

中学受験でよく見られる旅人算やつるかめ算と呼ばれる文章題はとても難しいですね。苦労した人もいます。

でも、小学校のとき苦手だった文章題が、方程式を学習することで「方程式を使えばこんなに簡単なんだあ」と気づいた人たちも多いのではないのでしょうか。

小学校のときの解き方と方程式での解き方が全然違うのに同じ答えが出るのはなぜでしょう？ 本当にまったく違うことをしているのでしょうか？

<旅人算の問題>

弟は家を出て、毎分 50m の速さで学校に向かいました。8 分後忘れ物に気づいた母は毎分 150m の速さで弟を追いかけてきました。母は家を出てから何分後に弟に追いつきますか。

この問題を「算数方式」と「方程式方式」で解いてみましょう。

「算数方式」

母が家を出るとき、弟は 8 分間歩いていたから、
2 人の差は $50 \times 8 = 400(\text{m})$ ひらいている。
弟は毎分 50m, 母は毎分 150m の速さで進むから、
1 分間に 2 人の差は $150 - 50 = 100(\text{m})$ ずつ縮まる。
よって、 $50 \times 8 \div (150 - 50) = 4(\text{分後})$ に母は弟に追いつく。

となります。では、次に方程式で解いてみましょう。

「方程式方式」

母は家を出てから x 分後に弟に追いつくとする。
追いつくまでに母は x (分間)歩いているので、 $150x(\text{m})$ 進む。
追いつかれるまでに弟は $x+8$ (分間)歩いているので、 $50(x+8)(\text{m})$ 進む。
「追いつく」ということは「2 人の進んだ道のりが同じ」ということだから、
母の進んだ道のり = 弟の進んだ道のり $\rightarrow 150x = 50(x+8)$ という方程式ができます。
この方程式を解くと、 $x=4$ となるので、4 分後に弟に追いつく。

どちらも 4 分後と求められました。

でも、どうしてこの方程式を解くと、4 という数字が求められるのでしょうか？

ここで、方程式を解く過程を見てみましょう。

$$\begin{aligned}150x &= 50(x+8) \\150x &= 50x + 50 \times 8 \\150x - 50x &= 400 \\100x &= 400 \quad \leftarrow \text{この式に注目です。} \\x &= 4\end{aligned}$$

左辺の 100 は算数方式で見た「1 分間に縮まる 2 人の道のり」で、右辺の 400 は「母が家を出るときの 2 人の道のりの差」です。

このあと、 $x=400 \div 100$ をするので、まさに、 $50 \times 8 \div (150 - 50)$ を計算していることと同じなのです。おもしろいですね。

方程式は、正しい方程式さえ作れば後はその方程式を解くだけで、求めたい数値(x)を求めることができます。が、ちょっと視点を変えて、計算途中に出てくる数値にも着目してみるとよいでしょう。(ただし、方程式を解く際、途中で約分やいろいろな操作をすることで、使われている数値が算数方式とは結びつかなくなることもあるので注意です)

<つるかめ算の問題>

鶴の足は 2 本、亀の足は 4 本あります。鶴と亀が合わせて 10 匹います。足は全部で 28 本あります。このとき、鶴は何匹(羽)いますか。

「算数方式」

亀ばかり 10 匹(鶴は 0 匹)だとすると足の数は $4 \times 10 = 40$ (本)

実際には 28 本だから、その差は $40 - 28 = 12$ (本)

この差を鶴と亀の 1 匹の足の数の差 $4 - 2 = 2$ でわれば、鶴の数が出る。(12 本分減らすには、鶴を何匹増やせばいいかを考える)

よって、 $(4 \times 10 - 28) \div (4 - 2) = 6$ (匹)…鶴の数 となる。

亀ばかり 10 匹(鶴は 0 匹)だとすると足の数は $4 \times 10 = 40$ (本)になります。

亀を 1 匹減らし 9 匹に、鶴を 1 匹増やし 1 匹にすると足の数は $4 \times 9 + 2 \times 1 = 38$ (本)になります。

つまり、鶴の数を 1 増やす(亀の数を 1 減らす)ごとに足の数は 2(1 匹の足の数の差)減ります。

この考え方が基本になります。

「方程式方式」

鶴を x 匹とすると、亀は $10 - x$ (匹)になる。

鶴の足は 2 本だから、鶴の足の合計は $2x$ (本)

亀の足は 4 本だから、亀の足の合計は $4(10 - x)$ (本)

鶴の足の合計 + 亀の足の合計 = 28 $\rightarrow 2x + 4(10 - x) = 28$ という方程式ができます。

この方程式を解くと、 $2x + 40 - 4x = 28$

$$-2x = 28 - 40$$

$$-2x = -12 \quad \leftarrow \text{両辺に } -1 \text{ をかければ, } 2x = 12 \text{ となります。この後 } x = 12 \div 2 \text{ の計算をしますから、まさに、上の } \underline{\hspace{2cm}} \text{ の式と同じ計算ですね。}$$

$x = 6$ となるので鶴は 6 匹

ここまで見てきて、どちらの解き方に“よさ”を感じましたか？

算数方式では、「ひき算の結果の差は何の数を表しているのか」等を考えながら解く必要があります。そのため、扱っている数を具体的にイメージしやすいというよさがあります。

一方、方程式方式では、数量の関係をとらえて立式してしまえば、後は形式的に計算するだけ、という非常に合理的なよさがあります。これは文字を使うことを学んだよさといえます。

文字を使うよさは、今回の方程式だけでなく、今後の数学の学習の場面で感じる事ができるでしょう。

答え 4本

「算数方式」

代金 630 円のうち、ジュースだけの代金は $630 - 150 = 480$ (円)

これをジュース 1 本の値段でわればよいから、

$$(630 - 150) \div 120 = 4$$

「方程式方式」

ジュースを x 本とすると、

$$\text{代金の合計} = 630 \rightarrow 120x + 150 = 630$$

これを解いて、 $x = 4$