴィンが1585年に出版した「十進分数論」のなかで、はじめて小数を発表しました。ステヴィン的小数の表し方は、下のようなもので、現在のように小数点を使った表し方になったのはその20年後といわれています。

現在の表し方	2.135
ステヴィンの表し方	2①1①3②5③

日本には、江戸時代のはじめに中国から小数の考え方が伝わりました。

このときは、下のようなもので・・・

0.1=一分 0.01=一厘 0.001=一毛 …

これが、日本で昔から金利の単位として使われていた「割」とあわせり、利子計算に

0.1=一割 0.01=一分 0.001=一厘 0.0001=一毛 …

と名づけた数が使われるようになりました。

これが、野球の打率などを表すのに使われる歩合のもとになっています。

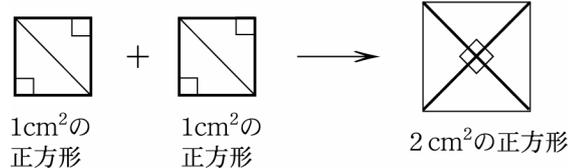
負の数…中学校で負の数を学習することにより、小学校時代とは格段に数の世界が広がります。それまでは0以上の世界だったのが、0以下の世界も扱うのですから、単純に2倍に広がるのです。

小学生でも、ひき算を考えると「 $3-5=?$ 」ということを考えます。当然、昔の人も同じことを考えたので、登場も早く、紀元前200年代の中国の「九章算術」という本には負の数が扱われていて、加減についての記述もあります。また、5世紀頃のインドでは、すでに負債や反対方向を表すものとして使われていました。

ここまでに出てきた数は、全て、整数や分数(分数で表される小数も含む)で表される数です。これらの数を「有理数(ゆうりすう)」といいます。

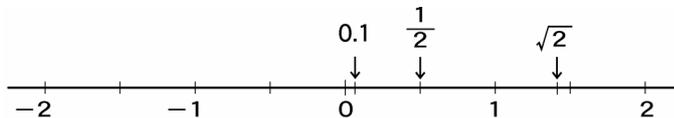
無理数(むりすう)… $1 \div 3$ は、小数で表そうとすると、0.33333…と終わりのない小数(無限小数)になりますが、分数では $\frac{1}{3}$ と表すことができます。しかし、円周率 π (3.1415…)や、面積が2の正方形の1辺の長さである $\sqrt{2}$ (1.4142…)は無限小数になり、分数でも表すことができない数なのです。このような数を「無理数」といいます。この数を発見したのは、今から2500年程前のピタゴラス派(ピタゴラスを中心とした学者の集団)です。現在のように $\sqrt{\quad}$ を使って表したのは、17世紀のフランスの数学者デカルトが最初といわれています。

$\sqrt{2}$ は簡単に、実感することができます。



1cm²の正方形を、2つ用意し、対角線で切って、それぞれ2つの直角三角形にします。できた4つの直角三角形を組み合わると2cm²の正方形ができます。できた正方形の1辺の長さが $\sqrt{2}$ cmです。

ここまでの数の世界が広がった経緯を、数直線を例にして説明してみましょう。



小学生の頃は数直線の0より右側の世界しか知らなかったのです。しかも、はじめは、整数の区切りの目盛りの部分しか扱うことができませんでした。

それが、1を等分した細かい目盛りの部分を扱うことができるようになってきました。これが、分数や小数です。

中学生になると、負の数を知ることにより、数直線の0より左側の世界を知ることになります。

中学3年生になり、分数や小数では表すことができない数を知り、 $\sqrt{\quad}$ を使った数を学習します。これによって、さらに細かい数も表せるようになったのです。

有理数	無理数
$-\frac{2}{3}, 0.2, \frac{1}{6}, \dots$	$-\sqrt{2}$
整数	$\sqrt{2}$
$\dots, -2, -1, 0$	$\sqrt{3}$
自然数	π
1, 2, 3, \dots	\dots

有理数と無理数をあわせて「実数」といいます。

「 $\sqrt{\quad}$ の数なんかなくても困らないんじゃないの？」なんて思っている人はいませんか？確かに、普段の生活では $\sqrt{\quad}$ の数を意識することは少ないでしょう。しかし、何気なくひいた数直線には、今まで紹介した全ての数がつまっているのです。実は、数の世界はこれで終わりではありません。高校生になると、2乗して-1になる数*i*(虚数単位)を使った複素数(ふくそすう)の世界を知ることになるのです。本当に嘘(うそ)のような数ですが、実際に自然や宇宙を研究するのに用いられている数の世界です。人間はこれらの数を駆使し、自然や宇宙の仕組みを研究し、その真理を探ってきました。みなさんの学習している数の世界は、決して学校の勉強だけの世界ではないのです。